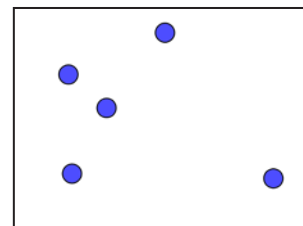


Minkä tahansa viiden samassa tasossa olevan pisteen joukosta voidaan valita neljä, jotka ovat kuperan nelikulmion kärkipisteitä, olettaen, että mitkään kolme pisteistä eivät ole samalla suoralla.

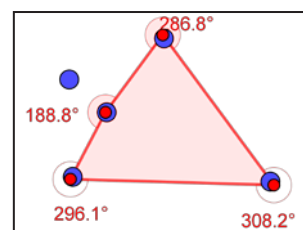
Nimensä *onnellinen loppu* -pulma (happy ending problem) sai Paul Erdősiltä todellisen historiallisen tapahtuman perusteella vuonna 1935. Se on erikoistapaus Erdős–Szekeres-otaksumasta. Yksinkertaisuudestaan huolimatta se oli yksi *Ramseyn teorian* kehittämiseen johtaneista lähtökohdista.



Tehtäviä

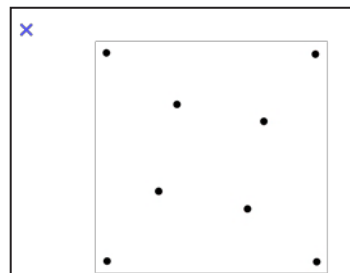
1

Tutki onnellinen loppu -pulmaa piirtämällä pisteet eri asentoihin tai havainnollistamalla tilannetta naulojen tai neulojen varaan pingotetulla kumilenkillä tai ratkaisusivulla olevalla matletilla. Kuvassa on yksi ratkaisu yläkuvan mukaiselle pisteiden asemalle (punainen nelikulmio).



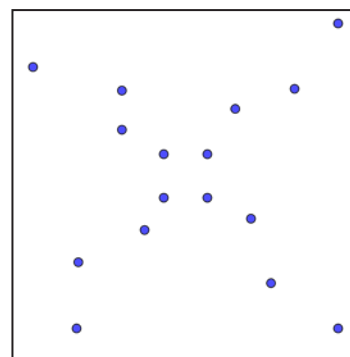
2

Onnellinen loppu -pulman yleistystä nimitetään *Erdős–Szekeres-otaksumaksi*. Sen mukaan pienin lukumäärä $f(n)$ pisteitä, joista valittujen n pisteen varaan voidaan aina virittää (ainakin yksi) kupera n -kulmio pisteiden keskinäisestä sijainnista riippumatta, on suurempi tai yhtä suuri kuin $n = 1 + 2^{n-2}$ pistettä. Kuvassa olevien kahdeksan mustan pisteen varaan ei voi virittää kuperaa viisikulmiota, joten $f(5) > 8$. Voitko piirtää kuperan viisikulmion, kun mukaan otetaan yhdeksäs piste (sininen rasti)? Yritä etsiä ratkaisu myös, kun olet siirtänyt sitä.



3

Vuonna 2006 todistettiin, että $f(6) = 17$. Jos et usko, niin yritä virittää kupera monikulmio 16 pisteen varaan. Onnistuuko? Jos onnistuu, niin voitko siirtää jotain pistettä niin, että ei enää onnistukaan? Lisää seitsemästoista piste. Entä nyt?



Käytä apuna matlettia

<https://www.geogebra.org/m/C2vNK8qg>

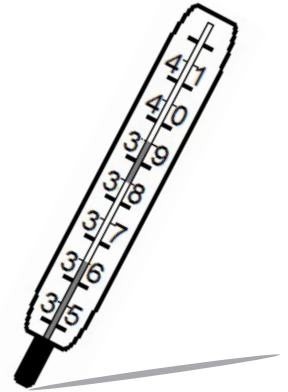
1

Viidesluokkalainen Ville löysi mummolasta vanhan elohopeakuumemittarin. Hän ei huomannut, että neste-patsas ei ollut yhtenäinen, mittasi lämpötilaansa ja uskoi, että hänellä oli kuumetta (ks. kuva).

Mittarin toiminta perustuu nesteen lämpölaajenemiseen: lämpötilan noustessa nesteen tilavuus kasvaa ja neste laajenee putkeen. Mittarin asteikko on kalibroitu siten, että nestepinnan korkeus osoittaa lämpötilan suoraan.

Kuvassa olevan kuumemittarin nesteessä on rako, vaikka lasiputki on ehjä. Nestepatsas saattaa joskus katketa ravistettaessa. Raossa on silloin tyhjiö niin kuin nestepatsaan yläpuolellakin.

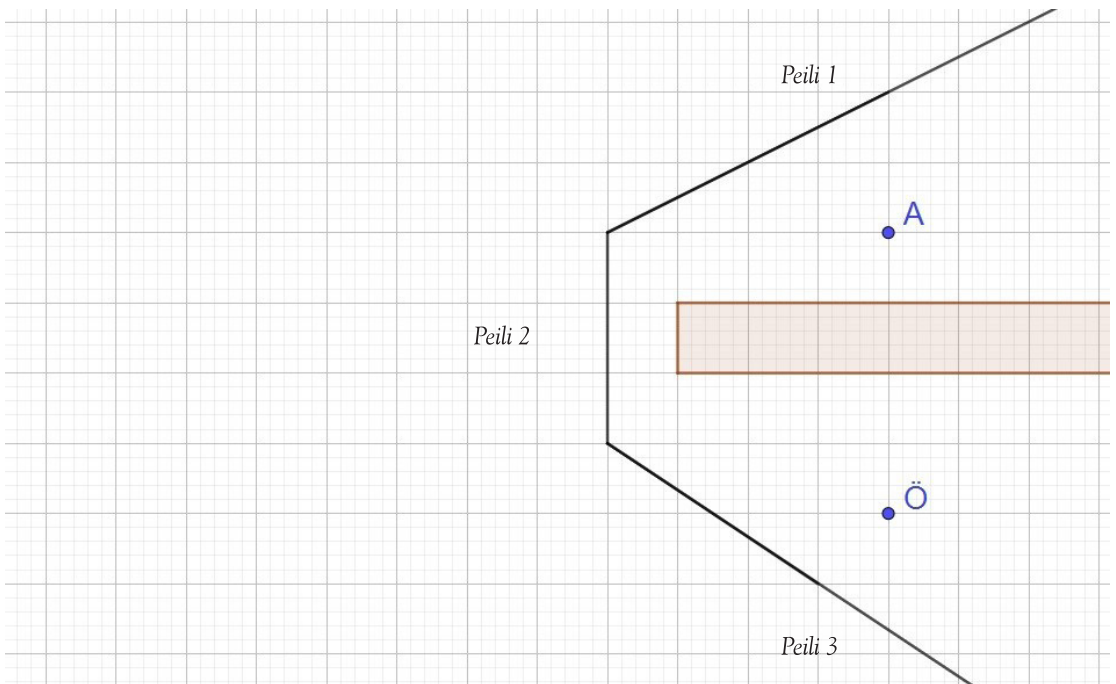
Mikä on Villen oikea lämpötila? Kuinka suureen lämpötilaan pitää kuumemittari lämmittää, jotta rako poistuisi?



2

Valonsäde lähtee pisteestä A, heijastuu kolmesta peilistä ja osuu pisteeseen Ö. Piirrä valonsäteen kulku.

Tämän tehtävän ratkaisun voi tehdä joko paperilla tai Geogebraalla (matletti osoitteessa <https://www.geogebra.org/classic/CbW7xwJf>).



Ratkaisut osoitteessa <https://peda.net/yhdistykset/maol-ry/tiedotus/dimensio-lehti>

1

Mistä alkuaineesta on kyse?

- a) Sitä on teidän luissa.
Sitä on teidän suissa.
Se maa-alkalimetalli on.
Sitä kalkissa on paljon.
- b) Puolimetalli se on.
Englanniksi – silicon.
Ei se ole silikoninen.
Mutta niin kuin matemaattinen.

Vastaus: _____

Vastaus: _____

2

Yhdistä alkuaineiden kemialliset merkit tässä järjestyksessä.

1. Alkuaine, jota on Maan ilmakehässä eniten.
2. Tästä alkuaineesta on tehty kynän lyijy.
3. Mikä alkuaine puuttuu reaktiosta $2 \text{ ___} + 2 \text{ H}_2\text{O} = 2 \text{ KOH} + \text{H}_2$?
4. Jaksollisen järjestelmän keksijän mukaan nimetty alkuaine.
5. Tämän alkuaineen järjestysluvun saat laskemalla $2+0+1+8$.
6. Alkuaineen nimi on tullut antiikin kreikan kielestä sanasta laiska.
7. Metalli, jota on maankuoressa eniten.
8. Ainoa radioaktiivinen maa-alkalimetalli.
9. Ammoniakkimolekyylä koostuu vedystä ja _____ .

Jos ratkaisusi on oikein, niin kuvassa näkyy laboratoriotyöväline. Mikä on sen nimi?

	Ra	N		C		Mg
		Al				Au
			Cu			
Ag						
		Ar		K		Pb
H			Ca			
					Fe	
	Fr		O			I
		Ne			Li	
	Na			Es		Md

Ratkaisut osoitteessa <https://peda.net/yhdistykset/maol-ry/tiedotus/dimensio-lehti>