5. VERRANNOLLISUUS

5.1 Suora verrannollisuus

LUO PERUSTA

501. **a)** $\frac{4}{3}=\frac{x}{9}$ kerrotaan ristiin

$$3 \cdot x = 4 \cdot 9$$
$$3x = 36 \quad \| : 3$$
$$x = 12$$

b) $\frac{5}{7}=\frac{3}{y}$ kerrotaan ristiin

$$5 \cdot y = 3 \cdot 7$$
$$5y = 21 \quad \| : 5$$
$$y = \frac{21}{5}$$

Vastaus: **a)** $x = 12$ **b)** $y = \frac{21}{5}$

502. **a)** Täydennetään taulukko.

Maito (l)	Ohrasuurimot (dl)
1,5	2,5
2,0	x

b) Muodostetaan a-kohdan taulukon avulla verranto ja ratkaistaan se.

$\frac{1,5}{2,0}=\frac{2,5}{x}$ kerrotaan ristiin

$$1{,}5 \cdot x = 2{,}0 \cdot 2{,}5$$
$$1{,}5x = 5{,}0 \quad \| : 1{,}5$$
$$x = 3{,}333\ldots$$

Suurimoita tarvitaan siis 3,333… dl ≈ 3,3 dl

Vastaus:

a)

Maito (l)	Ohrasuurimot (dl)
1,5	2,5
2,0	x

b) $\dfrac{1,5}{2,0}=\dfrac{2,5}{x}$, $x \approx 3{,}3$ dl

503. **a)**

A	B
8	20
x	100

Suureiden A ja B välillä on suora verrannollisuus. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$\dfrac{8}{x}=\dfrac{20}{100}$ kerrotaan ristiin

$20 \cdot x = 8 \cdot 100$

$20x = 800 \quad \| : 20$

$x = 40$

b)

A	B
4	0,2
3,8	x

Suureiden A ja B välillä on suora verrannollisuus. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$\dfrac{4}{3,8}=\dfrac{0,2}{x}$ kerrotaan ristiin

$4 \cdot x = 0{,}2 \cdot 3{,}8$

$4x = 0{,}76 \quad \| : 4$

$x = 0{,}19$

Vastaus: **a)** $x = 40$ **b)** $x = 0{,}19$

504. Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä nopeutta kirjaimella x.

Matka (km)	Aika (min)
55	45
90	x

Matka ja aika ovat suoraan verrannolliset vakionopeudella ajettaessa. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{55}{90}=\frac{45}{x} \quad \text{kerrotaan ristiin}$$

$$55\cdot x=45\cdot 90$$

$$55x=4050 \quad \|:55$$

$$x=73{,}636\ldots$$

Matkaan kuluu 73,636… min …≈ 74 min = 1 h 14 min

Vastaus: 1 h 14 min

505. **a)** Pallojen määrä ja taakan paino ovat suoraan verrannolliset. Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä painoa kirjaimella x.

Palloja (kpl)	Paino (g)
10	57
1000	x

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{10}{1000}=\frac{57}{x} \quad \text{kerrotaan ristiin}$$

$$10\cdot x=57\cdot 1000$$

$$10x=57\,000 \quad \|:10$$

$$x=5700$$

1000 palloa nostaisivat 5700 gramman eli 5,7 kilogramman taakan.

b) Muunnetaan paino grammoiksi: 20 kg = 20 000 g. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

Palloja (kpl)	Paino (g)
10	57
x	20 000

$\frac{10}{x} = \frac{57}{20000}$ kerrotaan ristiin

$57 \cdot x = 10 \cdot 20\,000$

$57x = 200\,000 \quad \|: 57$

$x = 3508{,}77\ldots$

20 kg painavan lapsen nostamiseen tarvitaan 3508,77… ≈ 3500 palloa.

Vastaus: **a)** 5,7 kg **b)** noin 3500 palloa

506. **a)** Valuuttamäärät ovat suoraan verrannolliset. Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä euromäärää kirjaimella x.

Hinta (euroa)	Hinta (korunaa)
20,60	514
x	105

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$\frac{20{,}60}{x} = \frac{514}{105}$ kerrotaan ristiin

$514 \cdot x = 20{,}60 \cdot 105$

$514x = 2163 \quad \| : 514$

$x = 4{,}208\ldots$

Salaattiannoksen hinta oli 4,20 €.

b) Muodostetaan taulukko.

Hinta (euroa)	Hinta (korunaa)
20,60	514
6,50	x

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$\dfrac{20,60}{6,50} = \dfrac{514}{x}$ kerrotaan ristiin

$20,60 \cdot x = 514 \cdot 6,50$

$20,60x = 3341 \qquad || : 20,60$

$x = 162,18\ldots$

Salaattiannoksen hinta oli 162 korunaa.

Vastaus: **a)** 4,20 € **b)** 162 korunaa

507. Kun uidaan tasaisella vauhdilla, ovat matka ja aika ovat suoraan verrannolliset. Tällöin matkan kaksinkertaistuessa myös aika kaksinkertaistuu, joten 50 m matkaa vastaa 50 s aika. Muutetaan 100 m:n aika sekunneiksi: 1 min 40 s = 100 s. Tällöin 200 m:n matkaa vastaa 2 · 100 s = 200 s = 3 min 20 s. Täydennetään taulukko.

Matka	Aika
25 m	25 s
50 m	50 s
100 m	1 min 40 s
200 m	3 min 20 s

Vastaus:

Matka	Aika
25 m	25 s
50 m	50 s
100 m	1 min 40 s
200 m	3 min 20 s

508. **a)** Verrataan massojen ja tilavuuksien suhteita.

Kun massa kasvaa $\frac{2,5}{0,5} = 5$-kertaiseksi, tilavuus kasvaa

$\frac{1}{0,2} = 5$-kertaiseksi.

Kun massa kasvaa $\frac{5}{2,5} = 2$-kertaiseksi, tilavuus kasvaa

$\frac{2}{1} = 2$-kertaiseksi.

Massa ja tilavuus muuttuvat samassa suhteessa, joten suureet ovat suoraan verrannolliset.

b) Verrataan lukumäärien ja hintojen suhteita.

Kun lukumäärä kasvaa $\frac{6}{3} = 2$-kertaiseksi, hinta kasvaa

$\frac{4}{2} = 2$-kertaiseksi.

Kun lukumäärä kasvaa $\frac{8}{6} \approx 1{,}3$-kertaiseksi, hinta kasvaa

$\frac{5}{4} = 1{,}25$-kertaiseksi.

Lukumäärä ja hinta eivät aina muutu samassa suhteessa, joten suureet eivät ole suoraan verrannolliset.

c) Verrataan ikien ja pituuksien suhteita.

Kun ikä kasvaa $\frac{2}{1} = 2$-kertaiseksi, pituus kasvaa $\frac{56}{50} = 1{,}12$-kertaiseksi.

Ikä ja pituus eivät muutu samassa suhteessa, joten ne eivät ole suoraan verrannolliset.

d) Verrataan aikojen ja kustannusten suhteita.

Aikojen 1 ja 0 suhdetta ei voi laskea, koska lukua $\frac{1}{0}$ ei ole määritelty.

Tällöin aika ja kustannukset eivät ole suoraan verrannolliset.

Vastaus: **a)** on **b)** ei ole **c)** ei ole **d)** ei ole

509. **a)** Merivesi- ja suolamäärät ovat suoraan verrannolliset. Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä vesimäärää kirjaimella x.

Merivettä (kg)	Suolaa (kg)
1000	35
x	250

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$\frac{1000}{x} = \frac{35}{250}$ kerrotaan ristiin

$35 \cdot x = 1000 \cdot 250$

$35x = 250\ 000 \quad || : 35$

$x = 7142{,}85\ldots$

Merivettä on noin 7100 kg.

b) Muodostetaan taulukko, jossa veden määrä on x ja suolan määrä y.

Merivettä (kg)	Suolaa (kg)
1000	35
x	y

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä y.

$\frac{1000}{x} = \frac{35}{y}$ kerrotaan ristiin

$1000 \cdot y = 35 \cdot x \quad || : 1000$

$y = 0{,}035 \cdot x$

Suolan määrä on $y = 0{,}035 \cdot x$, kun merivettä on x kg.

Vastaus: **a)** noin 7100 kg **b)** $y = 0{,}035 \cdot x$

VAHVISTA OSAAMISTA

510. **a)** $\frac{2}{x}=\frac{3}{5}$ kerrotaan ristiin

$3 \cdot x = 2 \cdot 5$

$3x = 10 \quad \|: 3$

$x = \frac{10}{3}$

b) $\frac{x-5}{3}=-\frac{2x}{2}$ kerrotaan ristiin

$2 \cdot (x - 5) = 3 \cdot (-2x)$

$2x - 10 = -6x$

$8x = 10 \quad \| : 8$

$x = 1{,}25$

c) $\frac{x+1}{x}=\frac{4}{3}$ kerrotaan ristiin

$3 \cdot (x + 1) = 4 \cdot x$

$3x + 3 = 4x$

$-x = -3 \quad \| : (-1)$

$x = 3$

Vastaus: **a)** $x = \frac{10}{3}$ **b)** $x = 1{,}25$ **c)** $x = 3$

511. Ensimmäisen rivin viimeisessä sarakkeessa lasketaan matkan ajan suhde $\frac{160}{2}=80$, joka on auton nopeus. Koska nopeus on vakio, tulee viimeiseen sarakkeeseen jokaiselle riville luku 80. Toisen rivin matka saadaan, kun aika kerrotaan nopeudella eli $3 \cdot 80 = 240$. Kolmannen rivin aika saadaan, kun matka jaetaan nopeudella eli $\frac{400}{80}=5$. Neljännen rivin matka saadaan, kun aika kerrotaan nopeudella eli $10 \cdot 80 = 800$. Viidennen rivin aika saadaan, kun matka jaetaan nopeudella eli $\frac{320}{80}=4$. Täydennetään taulukko.

Kuljettu matka (km)	Aika (h)	Matkan ja ajan suhde eli nopeus (km/h)
160	2	80
240	3	80
400	5	80
800	10	80
320	4	80

Vastaus:

Kuljettu matka (km)	Aika (h)	Matkan ja ajan suhde eli nopeus (km/h)
160	2	80
240	3	80
400	5	80
800	10	80
320	4	80

512. **a)** Maito- ja juustomäärät ovat suoraan verrannolliset. Taulukoidaan tehtävänannossa annetut tiedot ja merkitään kysyttyä juustomäärää kirjaimella x.

Maitoa (l)	Juusto (g)
8,5	750
10	x

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{8{,}5}{10} = \frac{750}{x} \quad \text{kerrotaan ristiin}$$

$$8{,}5 \cdot x = 750 \cdot 10$$

$$8{,}5x = 7500 \quad \| : 8{,}5$$

$$x = 882{,}35\ldots$$

Juustoa saadaan noin 880 g.

b) Muodostetaan taulukko, jossa maidon määrä on x ja juuston määrä y.

Maitoa (l)	Juusto (g)
8,5	750
x	y

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä y.

$\frac{8,5}{x} = \frac{750}{y}$ kerrotaan ristiin

$8,5 \cdot y = 750 \cdot x \quad \| : 8,5$

$y = 88,23\ldots \cdot x$

Juuston määrä grammoina on $y \approx 88 \cdot x$, kun maitoa on x litraa.

c) Sijoitetaan $x = 6,0$ yhtälöön $y = 88,23\ldots \cdot x$.

$y = 88,23\ldots \cdot 6,0 = 529,41\ldots$

Juuston määrä on noin 530 g.

Muutetaan juuston määrä grammoiksi: 3,9 kg = 3900 g. Sijoitetaan $y = 3900$ yhtälöön $y = 88,23\ldots \cdot x$ ja ratkaistaan x.

$3900 = 88,23\ldots \cdot x \quad \| : 88,23\ldots$

$x = 44,2$

Maidon määrä on noin 44 l.

Vastaus: **a)** 880 g **b)** $y = 88 \cdot x$ **c)** juustoa 530 g ja maitoa 44 l.

513. **a)** Hinta = kilomäärä · kilohinta, joten $y = 3,79 \cdot x$.

b) x ja y ovat suoraan verrannollisia suureita, koska niiden suhde on vakio $\frac{y}{x} = \frac{3,79x}{x} = 3,79$. Suora verrannollisuus voidaan perustella myös sillä, että suureet noudattavat yhtälöä $y = k \cdot x$, missä k on vakio.

Vastaus: **a)** $y = 3,79 \cdot x$ **b)** ovat

514. **a)** Koska yhtälö $y = 0,99x$ on muotoa $y = kx$, suureet x ja y ovat suoraan verrannolliset.

b) Koska yhtälö $y = 1,55x + 5,90$ ei ole muotoa $y = kx$, suureet x ja y eivät ole suoraan verrannolliset.

c) Koska yhtälö $y = \frac{x}{5} = \frac{1}{5} \cdot x$ on muotoa $y = kx$, suureet x ja y ovat suoraan verrannolliset.

d) Ratkaistaan yhtälöstä y.

$xy = 5 \quad \| : x$

$y = \frac{5}{x}$

Koska yhtälö ei ole muotoa $y = kx$, suureet x ja y eivät ole suoraan verrannolliset.

Vastaus: **a)** On. **b)** Ei ole. **c)** On. **d)** Ei ole.

515. **a)** Jos tuntematon on nimittäjässä, kannattaa käyttää tapaa 1. Jos nimittäjät ovat kokonaislukuja, kannattaa käyttää tapaa 2.

b) Ratkaistaan yhtälö a-kohdan tavalla 1.

$\frac{14}{x} = \frac{7}{13}$ kerrotaan ristiin

$7 \cdot x = 14 \cdot 13$

$7x = 182 \quad \| : 7$

$x = 26$

Vastaus: **a)** Kannattaa kertoa ristiin, jos x on nimittäjässä. **b)** $x = 26$

516. Sijoitetaan $d = 9$ ja $t = 36$ yhtälöön $d = k\sqrt{t}$ ja ratkaistaan siitä verrannollisuuskerroin k.

$9 = k \cdot \sqrt{36}$

$9 = 6k \quad \| : 6$

$k = \frac{9}{6}$

$k = 1{,}5$

Lasketaan yhtälön $d = 1{,}5\sqrt{t}$ avulla varren paksuus d, kun $t = 100$.

$d = 1{,}5 \cdot \sqrt{100} = 1{,}5 \cdot 10 = 15$

Vastaus: 15 mm

517. Merkitään x:llä A:n euromääräistä osuutta, tällöin B:n osuus on $1500 - x$. Muodostetaan tietojen avulla taulukko.

Etäisyys (m)	Osuus (€)
250	x
370	$1500 - x$

Etäisyys ja euromääräinen osuus ovat suoraan verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{250}{370} = \frac{x}{1500 - x} \text{ kerrotaan ristiin}$$

$$370 \cdot x = 250 \cdot (1500 - x)$$
$$370x = 375\,000 - 250x$$
$$620x = 375\,000 \quad \| : 620$$
$$x = 604{,}838\ldots$$
$$x \approx 604{,}84$$

A:n osuus on 604,84 € ja B:n osuus 1500 € – 604,84 € = 895,16 €.

Vastaus: A: 604,84 € ja B: 895,16 €

518. Koska nopeusmittarin lukema x ja todellinen nopeus y ovat suoraan verrannolliset, niin $y = kx$.

Ratkaistaan verrannollisuuskerroin k sen tiedon avulla, että $y = 76$ kun $x = 80$.

$$76 = k \cdot 80 \quad \| : 80$$
$$k = \frac{76}{80} = \frac{19}{20}$$

Kysytty yhtälö on $y = \frac{19}{20}x$ eli $y = 0{,}95x$.

Ratkaistaan mittarilukema x, kun $y = 100$.

$$\begin{aligned} 100 &= \frac{19}{20}x \qquad || \cdot 20 \\ 2000 &= 19x \qquad || :19 \\ x &= \frac{2000}{19} \\ x &= 105,26\ldots \end{aligned}$$

Mittarilukemalla noin 105 km/h.

Vastaus: $y = 0,95x$, noin 105 km/h

519. **a)** Merkitään auton jarrutusmatkaa kirjaimella x.

Jarrutusmatka (m)	Nopeuden neliö ($(\text{km/h})^2$)
x	80^2
11,0	40^2

Auton jarrutusmatka on suoraan verrannollinen nopeuden neliöön. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{x}{11} = \frac{80^2}{40^2}$$

$$40^2 \cdot x = 11 \cdot 80^2 \quad || : 40^2$$

$$x = 44,0$$

Jarrutusmatka on 44,0 metriä.

b) Merkitään auton nopeutta kirjaimella x.

Jarrutusmatka (m)	Nopeuden neliö ($(\text{km/h})^2$)
21,3	x^2
11,0	40^2

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{21{,}3}{11}=\frac{x^2}{40^2}$$

$$11\cdot x^2 = 21{,}3\cdot 40^2 \qquad \| :11$$

$$x^2 = 3\,098{,}18\ldots$$

$$x=\pm\sqrt{3\,098{,}18...} \qquad \| \, x>0$$

$$x = 55{,}661\ldots$$

Auton nopeus oli 56 km/h.

Vastaus: **a)** 44,0 m **b)** 56 km/h

520. **a)** Kaavasta $p = 2\pi r$ nähdään, että ympyrän kehän pituus p on suoraan verrannollinen säteen pituuteen r verrannollisuuskertoimella 2π.

b) Kaavasta $A = \pi r^2$ nähdään, että ympyrän pinta-ala A on suoraan verrannollinen säteen r neliöön verrannollisuuskertoimella π.

c) Kaavasta $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ nähdään, että pallon tilavuus V on suoraan verrannollinen säteen r kuutioon verrannollisuuskertoimella $\frac{4}{3}\pi$.

Vastaus: **a)** ympyrän kehän pituus p on suoraan verrannollinen säteeseen r verrannollisuuskertoimella 2π
b) ympyrän pinta-ala A on suoraan verrannollinen säteen r neliöön verrannollisuuskertoimella π
c) pallon tilavuus V on suoraan verrannollinen säteen r kuutioon verrannollisuuskertoimella $\frac{4}{3}\pi$.

521. **a)** Merkitään tehoa kirjaimella x.

Teho (W)	Tuulen nopeuden kuutio ($(\mathrm{m/s})^3$)
2500	10^3
x	14^3

Teho on suoraan verrannollinen tuulen nopeuden kuutioon. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{2500}{x} = \frac{10^3}{14^3}$$
$$10^3 \cdot x = 2500 \cdot 14^3 \quad || : 10^3$$
$$x = 6860$$

Teho on noin 6900 W.

b) Merkitään tehoa kirjaimella P ja tuulen nopeutta kirjaimella v.

Teho (W)	Tuulen nopeuden kuutio ($(\mathrm{m/s})^3$)
2500	10^3
P	v^3

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä P.

$$\frac{2500}{P} = \frac{10^3}{v^3}$$
$$10^3 \cdot P = 2500 \cdot v^3 \quad || : 10^3$$
$$P = 2{,}5 \cdot v^3$$

c) Sijoitetaan $P = 5000$ yhtälöön $P = 2{,}5 \cdot v^3$ ja ratkaistaan v.

$$5000 = 2{,}5 \cdot v^3 \quad || : 2{,}5$$
$$2000 = v^3$$
$$v = \sqrt[3]{2000}$$
$$v = 12{,}599\ldots$$

Tuulen nopeus on noin 13 m/s.

Vastaus: **a)** noin 6900 W **b)** $P = 2{,}5 \cdot v^3$ **c)** noin 13 m/s

522. Olkoon veden virtausnopeus v, kun korkeusero on 1,0 metriä. Merkitään virtausnopeutta kirjaimella x, kun korkeusero on 2,0 metriä.

Virtausnopeus	Korkeuseron neliöjuuri
v	$\sqrt{1{,}0} = 1{,}0$
x	$\sqrt{2{,}0}$

Virtausnopeus on suoraan verrannollinen korkeuseron neliöjuureen.
Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{v}{x}=\frac{1}{\sqrt{2,0}}$$
$$x=v\sqrt{2,0}$$
$$x=1,414...\cdot v$$

Koska prosenttikerroin on 1,414… ≈ 1,41, virtausnopeus on
141 % – 100 % = 41 % suurempi.

Vastaus: noin 41 %

523. Koska x ja y ovat suoraan verrannolliset, niin $y = kx$.
Koska a, b ja c ovat suureen x arvoja ja d, e ja f suureen y vastaavia arvoja, niin
$d = ka$
$e = kb$
$f = kc$

Muodostetaan summa $d + e + f = ka + kb + kc$. Käyttämällä osittelulakia saadaan
$d + e + f = k(a + b + c)$. Näin ollen summat $a + b + c$ ja $d + e + f$ ovat suoraan verrannolliset.

Vastaus: -

5.2 Käänteinen verrannollisuus

LUO PERUSTA

524. Ensimmäisen rivin kolmanteen sarakkeeseen tulee tulo $80 \cdot 3 = 240$. Koska matka on koko ajan sama, on kolmannessa sarakkeessa kaikilla riveillä 240 ja kahden ensimmäisen sarakkeen tulo on jokaisella rivillä 240. Tämän tiedon avulla päätellään puuttuvat luvut.

Nopeus (km/h)	Aika (h)	Nopeuden ja ajan tulo eli matka (km)
80	3	240
40	6	240
60	4	240
120	2	240
240	1	240

Vastaus:

Nopeus (km/h)	Aika (h)	Nopeuden ja ajan tulo eli matka (km)
80	3	240
40	6	240
60	4	240
120	2	240
240	1	240

525. **a)** Jos banaanien massa kaksinkertaistuu, hintakin kaksinkertaistuu. Banaanien massa ja hinta muuttuvat samassa suhteessa, joten ne ovat suoraan verrannolliset.

b) Jos kuorman koko kaksinkertaistetaan, hiekkakasan siirtämiseen tarvittavien kuormien lukumäärä puolittuu.

Kuormien lukumäärä ja kuorman koko muuttuvat käänteisessä suhteessa, joten ne ovat kääntäen verrannolliset.

c) Jos mainoksen kestoaika kaksinkertaistuu, hintakin kaksinkertaistuu. Mainoksen kestoaika ja hinta muuttuvat samassa suhteessa, joten ne ovat suoraan verrannolliset.

d) Mitä useammalle syöjälle ruoka jaetaan, sitä pienemmän annoksen syöjä saa. Esimerkiksi, jos syöjiä on 4, jokainen saa neljäsosan koko ruokamäärästä ja jos syöjiä on 8, jokainen saa kahdeksasosan.

Syöjien määrä ja annoksen koko muuttuvat käänteisessä suhteessa, joten ne ovat kääntäen verrannolliset.

e) Esitettävän kappaleen kestoaika on saman pituinen riippumatta kuoron koosta. Kappaleen kestoaika ja kuoron koko eivät siis muutu samassa eivätkä käänteisessä suhteessa.

Vastaus: **a)** suoraan verrannolliset **b)** kääntäen verrannolliset **c)** suoraan verrannolliset **d)** kääntäen verrannolliset **e)** ei kumpaakaan

526. **a)** Tutkitaan muuttuvatko A ja B samassa suhteessa.

Kun A muuttuu $\frac{9}{4,5} = 2$-kertaiseksi, B muuttuu

$\frac{160}{80} = 2$-kertaiseksi. Kun A muuttuu $\frac{13,5}{9} = 1,5$ -kertaiseksi, B muuttuu

$\frac{240}{160} = 1,5$-kertaiseksi.

Näin ollen A ja B voivat olla suoraan verrannolliset.

b) Huomataan, että v:n nelinkertaistuessa t:n arvo tulee $\frac{85}{340} = 0,25$-kertaiseksi. Näin ollen suureet eivät ole suoraan verrannolliset. Tutkitaan, onko suureiden v ja t tulo vakio.

$1 \cdot 340 = 340$

$4 \cdot 85 = 340$

$20 \cdot 15 = 300$

Koska tulokaan ei ole vakio, eivät suureet ole suoraan eikä kääntäen verrannolliset.

c) Huomataan, että x:n puolittuessa y:n arvo tulee $\frac{20}{10} = 2$-kertaiseksi.

Näin ollen suureet eivät ole suoraan verrannolliset. Tutkitaan, onko suureiden x ja y tulo vakio.

$1500 \cdot 10 = 15\,000$
$750 \cdot 20 = 15\,000$
$300 \cdot 50 = 15\,000$
Koska tulot ovat yhtä suuret, suureet voivat olla kääntäen verrannolliset.

Vastaus: **a)** voi olla suora verrannollisuus **b)** ei voi olla kumpikaan
c) voi olla käänteinen verrannollisuus

527.

A	B
32	8
x	5

a) Suureet ovat suoraan verrannolliset, Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{32}{x} = \frac{8}{5}$$

$$8 \cdot x = 32 \cdot 5$$
$$8x = 160 \quad \| : 8$$
$$x = 20$$

b) Suureet ovat kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{32}{x} = \frac{5}{8}$$

$$5 \cdot x = 32 \cdot 8$$
$$5x = 256 \quad \| : 5$$
$$x = 51{,}2$$

Vastaus: **a)** $x = 20$ **b)** $x = 51{,}2$

528. Merkitään kysyttyä aikaa kirjaimella x ja kirjataan tiedot taulukkoon.

Aika (h)	Talkoolaisia (kpl)
7	6
x	14

Talkoolaisten määrä ja siivoukseen käytetty aika ovat kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{7}{x}=\frac{14}{6}$$
$$14\cdot x=7\cdot 6$$
$$14x=42 \quad \| :14$$
$$x=3$$

Vastaus: 3 tunnissa

529. Merkitään kysyttyä aikaa kirjaimella x ja kirjataan tiedot taulukkoon.

Urakan kesto (d)	Päivittäinen työaika (h)
130	8
x	6

Urakan työpäivien määrä ja päivittäinen työaika ovat kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{130}{x}=\frac{6}{8}$$
$$6\cdot x=130\cdot 8$$
$$6x=1040 \quad \| :6$$
$$x=173{,}33\ldots$$

Koska 173 työpäivää ei riitä, tarvitaan 174 työpäivää.

Vastaus: 174 työpäivää

530. Kun kuuden vaeltajan joukkoon liittyy kaksi henkilöä, vaeltajia on yhteensä kahdeksan. Merkitään kahdeksan vaeltajan eväiden kestoaikaa kirjaimella x.

Vaeltajien lukumäärä	Eväiden kestoaika (vrk)
6	4
8	x

Eväiden kestoaika on kääntäen verrannollinen vaeltajien lukumäärään. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{6}{8}=\frac{x}{4}$$

$$\begin{aligned} 8 \cdot x &= 6 \cdot 4 \\ 8x &= 24 \qquad \| : 8 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Eväät riittävät kolmeksi päiväksi.

Vastaus: kolmeksi päiväksi

531. Muutetaan ajat minuuteiksi ja merkitään kysyttyä nopeutta kirjaimella x.
1 h 45 min = 60 min + 45 min = 105 min
1 h 15 min = 60 min + 15 min = 75 min

Matkaan kulunut aika (min)	Keskinopeus (km/h)
105	70
75	x

Nopeus ja aika ovat kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\begin{aligned} \frac{105}{75} &= \frac{x}{70} \\ 75 \cdot x &= 105 \cdot 70 \\ 75x &= 7350 \qquad \| : 75 \\ x &= 98 \end{aligned}$$

Keskinopeus on 98 km/h.

Vastaus: 98 km/h

VAHVISTA OSAAMISTA

532.

Suure A	Suure B
3	8
z	6
y	x

Suureiden A ja B välillä on käänteinen verrannollisuus.

a) Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä z.

$$\frac{3}{z} = \frac{6}{8}$$
$$6 \cdot z = 3 \cdot 8$$
$$6z = 24 \qquad \| : 6$$
$$z = 4$$

b) Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä y.

$$\frac{3}{y} = \frac{x}{8}$$
$$x \cdot y = 3 \cdot 8 \qquad \| : x$$
$$y = \frac{24}{x}$$

c) Sijoitetaan b-kohdan yhtälöön $x = 9$ ja lasketaan y.

$$y = \frac{24^{(3}}{9} = \frac{8}{3}$$

Vastaus: **a)** $z = 4$ **b)** $y = \frac{24}{x}$ **c)** $\frac{8}{3}$

533. Merkitään 10 litran ämpärillä uima-altaan täyttämiseen kuluvaa aikaa kirjaimella x.

Aika (s)	Ämpärin tilavuus (l)
5 min 30 s = 330 s	7,0
x	10

Täyttämiseen kuluva aika ja ämpärin koko ovat kääntäen verrannolliset.

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{330}{x}=\frac{10}{7{,}0}$$
$$10\cdot x=330\cdot 7{,}0$$
$$10x=2310 \qquad \|:10$$
$$x=231{,}0$$

10 litran ämpärillä altaan täyttäminen kestää 231,0 s, joten aikaa säästyisi 330 s – 231 s = 99 s = 1 min 39 s, joka on noin 1 min 40 s

Vastaus: noin 1 min 40 s

534. **a)** Tutkitaan muuttuvatko x ja y samassa suhteessa.

Kun x muuttuu $\frac{4}{2}=2$-kertaiseksi, y muuttuu $\frac{6}{3}=2$-kertaiseksi.

Kun x muuttuu $\frac{8}{4}=2$-kertaiseksi, y muuttuu $\frac{12}{6}=2$-kertaiseksi.

Kun x muuttuu $\frac{10}{8}=1{,}25$-kertaiseksi, y muuttuu $\frac{15}{12}=1{,}25$-kertaiseksi.

Näin ollen x ja y voivat olla suoraan verrannolliset.

b) Tutkitaan muuttuvatko x ja y samassa suhteessa.

Kun x muuttuu $\frac{20}{10}=2$-kertaiseksi, y muuttuu $\frac{25}{30}=0{,}833\ldots$-kertaiseksi.

Näin ollen x ja y eivät voi olla suoraan verrannolliset.
Tutkitaan, onko suureiden tulo vakio.
$10\cdot 30=300$
$20\cdot 25=500$
Koska suureiden tulo ei ole vakio, x ja y eivät voi olla kääntäen verrannolliset.

c) Tutkitaan muuttuvatko x ja y samassa suhteessa.

Kun x muuttuu $\frac{20}{10}=2$-kertaiseksi, y muuttuu $\frac{10}{20}=0{,}5$-kertaiseksi.

Näin ollen x ja y eivät voi olla suoraan verrannolliset.

Tutkitaan, onko suureiden tulo vakio.
$10 \cdot 20 = 200$
$20 \cdot 10 = 200$
$40 \cdot 5 = 200$
$100 \cdot 2 = 200$
Koska suureiden tulot ovat yhtä suuret, x ja y voivat olla kääntäen verrannolliset.

Vastaus: **a)** voi olla suora verrannollisuus **b)** ei voi olla kumpikaan **c)** voi olla käänteinen verrannollisuus

535. **I** $yx = 5$
Tulo on vakio, joten suureet ovat kääntäen verrannolliset.
Verrannollisuuskerroin on 5.

II $\frac{y}{x} = 2$
Suhde on vakio, joten suureet ovat suoraan verrannolliset.
Verrannollisuuskerroin on 2.

III $y = 7x$
Yhtälö on muotoa $y = kx$, joten suureet ovat suoraan verrannolliset.
Verrannollisuuskerroin on 7.

IV $y = \frac{4}{x} = 4 \cdot \frac{1}{x}$

Yhtälö on muotoa $y = k \cdot \frac{1}{x}$, joten suureet ovat kääntäen verrannolliset.

Verrannollisuuskerroin on 4.

V Kun suureen x arvo kaksinkertaistuu, suureen y arvo puolittuu, joten suureet ovat kääntäen verrannolliset.
Kääntäen verrannollisten suureiden x ja y tulo on vakio, eli saadaan yhtälö $xy = 60$.
Verrannollisuuskerroin on 60.

x	y
30	2
20	3
15	4
12	5
10	6

VI Kun suureen x arvo kaksinkertaistuu, suureen y arvo myös kaksinkertaistuu. Suureet ovat suoraan verrannolliset. Suoraan verrannollisten suureiden x ja y suhde on vakio, eli saadaan yhtälö $\frac{y}{x}=3$.

Verrannollisuuskerroin on 3.

x	y
2	6
3	9
4	12
5	15
10	30

Vastaus: I: käänteinen, 5; II: suora, 2; III: suora, 7; IV: käänteinen, 4; V: käänteinen, 60; VI: suora, 3

536. Taulukoidaan tehtävänannon arvot.

Suure x	Suure y
x	y
4	8

a) Suureet ovat suoraan verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{x}{4}=\frac{y}{8}$$

$$8x = 4y \quad \|:8$$

$$x=\frac{1}{2}y$$

Muuttujan $y = 20$ arvoa vastaava muuttujan x arvo on

$$x = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10.$$

b) Suureet ovat kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{x}{4}=\frac{8}{y}$$

$$xy = 32$$

$$x = \frac{32}{y}$$

Muuttujan $y = 20$ arvoa vastaava muuttujan x arvo on

$$x = \frac{32}{y} = \frac{32}{20}^{(4} = \frac{8}{5}.$$

Vastaus: **a)** $x = \frac{1}{2}y$, $x = 10$ **b)** $x = \frac{32}{y}$, $x = \frac{8}{5}$

537. **a)** Tiheys ρ on kappaleen massan m ja tilavuuden V osamäärä eli $\rho = \frac{m}{V}$.

Koska massa on nyt 10, saadaan yhtälö $\rho = \frac{10}{V}$. Yhtälö on muotoa

$\rho = k \cdot \frac{1}{V}$, joten suureet ovat kääntäen verrannolliset.

Aineen tiheys ja kappaleen tilavuus ovat siis kääntäen verrannolliset, jos massa on vakio.

b) Tiheys ρ on kappaleen massan m ja tilavuuden V osamäärä, joten massa on tiheyden ja tilavuuden tulo eli $\rho V = m$. Tehtävässä on annettu kappaleen massa 10,0 g, joten taulukon massa-sarakkeeseen tulee kaikille riveille 10,0. Muut puuttuvat luvut saadaan, kun tiedetään, että kahden ensimmäisen sarakkeen tulo on 10,0.

Vastaus: **a)** käänteinen
b)

Tiheys (g/cm^3)	Tilavuus (cm^3)	Massa (g)	Esimerkkiaine
0,4	25	10,0	kuusi
0,2	50	10,0	korkki
0,8	12,5	10,0	etanoli
2,0	5	10,0	betoni
0,1	100	10,0	lumi

538. **a)** Merkitään kirjaimella x aikaa, joka kuluu 15 porolta jäkälämäärän syömiseen.

Porojen lukumäärä	Aika (d)
24	50
15	x

Mitä enemmän poroja on, sitä lyhyemmän aikaa jäkäläerä riittää. Porojen lukumäärä ja aika ovat siten kääntäen verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{24}{15}=\frac{x}{50}$$
$$15\cdot x=24\cdot 50$$
$$15x=1\,200 \quad \|:15$$
$$x=80$$

Jäkäläerä riittää 80 päiväksi 15 porolle.

b) Koska aika pysyy samana, porojen lukumäärä ja jäkäläerien lukumäärä ovat suoraan verrannolliset. Merkitään kysyttyä jäkäläerien lukumäärää kirjaimella x.

Porojen lukumäärä	Jäkäläerien lukumäärä
24	1
72	x

Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{24}{72}=\frac{1}{x}$$
$$24\cdot x=72\cdot 1 \quad \|:24$$
$$x=3$$

72 porolle tarvitaan 3 jäkäläerää.

Vastaus: **a)** 80 päiväksi **b)** kolme jäkäläerää

539. **a)** Koska kaasun paine p ja tilavuus V ovat kääntäen verrannolliset, niin

$$p=k\cdot\frac{1}{V}.$$

Ratkaistaan verrannollisuuskerroin k sen tiedon avulla, että $p = 250$ kun $V = 2{,}8$.

$$
\begin{aligned}
250 &= k \cdot \frac{1}{2{,}8} \quad \| \cdot 2{,}8 \\
k &= 250 \cdot 2{,}8 \\
k &= 700
\end{aligned}
$$

Kysytty yhtälö on $p = 700 \cdot \frac{1}{V}$.

b) Lasketaan kaasun paine, kun $V = 3{,}5$.

$$p = 700 \cdot \frac{1}{3{,}5} = 200$$

Paine on 200 kPa, kun tilavuus on 3,5 dm^3.

Lasketaan kaasun tilavuus, kun $p = 400$.

$$
\begin{aligned}
400 &= 700 \cdot \frac{1}{V} \quad \| : 700 \\
\frac{400}{700} &= \frac{1}{V} \\
400 \cdot V &= 700 \cdot 1 \quad \| : 400 \\
V &= 1{,}75
\end{aligned}
$$

Tilavuus on 1,75 dm^3, kun paine on 400 kPa.

Vastaus: **a)** $p = 700 \cdot \frac{1}{V}$ **b)** 200 kPa, 1,75 dm^3

540. Merkitään talvinopeutta kirjaimella x. Tällöin kesänopeus on $x + 20$ (km/h). Kootaan tehtävänannon tiedot taulukkoon.

	Nopeus (km/h)	Aika
Talvi	x	15 min = 0,25 h
Kesä	$x + 20$	12 min = 0,2 h

Nopeus ja matkaan kulunut aika ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{x}{x+20}=\frac{0,2}{0,25}$$
$$0,25\cdot x=0,2(x+20)$$
$$0,25x=0,2x+4$$
$$0,05x=4 \quad \| :0,05$$
$$x=80$$

Talvinopeusrajoitus on 80 km/h.

Vastaus: 80 km/h

541. **a)** Yhtälöstä $U = RI$ nähdään, että jännite U ja virta I ovat suoraan verrannolliset. Verrannollisuuskertoimena on resistanssi R.

b) Ratkaisemalla R yhtälöstä $U = RI$, saadaan $R=\frac{U}{I}$ eli $R=U\cdot\frac{1}{I}$.

Yhtälöstä nähdään, että resistanssi R ja virta I ovat kääntäen verrannolliset. Verrannollisuuskertoimena on jännite U.

c) Yhtälöstä $U = RI$ nähdään, että jännite U ja resistanssi R ovat suoraan verrannolliset. Verrannollisuuskertoimena on virta I.

Vastaus: **a)** suora **b)** käänteinen **c)** suora

542. **a)** Suorakulmion pinta-ala on $x \cdot y = 50$. Suureet x ja y ovat kääntäen verrannolliset.

b) Kolmion pinta-ala on:

$$\frac{x\cdot y}{2}=15 \quad \| \cdot 2$$
$$xy=30$$

Suureet x ja y ovat kääntäen verrannolliset.

c) Tuntipalkka on $\frac{320\text{ €}}{8\text{ h}}=40\text{ € / h}$.

Tällöin palkka saadaan, kun työaika kerrotaan tuntipalkalla.

$y = 40x$
Suureet x ja y ovat suoraan verrannolliset.

Vastaus: **a)** $xy = 50$, käänteinen verrannollisuus **b)** $\frac{xy}{2} = 15$ eli $xy = 30$, käänteinen verrannollisuus **c)** $y = 40x$, suora verrannollisuus

543. **a)** Matkat ovat suoraan verrannolliset. Kun kelkkaa pyörittävän kulkema matka kaksinkertaistuu, myös kelkassa istuvan kulkema matka on kaksinkertaistunut.

b) Molemmilla kestää yhtä kauan kiertää yksi kierros. Ajat ovat suoraan verrannolliset (verrannollisuuskerroin on 1)

c) Vauhti on matka jaettuna ajalla. Yhteen kierrokseen käytetty aika on molemmilla sama. Kuljetut matkat ovat suoraan verrannolliset, joten vauhditkin ovat suoraan verrannolliset. Kun toisen vauhti kaksinkertaistuu, toisenkin vauhti kaksinkertaistuu.

d) Pyörittäjän yhden kierroksen aikana kulkema matka on
$2\pi \cdot 1\text{ m} = 2\pi\text{ m}$.
Kelkan yhden kierroksen aikana kulkema matka on $2\pi \cdot 5\text{ m} = 10\pi\text{ m}$.
Matkojen verrannollisuuskerroin on 5. Vauhtien verrannollisuuskerroin on myös 5.
Kelkassa istuvan vauhti on $5 \cdot 3\text{ km/h} = 15\text{ km/h}$.

Vastaus: **a)** suoraan **b)** suoraan **c)** suoraan **d)** 15 km/h

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

544. **a)** Koska matkaan kuluva aika t ja nopeus v ovat kääntäen verrannolliset, voidaan muodostaa yhtälö $t = k \cdot \frac{1}{v}$, jossa k on verrannollisuuskerroin. Jos nopeus v alenee 20 %, on uusi nopeus $0{,}8v$. Tällöin matkaan kuluva aika on $k \cdot \frac{1}{0{,}8v} = 1{,}25k \cdot \frac{1}{v}$. Aika pitenee siis 1,25-kertaiseksi eli pitenee 25 %.

b) Jos nopeus v kasvaa 50 %, on uusi nopeus $1{,}5v$. Tällöin matkaan kuluva aika on $k \cdot \frac{1}{1{,}5v} = 0{,}666...k \cdot \frac{1}{v}$. Aika muuttuu siis 0,67-kertaiseksi eli lyhenee 33 %.

Vastaus: **a)** pitenee 25 % **b)** lyhenee 33 %

545. **a)** Väite on tosi, koska suoraan verrannolliset suuret muuttuvat samassa suhteessa. Jos siis toinen kasvaa 15 % eli tulee 1,15-kertaiseksi, niin toinenkin tulee 1,15-kertaiseksi.

b) Väite on epätosi. Kääntäen verrannolliset suureet muuttuvat käänteisessä suhteessa. Jos toinen tulee 1,15-kertaiseksi, tulee toinen $\frac{1}{1{,}15} = 0{,}869...$ -kertaiseksi eli vähenee 100 % – 86,9…% = 13,0…%.

Vastaus: **a)** tosi **b)** epätosi

546. Merkitään stressin määrää kirjaimella y ja kuntoilun määrää kirjaimella x. Koska stressin määrä y ja kuntoilun määrä x ovat kääntäen verrannolliset, niin $y = k \cdot \frac{1}{x}$.

Lasketaan stressin määrä, kun kuntoilun määrää lisätään 20 %. Tällöin kuntoilun määrä on 120 % alkuperäisestä, eli $1{,}2x$.

$$y = k \cdot \frac{1}{1,2x} = \frac{1}{1,2} \cdot k \cdot \frac{1}{x} = 0,833... \cdot k \cdot \frac{1}{x}$$

Stressin määrä on n. 83 % alkuperäisestä, eli se vähenee n. 17 %.

Lasketaan stressin määrä, kun kuntoilun määrää vähennetään 20 %. Tällöin kuntoilun määrä on 80 % alkuperäisestä, eli 0,8x.

$$y = k \cdot \frac{1}{0,8x} = \frac{1}{0,8} \cdot k \cdot \frac{1}{x} = 1,25 \cdot k \cdot \frac{1}{x}$$

Stressin määrä on 125 % alkuperäisestä, eli se lisääntyy 25 %.

Vastaus: vähenee n. 17 %, lisääntyy 25 %

547. **a)** Merkitään äänen intensiteettiä 50 metrin päässä orkesterista kirjaimella I ja äänen intensiteettiä 15 metrin päässä orkesterista kirjaimella x.

Intensiteetti (W/m^2)	Etäisyyden neliö (m^2)
I	50^2
x	15^2

Koska äänen intensiteetti on kääntäen verrannollinen äänilähteen etäisyyden neliöön, intensiteetin ja etäisyyden neliön arvojen suhteet ovat toistensa käänteislukuja. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x intensiteetin a suhteen.

$$\frac{I}{x} = \frac{15^2}{50^2}$$
$$15^2 \cdot x = 50^2 \cdot I \quad \| : 15^2$$
$$x = 11,11\ldots I$$
$$x \approx 11,11I$$

Äänen intensiteetti 15 metrin etäisyydellä on 11,11-kertainen eli 1 111 % intensiteetistä 50 metrin etäisyydellä. Intensiteetti siis kasvoi 1 111 % – 100 % = 1 011 %.

b) Merkitään äänen intensiteettiä 50 metrin päässä orkesterista kirjaimella I, jolloin puolet siitä on 0,5I. Merkitään kysyttyä etäisyyttä kirjaimella x.

Intensiteetti (W/m^2)	Etäisyyden neliö (m^2)
I	50^2
$0{,}5I$	x^2

Koska äänen intensiteetti on kääntäen verrannollinen äänilähteen etäisyyden neliöön, intensiteetin ja etäisyyden neliön arvojen suhteet ovat toistensa käänteislukuja. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä x.

$$\frac{I}{0{,}5I} = \frac{x^2}{50^2}$$

$$0{,}5x^2 = 50^2 \qquad \| :0{,}5$$

$$x^2 = 5000$$

$$x = \pm 70{,}71\ldots \approx \pm 71$$

Negatiivinen vastaus hylätään, koska etäisyys ei voi olla negatiivinen. Äänen intensiteetti on puolet alkuperäisestä 71 metrin päässä orkesterista.

Vastaus: **a)** 1 011 %. **b)** 71 m:n etäisyydelle

548. **a)** Merkitään varausta kirjaimella Q, etäisyyttä kirjaimella r ja voimaa kirjaimella F. Koska kahden yhtä suuren sähkövarauksen toisiinsa kohdistava voima on suoraan verrannollinen varauksen neliöön, on voiman ilmaisema yhtälö muotoa $F = k_1 \cdot Q^2$, jossa k_1 on verrannollisuuskerroin. Voima on myös kääntäen verrannollinen varausten välisen etäisyyden neliöön, joten yhtälö on muotoa

$F = k_1 \cdot Q^2 \cdot k_2 \cdot \dfrac{1}{r^2}$, jossa k_1 ja k_2 ovat verrannollisuuskertoimia.

Verrannollisuuskertoimien tulo $k_1 \cdot k_2$ voidaan korvata yhdellä verrannollisuuskertoimella k. Tällöin yhtälö voidaan kirjoittaa muotoon $F = k \cdot \dfrac{Q^2}{r^2}$.

b) Jos etäisyys r kasvaa kolminkertaiseksi, etäisyyden neliö r^2 kasvaa 9-kertaiseksi. Jotta osamäärä $\frac{Q^2}{r^2}$ pysyisi muuttumattomana, tulee varauksen neliönkin Q^2 kasvaa 9-kertaiseksi ja siis varauksen Q tulee kasvaa kolminkertaiseksi.

c) Sijoitetaan $Q = 1,0\ \mu C = 1,0 \cdot 10^{-6}$ C, $r = 0,01$ m ja $F = 90$ N yhtälöön $F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$ ja ratkaistaan siitä verrannollisuuskerroin k.

$$90 = k \cdot \frac{(1,0 \cdot 10^{-6})^2}{0,01^2}$$
$$90 = 1,0 \cdot 10^{-8} k \qquad || :1,0 \cdot 10^{-8}$$
$$k = 9,0 \cdot 10^9$$

Lasketaan voima F, kun $Q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ja $r = 5,0 \cdot 10^{-15}$ m.

$$F = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(5,0 \cdot 10^{-15})^2} = 9,216 \approx 9,2$$

Voima on 9,2 N

d) Sijoitetaan $Q = 1,0$ C ja $F = 9,0 \cdot 10^5$ N yhtälöön $F = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{r^2}$ ja ratkaistaan siitä etäisyys r.

$$9 \cdot 10^5 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0^2}{r^2}$$
$$9 \cdot 10^5 = \frac{9,0 \cdot 10^9}{r^2} \qquad || \cdot r^2$$
$$9 \cdot 10^5 \cdot r^2 = 9,0 \cdot 10^9 \qquad || :(9 \cdot 10^5)$$
$$r^2 = 10\,000$$
$$r = \pm 100$$

Negatiivinen etäisyys ei ole mahdollinen, joten varausten etäisyys on 100 m.

Vastaus: **a)** $F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$ **b)** kolminkertaiseksi **c)** 9,2 N **d)** 100 m