KERTAUS

Luvut ja laskutoimitukset

KERTAUSTEHTÄVIÄ

K1. **a)** $1 - 2 \cdot 3 - 4 = 1 - 6 - 4 = -9$

b) $(1 - 2) \cdot (3 - 4) = (-1)(-1) = 1$

c) $\frac{3}{4} + (-\frac{2}{3}) = {}^{3)}\frac{3}{4} - {}^{4)}\frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$

d) $6 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot 3 = \frac{12}{3} - 6 = 4 - 6 = -2$

e) $\frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = {}^{2)}\frac{3}{4} - \frac{3}{8} = \frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

f) $15 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-\frac{2}{3}) = -\frac{\overset{5}{\cancel{15}} \cdot 1 \cdot \overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = -\frac{5 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -\frac{5}{2}$

Vastaus: **a)** -9 **b)** 1 **c)** $\frac{1}{12}$ **d)** -2 **e)** $\frac{3}{8}$ **f)** $-\frac{5}{2}$

K2. **a)** $(-5)^2 - 5^2 - (-5)^2 = 25 - 25 - 25 = -25$

b) $-3^2 - (\frac{1}{3})^2 = -9 - \frac{1}{9} = -9\frac{1}{9}$

c) $5^{-2} + (\frac{1}{5})^{-1} + (\frac{1}{5})^0 = \frac{1}{25} + 5 + 1 = 6\frac{1}{25}$

d) $(\,^{3)}\frac{1}{2}+\,^{2)}\frac{1}{3}):\frac{5}{12}=(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}):\frac{5}{12}=\frac{5}{6}:\frac{5}{12}=\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{1}}\cdot\frac{\cancel{12}^{2}}{\cancel{5}_{1}}=\frac{2}{1}=2$

e) $\sqrt[3]{8}-\sqrt{36}=2-6=-4$

f) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

Vastaus: a) -25 b) $-9\frac{1}{9}$ c) $6\frac{1}{25}$ d) 2 e) -4 f) $\frac{3}{5}$

K3. a) Luvun $2-\sqrt{5}$ vastaluku on $-(2-\sqrt{5})=-2+\sqrt{5}=\sqrt{5}-2$
Luvun 5 neliöjuuri $\sqrt{5}$ on suurempi kuin $\sqrt{4}=2$. Niinpä $2-\sqrt{5}<0$.
Negatiivisen luvun itseisarvo on luvun vastaluku, joten
$\left|2-\sqrt{5}\right|=-2+\sqrt{5}=\sqrt{5}-2$.

b) Luvun $-\frac{2}{3}$ vastaluvun ja luvun 2 käänteisluvun erotus on

$$-(-\frac{2}{3})-\frac{1}{2}=\,^{2)}\frac{2}{3}-\,^{3)}\frac{1}{2}=\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$$

c) Luvun −4 neliön ja luvun 16 neliöjuuren summa on
$(-4)^2+\sqrt{16}=16+4=20$

Vastaus: a) $-(2-\sqrt{5})=-2+\sqrt{5}$, $\left|2-\sqrt{5}\right|=-2+\sqrt{5}$ b) $-(-\frac{2}{3})-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$
c) $(-4)^2+\sqrt{16}=20$

K4. Luvut ovat toistensa vastalukuja, jos niiden summa on nolla. Luvut ovat toistensa käänteislukuja, jos niiden tulo on yksi. Lasketaan siis lukujen summa ja tulo ja arvioidaan lopputuloksia.

a) $0{,}8+1\frac{1}{4}=\,^{2)}\frac{8}{10}+\,^{5)}\frac{5}{4}=\frac{16}{20}+\frac{25}{20}=\frac{41}{20}$ ja

$$0{,}8\cdot 1\frac{1}{4}=\frac{8}{10}\cdot\frac{5}{4}=\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}=\frac{2}{2}=1$$

Lukujen summa ei ole nolla, joten luvut eivät ole toistensa vastalukuja. Lukujen tulo on yksi, joten luvut ovat toistensa käänteislukuja.

b) $0{,}25+(-\frac{1}{4})=\frac{25}{100}-{}^{25)}\frac{1}{4}=\frac{25}{100}-\frac{25}{100}=0$ ja

$$0{,}25\cdot(-\frac{1}{4})=\frac{25}{100}\cdot(-\frac{1}{4})=-\frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{100}}}\cdot\frac{1}{4}=-\frac{1}{16}$$

Luvut ovat toistensa vastalukuja, mutta luvut eivät ole toistensa käänteislukuja.

c) $-0{,}5+1=0{,}5$ ja $-0{,}5\cdot 2=-1$

Luvut eivät ole toistensa vastalukuja eivätkä toistensa käänteislukuja.

d) $-1+1=0$ ja $-1\cdot 1=-1$

Luvut ovat toistensa vastalukuja, mutta eivät ole toistensa käänteislukuja.

Vastaus: **a)** Luvut eivät ole toisensa vastalukuja, mutta ovat toistensa käänteislukuja.
b) Luvut ovat toistensa vastalukuja, mutta eivät ole toistensa käänteislukuja.
c) Luvut eivät ole toistensa vastalukuja eivätkä toistensa käänteislukuja.
d) Luvut ovat toistensa vastalukuja, mutta eivät ole toistensa käänteislukuja.

K5.

a) $a^2 \cdot (-3a^3)^2 = a^2 \cdot 9a^{3\cdot 2} = 9a^{2+6} = 9a^8$

b) $\dfrac{(2a)^3}{4a^3} = \dfrac{\cancelto{2}{8}\,\cancelto{1}{a^3}}{\cancelto{1}{4}\,\cancelto{1}{a^3}} = \dfrac{2\cdot 1}{1\cdot 1} = 2$

c) $\left(\dfrac{2a}{3}\right)^3 = \dfrac{2^3 a^3}{3^3} = \dfrac{8a^3}{27}$

d) $\dfrac{2(a^3)^2}{a\cdot a^2 \cdot a^3} = \dfrac{2a^{3\cdot 2}}{a^{1+2+3}} = \dfrac{2\,\cancelto{1}{a^6}}{\cancelto{1}{a^6}} = \dfrac{2\cdot 1}{1} = 2$

Vastaus: **a)** $9a^8$ **b)** 2 **c)** $\dfrac{8a^3}{27}$ **d)** 2

K6. **a)** $7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$
$= 7 \cdot 100 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}01$
$= 700 + 3 + 0{,}5 + 0{,}01$
$= 703{,}51$

b) $4{,}321 = 4 + 0{,}3 + 0{,}02 + 0{,}001$
$= 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}01 + 1 \cdot 0{,}001$
$= 4 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3}$

Vastaus: **a)** 703,51 **b)** $4 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3}$

K7. **a)** Luku –1,2 kuuluu rationaalilukuihin $\mathbb{Q}$ ja reaalilukuihin $\mathbb{R}$.

b) Luku 33 kuuluu luonnollisiin lukuihin $\mathbb{N}$, kokonaislukuihin $\mathbb{Z}$, rationaalilukuihin $\mathbb{Q}$ ja reaalilukuihin $\mathbb{R}$.

c) Luku –17 kuuluu kokonaislukuihin $\mathbb{Z}$, rationaalilukuihin $\mathbb{Q}$ ja reaalilukuihin $\mathbb{R}$.

d) Luku $7{,}212121... = 7{,}\overline{21}$ kuuluu rationaalilukuihin $\mathbb{Q}$ ja reaalilukuihin $\mathbb{R}$.

e) Luku $1-\sqrt{3}$ kuuluu reaalilukuihin $\mathbb{R}$.

Vastaus: **a)** $\mathbb{Q}$ ja $\mathbb{R}$ **b)** $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ja $\mathbb{R}$ **c)** $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ja $\mathbb{R}$ **d)** $\mathbb{Q}$ ja $\mathbb{R}$ **e)** $\mathbb{R}$

Yhtälö ja yhtälöpari

KERTAUSTEHTÄVIÄ

K8. **a)**
$$\begin{aligned} -5(3-2x) &= 5 \\ -15+10x &= 5 \\ 10x &= 5+15 \\ 10x &= 20 \qquad \| :10 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 1-2(3x+1) &= 2-7x \\ 1-6x-2 &= 2-7x \\ -6x+7x &= 2-1+2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} \frac{3x}{5} &= -15 \qquad \| \cdot 5 \\ 3x &= -75 \qquad \| :3 \\ x &= -25 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x^2-1 &= 15 \\ x^2 &= 16 \\ x = \sqrt{16} \text{ tai } x &= -\sqrt{16} \\ x = 4 \qquad x &= -4 \end{aligned}$$

e)

$$
\begin{aligned}
25x^2 &= 36 \qquad \|:25\\
x^2 &= \frac{36}{25}\\
x &= \sqrt{\frac{36}{25}} \text{ tai } x = -\sqrt{\frac{36}{25}}\\
x &= \frac{6}{5} \qquad x = -\frac{6}{5}
\end{aligned}
$$

f)

$$
\begin{aligned}
430 - 2x^3 &= -2\\
-2x^3 &= -432 \qquad \|:(-2)\\
x^3 &= 216\\
x &= \sqrt[3]{216}\\
x &= 6
\end{aligned}
$$

Vastaus: **a)** $x = 2$ **b)** $x = 3$ **c)** $x = -25$ **d)** $x = 4$ tai $x = -4$ **e)** $x = \frac{6}{5}$ tai $x = -\frac{6}{5}$ **f)** $x = 6$

K9. **a)** Ratkaistaan yhtälöpari $\begin{cases} 5x - 3y = -2 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ yhteenlaskumenetelmällä.

Kerrotaan alempi yhtälö luvulla 3, jolloin yhtälöiden muuttujan y kertoimet ovat toistensa vastaluvut.

$$
\begin{cases} 5x - 3y = -2 \\ -3x + 3y = 3 \end{cases}
$$

Lasketaan yhtälöt puolittain yhteen, jolloin muuttuja y eliminoituu.

$$
\begin{array}{r}
\begin{cases} 5x - 3y = -2 \\ -3x + 3y = 3 \end{cases} \\
+ \qquad\qquad\qquad \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
2x &= 1 \qquad \|:2\\
x &= \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Sijoitetaan $x = \frac{1}{2}$ alempaan yhtälöön $-x + y = 1$ ja ratkaistaan siitä muuttuja y.

$$-x + y = 1$$
$$-\frac{1}{2} + y = 1$$
$$y = 1\frac{1}{2}$$

Yhtälöparin ratkaisu on $x = \frac{1}{2}$ ja $y = 1\frac{1}{2}$.

b) Ratkaistaan yhtälöpari $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$ sijoitusmenetelmällä.

Sijoitetaan $y = 2x - 1$ alempaan yhtälöön muuttujan y paikalle ja ratkaistaan saadusta yhtälöstä muuttuja x.

$$5x - (2x - 1) = 1$$
$$5x - 2x + 1 = 1$$
$$3x = 0 \quad \| : 3$$
$$x = 0$$

Sijoitetaan $x = 0$ ylempään yhtälöön $y = 2x - 1$ ja ratkaistaan siitä muuttuja y.
$y = 2x - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = -1$.

Yhtälöparin ratkaisu on $x = 0$ ja $y = -1$.

c) Ratkaistaan yhtälöpari $\begin{cases} 40x - 50y = 30 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$ yhteenlaskumenetelmällä.

Kerrotaan alempi yhtälö luvulla –20, jolloin yhtälöiden muuttujan x kertoimet ovat toistensa vastaluvut.

$$\begin{cases} 40x - 50y = 30 \\ -40x + 80y = -40 \end{cases}$$

Lasketaan yhtälöt puolittain yhteen, jolloin muuttuja x eliminoituu.

$$
\begin{array}{r}
\begin{cases} 40x - 50y = 30 \\ -40x + 80y = -40 \end{cases} \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
30y &= -10 \quad \| :30 \\
y &= -\frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Sijoitetaan $y = -\frac{1}{3}$ alempaan yhtälöön $2x - 4y = 2$ ja ratkaistaan siitä muuttuja x.

$$
\begin{aligned}
2x - 4y &= 2 \\
2x - 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) &= 2 \\
2x + \frac{4}{3} &= 2 \\
2x &= 2 - \frac{4}{3} \\
2x &= \frac{2}{3} \quad \| :2 \\
x &= \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Yhtälöparin ratkaisu on $x = \frac{1}{3}$ ja $y = -\frac{1}{3}$.

Vastaus: **a)** $x = \frac{1}{2}$ ja $y = 1\frac{1}{2}$ **b)** $x = 0$ ja $y = -1$ **b)** $x = \frac{1}{3}$ ja $y = -\frac{1}{3}$

K10. **a)** $\frac{x}{5} = \frac{x-1}{3}$ || kerrotaan ristiin

$$5 \cdot (x-1) = 3x$$
$$5x - 5 = 3x$$
$$2x = 5 \quad \| :2$$
$$x = \frac{5}{2}$$

b) $\frac{x}{3} + 2 = -6 \quad \| \cdot 3$

$$x + 6 = -18$$
$$x = -24$$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{6} = -1 \quad \| \cdot 6$

$$3x + 2x - x = -6$$
$$4x = -6$$
$$x = -\frac{6}{4}$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

TAI

$$^{3)}\frac{x}{2} + {}^{2)}\frac{x}{3} - \frac{x}{6} = -1$$
$$\frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} - \frac{6x}{6} = -1 \quad \| \cdot 6$$
$$3x + 2x - x = -6$$
$$4x = -6$$
$$x = -\frac{6}{4}$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

Vastaus: **a)** $x = \frac{5}{2}$ **b)** $x = -24$ **c)** $x = -\frac{3}{2}$

K11. **a)** Suorakulmion pinta-ala lasketaan kertomalla kanta $10x + 2$ korkeudella 50.

$$
\begin{aligned}
50(10x+2) &= 2100 \\
500x+100 &= 2100 \\
500x &= 2000 \quad \| :500 \\
x &= 4
\end{aligned}
$$

Kannan pituus on $10 \cdot 4 + 2 = 42$, joten kuvion mitat ovat 42 ja 50.

b) Vaaleanpunaisen alueen pinta-ala saadaan vähentämällä isomman neliön pinta-alasta pienemmän neliön pinta-ala.

$$
\begin{aligned}
5x \cdot 5x - 2x \cdot 2x &= 2100 \\
25x^2 - 4x^2 &= 2100 \\
21x^2 &= 2100 \quad \| :21 \\
x^2 &= 100 \\
x = \sqrt{100} \quad &\text{tai } x = -\sqrt{100} \\
x = 10 \quad &\text{tai } x = -10
\end{aligned}
$$

Neliöiden sivujen pituudet $5x$ ja $2x$ eivät voi olla negatiivisia, joten täytyy olla $x = 10$.
Ison neliön sivun pituus on $5 \cdot 10 = 50$ ja pienen neliön sivun pituus on $2 \cdot 10 = 20$.

Vastaus: **a)** $x = 4$, sivut 42 ja 50 **b)** $x = 10$, ison neliön sivun pituus 50 ja pienen neliön sivun pituus 20

K12. **a)** Koska 7 % = 0,07, niin 7 % luvusta 440 on $0{,}07 \cdot 440 = 30{,}8$.

b) Ratkaistaan x yhtälöstä $0{,}15x = 27$.

$$
\begin{aligned}
0{,}15x &= 27 \quad \| : 0{,}15 \\
x &= \frac{27}{0{,}15} \\
x &= 180
\end{aligned}
$$

Vastaus: **a)** 30,8 **b)** 180

K13. **a)** Koska $\frac{2715}{2580} = 1{,}0523... \approx 1{,}052 = 105{,}2\ \%$, niin kuukausipalkka nousi $105{,}2\ \% - 100\ \% = 5{,}2\ \%$.

b) Koska $\frac{8}{11} = 0{,}727... \approx 0{,}73 = 73\,\%$, niin työryhmän koko on
100 % − 73 % = 27 % on pienempi kuin ennen.

Vastaus: **a)** noin 5,2 % **b)** noin 27 %

K14. **a)** Koska monojen hinta aleni 30 %, on uusi hinta 100 % – 30 % = 70 % alkuperäisestä hinnasta. Uusi hinta on 0,70 · 120 € = 84 €.

b) Alkuperäinen tilavuokra on 60 €/h.
Prosenttikertoimet:
20 % nousu: 100 % + 20 % = 120 % = 1,2
15 % alennus: 100 % – 15 % = 85 % = 0,85

Lopullinen tilavuokra oli 1,2 · 0,85 · 60 €/h = 61,20 €/h.
Koska $\frac{61{,}20}{60} = 1{,}02 = 102\,\%$, niin lopullinen tilavuokra oli
102 % − 100 % = 2 % suurempi kuin alkuperäinen.

Vastaus: **a)** 84 € **b)** nousi 2 %

K15. **a)** Merkitään vyön alkuperäistä hintaa kirjaimella x.
40 %:n alennusta vastaa prosenttikerroin 100 % – 40 % = 60 % = 0,6.
Alkuperäinen hinta saadaan yhtälöstä $0{,}6x = 17{,}94$.

$$\begin{aligned} 0{,}6x &= 17{,}94 \quad \|:0{,}6 \\ x &= \frac{17{,}94}{0{,}6} \\ x &= 29{,}90 \end{aligned}$$

Vyön alkuperäinen hinta oli 29,90 €.

b) 30 %:n nousua vastaa prosenttikerroin 100 % + 30 % = 130 % = 1,3 ja 10 %:n alennusta 100 % – 10 % = 90 % = 0,90.

Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella x.

Muutosten jälkeisen hinnan lauseke on $0{,}90 \cdot 1{,}30x = 1{,}17x$. Hinta muutosten jälkeen on toisaalta 17,55 euroa.
Ratkaistaan alkuperäinen hinta yhtälöstä $1{,}17x = 17{,}55$.

$$
\begin{aligned}
1{,}17x &= 17{,}55 \qquad \| : 1{,}17 \\
x &= 15
\end{aligned}
$$

Alkuperäinen hinta oli 15 €

Vastaus: **a)** 29,90 € **b)** 15 €

K16. **a)** Liikevoitto oli alussa 100 000 €. Voitto pieneni 5 % joka vuosi. Viiden prosentin pienenemistä vastaa prosenttikerroin 100 % – 5 % = 95 % = 0,95. Liikevoitto tulee vuosittain 0,95-kertaiseksi. Kymmenentenä toimintavuotena pienemistä on tapahtunut yhdeksän kertaa, joten liikevoitto on silloin
$0{,}95^9 \cdot 100\,000$ € = 63 024,940... € ≈ 63 000 €.

b) Merkitään sijoituksen alkuperäistä arvoa kirjaimella a.
1. vuonna sijoituksen arvo kohosi 12,0 % eli tuli 100 % + 12 % = 112 % = 1,12 kertaiseksi. 2. vuonna arvo kohosi 3,5 % eli tuli 1,035-kertaiseksi. Kahdessa vuodessa kohonnut arvo on $1{,}12 \cdot 1{,}0{,}35a = 1{,}1592a$.
Ratkaistaan keskimääräinen vuotuinen kasvuprosentti x yhtälöstä

$$
\begin{aligned}
x^2 \cdot a &= 1{,}1592a \qquad \|: a\ (\neq 0) \\
x^2 &= 1{,}1592 \\
x &= \sqrt{1{,}1592} \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{1{,}1592} \\
x &= 1{,}0766... \quad \text{tai} \quad x = -1{,}0766... \\
x &\approx 1{,}077 \quad \text{tai} \quad x \approx -1{,}077
\end{aligned}
$$

Hylätään yhtälön negatiivinen ratkaisu.

Sijoituksen arvo kohosi keskimäärin 107,7 % – 100 % = 7,7 % vuodessa.

Vastaus: **a)** noin 63 000 € **b)** 7,7 %

Verrannollisuus

KERTAUSTEHTÄVIÄ

K17. **a)** Tutkitaan muuttuvatko A ja B samassa suhteessa.

Kun A muuttuu $\frac{6}{2} = 3$-kertaiseksi, B muuttuu $\frac{30}{10} = 3$-kertaiseksi.

Kun A muuttuu $\frac{14}{6} = \frac{7}{3}$-kertaiseksi, B muuttuu $\frac{70}{30} = \frac{7}{3}$-kertaiseksi.

Kun A muuttuu $\frac{22}{14} = \frac{11}{7}$-kertaiseksi, B muuttuu $\frac{110}{70} = \frac{11}{7}$-kertaiseksi.

Näin ollen A ja B ovat suoraan verrannolliset.

b) Tutkitaan muuttuvatko A ja B samassa suhteessa.

Kun A muuttuu $\frac{100}{200} = \frac{1}{2}$-kertaiseksi, B muuttuu $\frac{20}{10} = 2$-kertaiseksi.

Näin ollen A ja B eivät ole suoraan verrannolliset.

Tutkitaan, onko suureiden tulo vakio.

$200 \cdot 10 = 2000$

$100 \cdot 20 = 2000$

$25 \cdot 80 = 2000$

$5 \cdot 500 = 2500$

Koska suureiden tulot eivät ole yhtä suuret, A ja B eivät ole kääntäen verrannolliset.

c) Tutkitaan muuttuvatko A ja B samassa suhteessa.

Kun A muuttuu $\frac{100}{200} = \frac{1}{2}$-kertaiseksi, B muuttuu $\frac{20}{10} = 2$-kertaiseksi.

Näin ollen A ja B eivät ole suoraan verrannolliset.

Tutkitaan, onko suureiden tulo vakio.

$200 \cdot 10 = 2000$

$100 \cdot 20 = 2000$

$50 \cdot 40 = 2000$

$10 \cdot 200 = 2000$

Koska suureiden tulot ovat yhtä suuret, A ja B ovat kääntäen verrannolliset.

Vastaus: **a)** suora **b)** ei kumpikaan **c)** käänteinen

K18.

Suure A	Suure B
15	48
40	x

a) Suureet ovat suoraan verrannolliset, Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{15}{40}=\frac{48}{x}$$

$$15\cdot x=40\cdot 48$$

$$15x=1920 \qquad \|:15$$

$$x=128$$

b) Suureet ovat kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{15}{40}=\frac{x}{48}$$

$$40\cdot x=15\cdot 48$$

$$40x=720 \qquad \|:40$$

$$x=18$$

Vastaus: **a)** $x=128$ **b)** $x=18$

K19. Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä rahamäärää kirjaimella x.

Rahamäärä (€)	Bensiinin määrä (l)
20	12,67
x	60

Rahamäärä ja bensiinin määrä ovat suoraan verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{20}{x}=\frac{12,67}{60}$$

$$12,67\cdot x=20\cdot 60$$

$$12,67x=1200 \qquad \|:12,67$$

$$x=94,711\ldots$$

Tankin täyttäminen maksaisi 94,711… € ≈ 94,71 €

Vastaus: 94,71 €

K20. Tapa 1:
Mehua oli yhteensä 35 · 4 dl = 140 dl = 14 l.

Näin ollen 0,5 litran pulloja tarvittiin $\frac{14}{0,5} = 28$.

Tapa 2:
Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä pullomäärää kirjaimella x.

Pullon tilavuus (l)	Pullojen määrä (kpl)
0,4	35
0,5	x

Pullon tilavuus ja pullojen määrä ovat kääntäen verrannolliset.
Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{0,4}{0,5} = \frac{x}{35}$$

$$0,5 \cdot x = 0,4 \cdot 35$$

$$0,5x = 14 \quad \| : 0,5$$

$$x = 28$$

Vastaus: 28

K21. Merkitään kysyttyä putken halkaisijaa kirjaimella x.

Virtausnopeus (l/s)	Putken halkaisijan neliö (mm)^2
9,0	100^2
14,1	x^2

Ilman virtausnopeus on suoraan verrannollinen putken halkaisijan neliöön.
Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{9,0}{14,1} = \frac{100^2}{x^2}$$

$$9,0 \cdot x^2 = 14,1 \cdot 100^2 \quad \| : 9,0$$

$$x^2 = 15\,666,66\ldots$$

$$x = \sqrt{15\,666,66...} \text{ tai } x = -\sqrt{15\,666,66...}$$

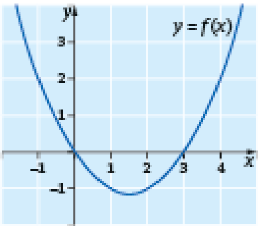
Hylätään yhtälön negatiivinen ratkaisu.

$x = 125{,}166\ldots$

$x \approx 125$

Vastaus: noin 125 mm

K22.



a) $f(2) \approx -1$

b) $f(x) = 2$, kun $x \approx -1$ tai $x \approx 4$

c) $f(x) = 0$, kun $x \approx 0$ tai $x \approx 3$

d) $f(x) = -1$, kun $x \approx 1$ tai $x \approx 2$

Vastaus: **a)** $f(2) \approx -1$ **b)** $x \approx -1$ tai $x \approx 4$ **c)** $x \approx 0$ tai $x \approx 3$ **d)** $x \approx 1$ tai $x \approx 2$

K23. **a)** $f(x) = -\dfrac{x}{2} + 3$

$$f(-5) = -\frac{-5}{2} + 3 = 5\frac{1}{2}$$

b) Nollakohdassa $f(x) = 0$, joten

$$-\frac{x}{2} + 3 = 0 \quad \| \cdot 2$$

$$-x + 6 = 0$$

$$-x = -6$$

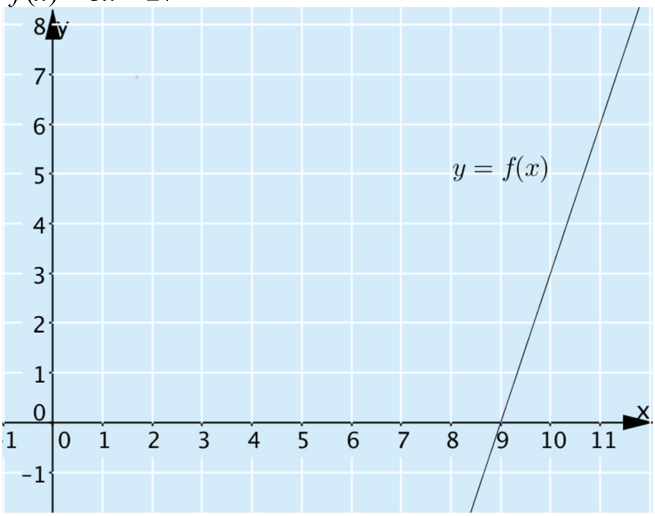
$$x = 6$$

b) $f(x) = -1$, joten

$$
\begin{aligned}
-\frac{x}{2}+3&=-1 \quad \| \cdot 2\\
-x+6&=-2\\
-x&=-8\\
x&=8
\end{aligned}
$$

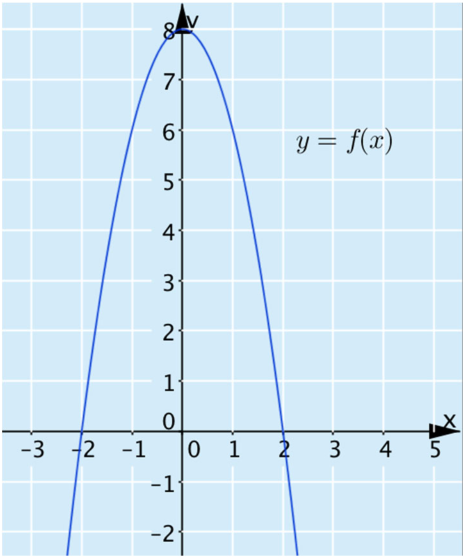
Vastaus: **a)** $x = 5\frac{1}{2}$ **b)** $x = 6$ **c)** $x = 8$

K24. **a)** $f(x) = 3x - 27$



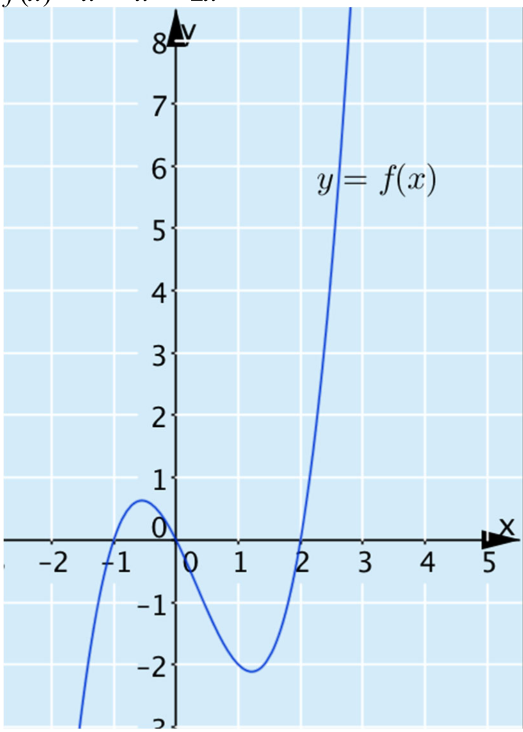
$f(x) < 0$, kun kuvaaja on x-akselin alapuolella eli kun $x < 9$.

b) $f(x) = -2x^2 + 8$



$f(x) < 0$, kun kuvaaja on x-akselin alapuolella eli kun $x < –2$ tai $x > 2$.

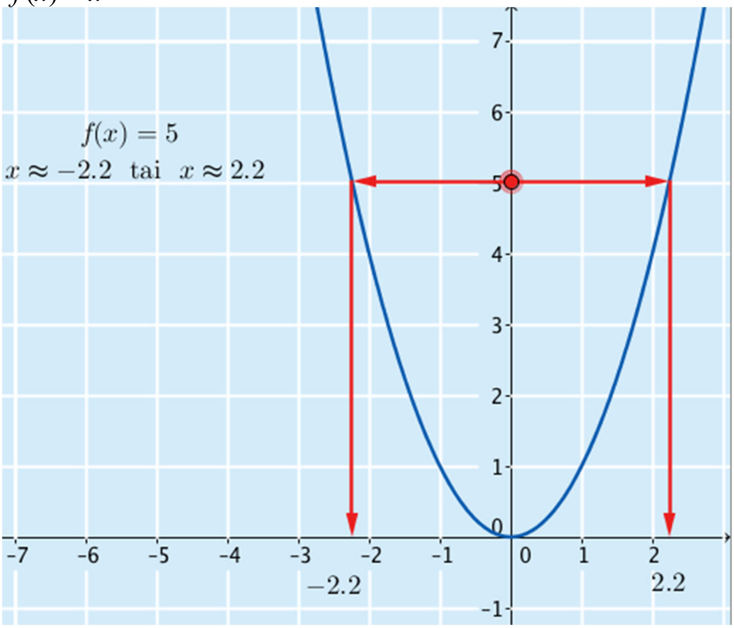
c) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$



$f(x) < 0$, kun kuvaaja on x-akselin alapuolella eli
kun $x < -1$ tai $0 < x < 2$.

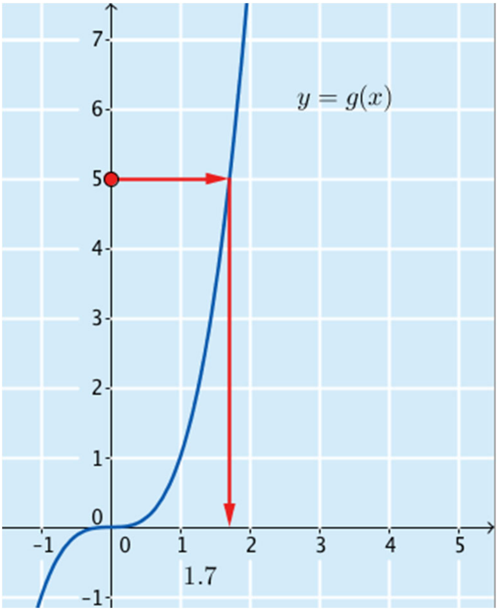
Vastaus: **a)** $x < 9$ **b)** $x < -2$ tai $x > 2$ **c)** $x < -1$ tai $0 < x < 2$

K25. **a)** $f(x) = x^2$



Kuvaajan perusteella yhtälön $x^2 = 5$ ratkaisu on $x \approx -2{,}2$ tai $x \approx 2{,}2$.

$g(x) = x^3$



Kuvaajan perusteella yhtälön $x^3 = 5$ ratkaisu on $x \approx 1{,}7$.

b) a-kohdan perusteella $\sqrt{5} \approx 2{,}2$

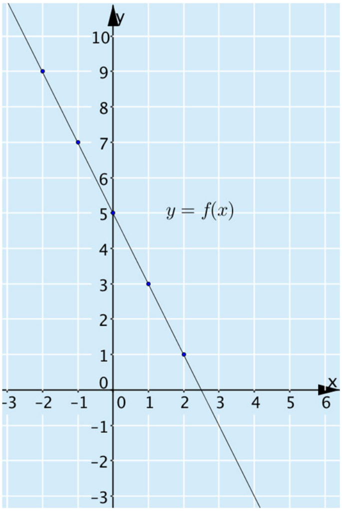
c) a-kohdan perusteella $\sqrt[3]{5} \simeq 1{,}7$

Vastaus: **a)** $x \approx -2{,}2$ tai $x \approx 2{,}2$, $x \approx 1{,}7$ **b)** noin 2,2 **c)** noin 1,7

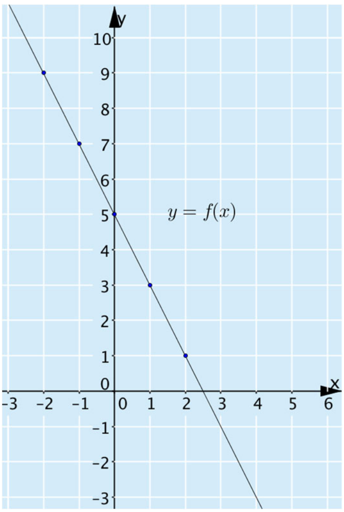
K26. Lasketaan funktion $f(x) = -2x + 5$ kuvaajalle kuuluvien pisteiden koordinaatteja:

x	$y = f(x) = -2x + 5$	(x, y)
0	$-2 \cdot 0 + 5 = 5$	(0, 5)
1	$-2 \cdot 1 + 5 = 3$	(1, 3)
2	$-2 \cdot 2 + 5 = 1$	(2, 1)
3	$-2 \cdot 3 + 5 = -1$	(3, –1)

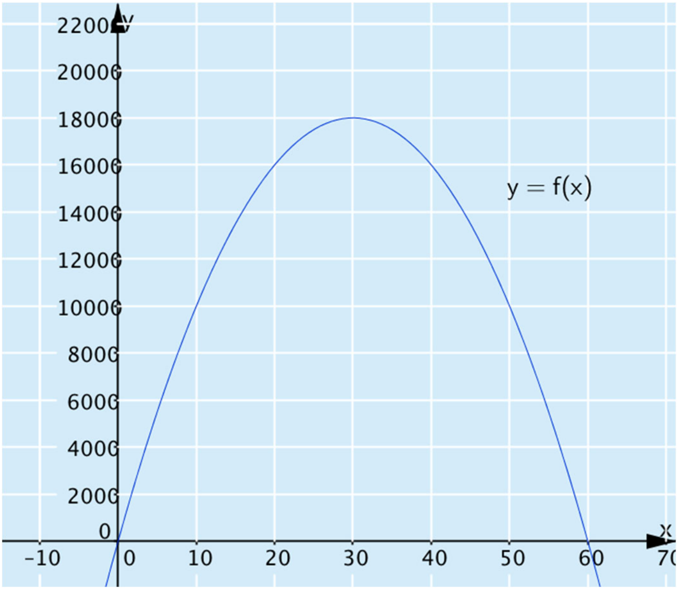
Merkitään saadut pisteet koordinaatistoon ja piirretään niiden avulla funktion $f(x) = -2x + 5$ kuvaaja.



Vastaus:



K27. Tuotto = tuotteen yksikköhinta · myytyjen tuotteiden määrä. Myyntihinnalla x saatavan tuoton ilmaisee funktio $f(x) = x(1200 - 20x)$. Piirretään funktion kuvaaja.



Kuvaajasta nähdään, että tuotto on suurimmillaan, kun $x = 30$ eli kun myyntihinta on 30 euroa/kg.

Vastaus: $f(x) = x(1200 - 20x)$ ja 30 euroa/kg