4. PROSENTTI

4.1 Prosenttikerroin

LUO PERUSTA

401. **a)** 56 % = 0,56

b) 1 % = 0,01

c) 2,9 % = 0,029

d) 110 % = 1,1

Vastaus: **a)** 0,56 **b)** 0,01 **c)** 0,029 **d)** 1,1

402. **a)** Alkuperäistä lukua vastaa 100 %.

Kun luku kasvaa 40 %, saatu luku on 100 % + 40 % = 140 % alkuperäisestä luvusta.

Koska 140 % = 1,4, luku on kerrottava prosenttikertoimella 1,4.

b) Alkuperäistä lukua vastaa 100 %.

Kun luku pienenee 30 %, saatu luku on 100 % – 30 % = 70 % alkuperäisestä luvusta.

Koska 70 % = 0,7, luku on kerrottava prosenttikertoimella 0,7.

c) Alkuperäistä lukua vastaa 100 %.

Kun luku kasvaa 15,5 %, saatu luku on 100 % + 15,5 % = 115,5 % alkuperäisestä luvusta.

Koska 115,5 % = 1,155, niin luku on kerrottava prosenttikertoimella 1,155.

Vastaus: **a)** 1,4 **b)** 0,7 **c)** 1,155

403. **a)** Kerrointa 1,7 vastaa prosenttiluku 170 %.

Koska 170 % – 100 % = 70 %, hinta nousee 70 %.

b) Kerrointa 0,6 vastaa prosenttiluku 60 %.

Koska 100 % – 60 % = 40 %, hinta laskee 40 %.

c) Kerrointa 0,1 vastaa prosenttiluku 10 %.

Koska 100 % – 10 % = 90 %, hinta laskee 90 %.

d) Kerrointa 1,652 vastaa prosenttiluku 165,2 %.

Koska 165,2 % – 100 % = 65,2 %, hinta nousee 65,2 %.

Vastaus: **a)** nousee 70 % **b)** laskee 40 % **c)** laskee 90 %
d) nousee 65,2 %

404. Opiskelija käyttää oppitunnista muuhun kuin opiskeluun 20 %, jota vastaa prosenttikerroin 0,2.

Oppitunnista muuhun kuin opiskeluun käytetty aika on $0{,}2 \cdot 75 \text{ min} = 15 \text{ min}$.

Vastaus: 15 min

405. **a)** Koska ryhmän koko kasvaa 20 %, ryhmän uusi henkilömäärä on 100 % + 20 % = 120 % alkuperäisestä henkilömäärästä. Alkuperäistä ryhmän henkilömäärää 5 on siis kerrottava prosenttikertoimella 1,2.

Ryhmän henkilömäärä lisäyksen jälkeen on $1{,}2 \cdot 5 = 6$.

b) Koska ryhmän koko pienenee 60 %, ryhmän uusi henkilömäärä on 100 % – 60 % = 40 % alkuperäisestä henkilömäärästä. Alkuperäistä ryhmän henkilömäärää 5 on siis kerrottava prosenttikertoimella 0,4.

Ryhmän henkilömäärä pienenemisen jälkeen on $0{,}4 \cdot 5 = 2$.

Vastaus: **a)** 6 henkilöä **b)** 2 henkilöä

406. **a)** Luku 4 on $\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\ \%$ luvusta 5.

b) Lukua 4 verrataan lukuun 5, joten $\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\ \%$.

Koska luku 4 on 80 % luvusta 5, niin luku 4 on 100 % – 80 % = 20 % vähemmän kuin luku 5.

c) Lukua 5 verrataan lukuun 4, joten $\frac{5}{4} = 1{,}25 = 125\ \%$.

Koska luku 5 on 125 % luvusta 4, niin luku 5 on 125 % –100 % = 25 % enemmän kuin luku 4.

Vastaus: **a)** 80 % **b)** 20 % vähemmän **c)** 25 % enemmän

407. **a)** Lasketaan erotus: 13 € – 10 € = 3 €

b) Lasketaan suhde $\frac{13\ €}{10\ €} = 1{,}3 = 130\ \%$.
13 euroa on 130 % 10 eurosta, joten 13 euroa on 130 % – 100 % = 30 % enemmän kuin 10 euroa.

Vastaus: **a)** 3 euroa **b)** 30 %

408. **a)** Koska $\frac{369}{429}=0{,}8601\ldots\approx 0{,}86=86\,\%$, puhelimen hinta alenee
100 % – 86 % = 14 %.

b) Koska $\frac{19{,}90}{99}=0{,}2010\ldots\approx 0{,}20=20\,\%$, maton hinta alenee
100 % – 20 % = 80 %.

c) Koska $\frac{17}{15}=1{,}133\ldots\approx 1{,}13=113\,\%$, kylpylälipun hinta nousee
113 % – 100 % = 13 %.

Vastaus: **a)** alenee 14 % **b)** alenee 80 % **c)** nousee 13 %

409. **a)** Koska 28 % = 0,28, niin 28 % luvusta x voidaan laskea lausekkeella $0{,}28x$.

b) Ratkaistaan x yhtälöstä $0{,}28x = 42$.

$0{,}28x = 42 \quad \|:0{,}28$

$x=\frac{42}{0{,}28}$

$x = 150$

Vastaus: **a)** $0{,}28x$ **b)** $0{,}28x = 42$, $x = 150$

410. **a)** Kannatusprosenttien erotus on 13 – 10 = 3. Kannatus kasvoi 3 prosenttiyksikköä.

b) Kannatus kasvoi syyskuun ja maaliskuun välillä 5 prosenttiyksikköä: Koska 10 + 5 = 15, kannatus oli maaliskuussa 15 %.

Vastaus: **a)** 3 prosenttiyksikköä **b)** 15 %

VAHVISTA OSAAMISTA

411. A: 100 % + 5 % = 105 % = 1,05 eli vaihtoehto III

B: 100 % – 5 % = 95 % = 0,95 eli vaihtoehto II

C: 5 % = 0,05 eli vaihtoehto I

D: 95 % = 0,95 eli vaihtoehto II

E: 105 % = 1,05 eli vaihtoehto III

Vastaus: A: III, B: II, C: I, D: II ja E: III

412. **a) Alkuperäinen luku on 100 %, ja kun se kasvaa 100 %, uusi luku on 100 % + 100 % = 200 % = 2.**

Alkuperäinen luku on kerrottava prosenttikertoimella 2.

b) Alkuperäinen luku on 100 %, ja kun se kasvaa 250 %, uusi luku on 100 % + 250 % = 350 % = 3,5.

Alkuperäinen luku on kerrottava prosenttikertoimella 3,5.

c) Alkuperäinen luku on 100 %, ja kun se pienenee 90 %, uusi luku on 100 % – 90 % = 10 % = 0,1.

Alkuperäinen luku on kerrottava prosenttikertoimella 0,1.

Vastaus: a) 2 b) 3,5 c) 0,1

413. a) Koska $\frac{130\text{ kg}}{15\text{ kg}} = 8{,}666... \approx 8{,}67 = 867\ \%$, ruista kulutettiin 1900-luvun alussa 867 % – 100 % = 767 % enemmän kuin 2000-luvun alussa.

b) Koska $\frac{15 \text{ kg}}{130 \text{ kg}} = 0{,}115... \approx 0{,}12 = 12\ \%$, ruista kulutettiin 2000-luvun alussa 100 % – 12 % = 88 % vähemmän kuin 1900-luvun alussa.

Vastaus: **a)** 767 % **b)** 88 %

414. Merkitään auton alkuperäistä hintaa kirjaimella x.
Auton alkuperäisestä hinnasta saa 5 % alennusta, joten hinnasta jää jäljelle 100 % – 5 % = 95 %. Koska 95 % = 0,95, auton lopullisen myyntihinnan lauseke on $0{,}95x$. Lopullinen myyntihinta on toisaalta 9975 €.

Ratkaistaan auton alkuperäinen hinta yhtälöstä $0{,}95x = 9975$.

$0{,}95x = 9975 \quad || : 0{,}95$

$x = \frac{9975}{0{,}95}$

$x = 10\,500$

Auton alkuperäinen hinta oli 10 500 €.

Vastaus: 10 500 euroa

415. **a)** Keväällä 2018 ja keväällä 2017 osallistujia oli yhteensä
14 108 + 12 284 = 26 392.

Arvosana nousi yhteensä 6566 + 6098 = 12 664 osallistujalla.

Arvosanoista nousi $\frac{12\,664}{26\,392} = 0{,}4798... \approx 0{,}48 = 48\ \%$.

Syksyllä 2018 ja syksyllä 2017 osallistujia oli yhteensä
7159 + 6505 = 13 664.

Arvosana nousi yhteensä 2281 + 2121 = 4402 osallistujalla.

Arvosanoista nousi $\frac{4402}{13\,664} = 0{,}3221... \approx 0{,}32 = 32\ \%$.

b) Koska 48 – 32 = 16, a-kohdan prosenttiosuudet eroavat toisistaan 16 prosenttiyksikköä.

Vastaus: **a)** keväällä 48 % ja syksyllä 32 % **b)** 16 prosenttiyksikköä

416. Osamaksulla maksettaessa työtuolin hintaan lisätään avausmaksu ja kolme kertaa laskutuslisä, joten osamaksulla tuolin hinta on
162 € + 9,90 € + 3 · 3,95 € = 183,75 €.

Lasketaan, kuinka prosenttia osamaksulla maksettu hinta on käteismaksun hinnasta.

$$\frac{183{,}75\ €}{162\ €} = 1{,}134... \approx 1{,}13 = 113\ \%.$$

Osamaksulla maksettaessa työtuolin hinta on 113 % – 100 % = 13 % suurempi kuin käteismaksulla maksettaessa.

Vastaus: 13 %

417. **a)** Lukujen erotus on $\frac{3}{4} - {}^{2)}\frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$.

b) Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku $\frac{3}{4}$ on luvusta $\frac{1}{2}$.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{\cancel{4}_{2}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{1} = \frac{3}{2} = 1{,}5 = 150\ \%$$

Luku $\frac{3}{4}$ on 150 % – 100 % = 50 % suurempi kuin luku $\frac{1}{2}$.

c) Merkitään kyseistä lukua kirjaimella x. Lukua x kasvatetaan 40 %, joten sitä kerrotaan luvulla 100 % + 40 % = 140 % = 1,40.

Kasvanut luku on $\frac{7}{6}$.

Ratkaistaan x yhtälöstä $1,40x = \frac{7}{6}$.

$$1,40x = \frac{7}{6}$$
$$\frac{14}{10}x = \frac{7}{6} \qquad \| : \frac{14}{10}$$
$$x = \frac{7}{6} : \frac{14}{10}$$
$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{2}{\cancel{14}}}$$
$$x = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}$$
$$x = \frac{5}{6}$$

Vastaus: **a)** $\frac{1}{4}$ **b)** 50 % **c)** $\frac{5}{6}$

418. Kun ruokasuolaliuos on kylläinen, liuosta on 200 g + 71,4 g = 271,4 g.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia suolan määrä on koko liuoksen määrästä.

$$\frac{71,4\text{ g}}{271,4\text{ g}} = 0,2630... \approx 0,263 = 26,3\ \%$$

Vastaus: 26,3 %

419. **a)** Kolmessa vuodessa bonus kasvaa 3 · 5 = 15 prosenttiyksikköä, eli vakuutusmaksun bonus on 15 prosenttiyksikköä suurempi kolmen vuoden kuluttua kuin alkuperäisessä tilanteessa.

b) Liikennevakuutuksen vuosimaksusta maksetaan 45 % bonuksella
100 % – 45 % = 55 %, joten vakuutusmaksu on
0,55 · 772,90 € = 425,095 € ≈ 425,10 €.

Kolmen vahingottoman vuoden jälkeen bonus on 45 % + 15 % = 60 %, jolloin maksettavaksi jää 40 % vuosimaksusta eli
0,40 · 772,90 € = 309,16 €.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia uusi vakuutusmaksu on alkuperäisestä vakuutusmaksusta.

$$\frac{309{,}16\text{ €}}{425{,}10\text{ €}} = 0{,}727\ldots \approx 0{,}73 = 73\,\%$$

Vakuutuksen hinta kolmen vuoden jälkeen on noin
100 % – 73 % = 27 % pienempi.

Vastaus: **a)** 15 prosenttiyksikköä **b)** 27 %

420. **a)** Lasketaan, kuinka monta prosenttia puolueen äänimäärä muuttui edellisiin vaaleihin verrattuna.

$$\frac{550\,000}{540\,000} = 1{,}0185\ldots \approx 1{,}019 = 101{,}9\,\%$$

Koska puolueen äänimäärä oli 101,9 % edellisten vaalien äänimäärästä, äänimäärä kasvoi noin
101,9 % – 100 % = 1,9 %.

b) Lasketaan, kuinka monta prosenttia puolueen saama äänimäärä oli kaikista annetuista äänistä.

$$\frac{550\,000}{2\,930\,000} = 0{,}1877\ldots = 18{,}77\ldots\,\%$$

Edellisissä vaaleissa puolueen saama äänimäärä kaikista annetuista äänistä oli prosentteina

$$\frac{540\,000}{2\,820\,000} = 0{,}1914\ldots = 19{,}14\ldots\,\%\,.$$

Muutos prosenttiyksikköinä on

$18{,}77... - 19{,}14... = -0{,}377... \approx -0{,}4.$

c) Annettujen äänien määrä kasvoi suhteellisesti (eli prosentteina) enemmän kuin puolueen äänimäärä.

Vastaus: **a)** Kasvoi 1,9 %. **b)** Väheni 0,4 prosenttiyksikköä.
c) Annettujen äänien määrä kasvoi suhteellisesti (eli prosentteina) enemmän kuin puolueen äänimäärä.

421. Merkitään oppikirjan verotonta hintaa kirjaimella x.
Kirjan verottomaan hintaan lisätään 10 prosentin arvonlisävero. Koska 100 % + 10 % = 110 % = 1,10, verollinen hinta saadaan, kun veroton hinta kerrotaan luvulla 1,10.

Ratkaistaan kirjan veroton hinta yhtälöstä $1{,}10x = 25{,}30$.

$$1{,}10x = 25{,}30 \quad \| : 1{,}10$$
$$x = 23$$

Arvonlisävero on 10 % verottomasta hinnasta, eli $0{,}10 \cdot 23\ € = 2{,}30\ €$.

Merkitään kynän verotonta hintaa kirjaimella y.
Kynän verottomaan hintaan lisätään 24 prosentin arvonlisävero. Koska 100 % + 24 % = 124 % = 1,24, verollinen hinta saadaan, kun veroton hinta kerrotaan luvulla 1,24.

Ratkaistaan kynän veroton hinta yhtälöstä $1{,}24x = 2{,}95$.

$$1{,}24x = 2{,}95 \quad \| : 1{,}24$$
$$x = 2{,}379\ldots$$
$$x \approx 2{,}38$$

Arvonlisävero on 24 % verottomasta hinnasta, eli
$0{,}24 \cdot 2{,}38\ € = 0{,}5712\ € \approx 0{,}57\ €$.

Vastaus: kirja 2,30 €, kynä 0,57 €

422. Tapa A:
Tuotetta on muutoksen jälkeen $1{,}3 \cdot 200$ ml = 260 ml.

Yksikköhinta on tällöin $\frac{15\ €}{260\ \text{ml}} = 0,0576...\ €/\text{ml} \approx 0,058\ € / \text{ml}$.

Tapa B:
Alennettu hinta on 0,7 · 15 € = 10,50 €.
Yksikköhinta on $\frac{10,50\ €}{200\ \text{ml}} = 0,0525\ €/\text{ml}$

Tavan B yksikköhinta on edullisempi, joten se on kuluttajan kannalta edullisempi vaihtoehto.

Mikäli tuotteen valmistuskustannukset ovat pakkauskoosta riippumattomia, myyjä saa enemmän tuottoa tavalla A. Myyjälle edullisempi on tapa A.

Vastaus: kuluttajalle B, myyjälle A (Jos valmistuskustannukset eivät riipu pakkauskoosta.)

423. Merkitään kirjaimella x lisättävän suolan määrää grammoina.
Koska 0,500 kg = 500 g, liuosta on yhteensä 500 + x (g).

Suolan määrän suhde liuoksen määrään on 0,9 ‰ = 0,009, joten ratkaistaan lisättävän suolan määrä yhtälöstä $\frac{x}{500+x} = 0,009$.
Yhtälön ratkaisuksi saadaan ohjelmalla $x = 4,540... \approx 4,54$, joten suolaa tulee lisätä 4,54 grammaa.

Vastaus: 4,54 g

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

424. Merkitään ostohintaa kirjaimella x. Kun ostohintaan lisätään myyntikate (100 % + 77,5 % = 177,5 % = 1,775), saadaan 1,775x.

Myyntihinta voidaan nyt esittää yhtälönä 3,56 + 0,42 + 1,775x = 6,10.
Ratkaistaan yhtälöstä ostohinta x ohjelmalla.
Ratkaisuksi saadaan $x = 1,194... \approx 1,19$.

Myyntikate on 0,775 · 1,19 € = 0,922... € ≈ 0,92 €.

Myyntikatteen osuus myyntihinnasta $\frac{0{,}92\text{ €}}{6{,}10\text{ €}} = 0{,}150... \approx 0{,}15 = 15\ \%$.

Vastaus: 1,19 € ja 15 %

425. **a)** Liuoksessa on glukoosia 0,12 · 2 kg = 0,24 kg.
Liuosta on yhteensä 2 kg + 1 kg = 3 kg.

Liuoksen glukoosipitoisuus on $\frac{0{,}24\text{ kg}}{3\text{ kg}} = 0{,}08 = 8\ \%$.

b) Liuoksessa on glukoosia yhteensä 0,08 · 3 kg + 0,25 kg = 0,49 kg.
Liuosta on yhteensä 3 kg + 0,25 kg = 3,25 kg.

Liuoksen glukoosipitoisuus on $\frac{0{,}49\text{ kg}}{3{,}25\text{ kg}} = 0{,}150... \approx 0{,}15 = 15\ \%$.

c) Liuoksessa on glukoosia yhteensä 0,05 · 3 kg + 0,07 · 2 kg = 0,29 kg.
Liuosta yhteensä 3 kg + 2 kg = 5 kg.

Liuoksen glykoosipitoisuus on $\frac{0{,}29\text{ kg}}{5\text{ kg}} = 0{,}058 = 5{,}8\ \% \approx 6\ \%$.

Vastaus: **a)** 8 % **b)** 15 % **c)** 6 %

426. Merkitään kiinteäkorkoisten sijoitusten vuosittaista prosenttikerrointa kirjaimella x.

Sijoitusten vuosittainen kokonaisarvo voidaan esittää muodossa
$1{,}050 \cdot 5200 + x \cdot 6800 = 5460 + 6800x$.

Koska sijoitusten kokonaisarvo nousi 3,3 %, sijoitusten kokonaisarvo oli
$1{,}033 \cdot (5200 + 6800) = 12396$.

Ratkaistaan x yhtälöstä $5460 + 6800x = 12396$.

Ratkaisuksi saadaan ohjelmalla $x = 1{,}020 = 102{,}0$ %.

Kiinteäkorkoisten sijoitusten vuosittainen korkoprosentti oli 102,0 % – 100 % = 2,0 %.

Vastaus: 2,0 %.

427. Promille ‰ tarkoittaa tuhannesosaa, $10\text{ ‰} = \dfrac{10}{1000} = 0{,}010$.
10 litraa Itämeren vettä sisältää suolaa $0{,}010 \cdot 10\text{ kg} = 0{,}1\text{ kg}$.

Kun 10 litraan Itämeren vettä lisätään x litraa vettä, suolapitoisuus määritetään lausekkeesta $\dfrac{0{,}1}{10+x}$.

Makean veden suolapitoisuus on 500 ppm $= \dfrac{500}{1\,000\,000} = 0{,}0005$.

Lisättävän veden määrä voidaan ratkaista yhtälöstä $\dfrac{0{,}01}{10+x} = 0{,}0005$.
Yhtälön ratkaisuksi saadaan ohjelmalla $x = 190$.

Koska yhdessä sangossa on 10 litraa vettä, tarvitaan suolatonta sadevettä $\dfrac{190}{10} = 19$ sangollista.

Vastaus: 19 sangollista

428. Merkitään käyttökustannuksia kirjaimella a.

Polttoainekustannukset ovat 35 % käyttökustannuksista, eli $0{,}35a$.

Muut kustannukset ovat 100 % – 35 % = 65 % käyttökustannuksista, eli $0{,}65a$.

Käyttökustannukset saavat kasvaa 10 % eli ovat lopulta $1{,}1a$.

Merkitään kirjaimella x polttoaineen kallistumisen prosenttikerrointa.
Kasvaneet polttoainekulut ovat $x \cdot 0{,}35a = 0{,}35ax$.
Kasvaneet käyttökustannukset ovat $0{,}35ax + 0{,}65a$. Toisaalta käyttökustannukset ovat $1{,}1a$. Ratkaistaan prosenttikerroin x yhtälöstä $0{,}35ax + 0{,}65a = 1{,}1a$.
Yhtälön ratkaisuksi saadaan ohjelmalla

$$x = \frac{9}{7} = 1{,}28571... \approx 1{,}286 = 128{,}6\ \%.$$

Polttoaine voi kallistua 128,6 % – 100 % = 28,6 %.

Vastaus: 28,6 %

429. Merkitään kirjaimella x tarvittavan 2,0 %:n suolaliuoksen massaa ja kirjaimella y tarvittavan 5,0 %:n suolaliuoksen massaa.

Liuosta tarvitaan yhteensä 6,0 kg, joten saadaan yhtälö $x + y = 6$.

x kilogrammassa 2,0 % suolaliuosta on suolaa $0{,}02x$ (kg) ja
y kilogrammassa 5,0 % suolaliuosta on suolaa $0{,}05y$ (kg).

Tavoitteena olevassa suolaliuoksessa suolaa on
$0{,}03 \cdot 6{,}0$ kg = 0,18 kg, joten saadaan yhtälö $0{,}02x + 0{,}05y = 0{,}18$.

Ratkaistaan tarvittavien suolaliuosten määrät yhtälöparista

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 0{,}02x + 0{,}05y = 0{,}18 \end{cases}.$$

Yhtälöparin ratkaisuksi saadaan ohjelmalla $x = 4$ ja $y = 2$.

2,0 % suolaliuosta tarvitaan 4,0 kg ja 5,0 % tarvitaan 2,0 kg.

Vastaus: 2-prosenttista liuosta 4,0 kg ja 5-prosenttista liuosta 2,0 kg

430. Merkitään rusinoiden painoa kirjaimella x. Taulukoidaan viinirypäleiden ja rusinoiden massa, veden massa sekä muiden aineiden massa.

	Yhteensä (kg)	Vettä (kg)	Muut aineet (kg)
Viinirypäleet	100	80	20

Rusinat	x	$0{,}2x$	$0{,}8x$

Muiden aineiden määrä ei muutu vettä haihduttaessa eli se on sama viinirypäleissä ja rusinoissa. Tästä saadaan yhtälö $0{,}8x = 20$. Ratkaistaan yhtälöstä rusinoiden paino x ohjelmalla. Ratkaisuksi saadaan $x = 25$.

Vettä on haihdutettava 100 kg – 25 kg = 75 kg.

Vastaus: 75 kg

4.2 Prosentuaalisia muutoksia

LUO PERUSTA

431. Ensimmäisen muutoksen prosenttikerroin on 100 % + 20 % = 120 % = 1,2.

Toisen muutoksen prosenttikerroin on 100 % + 10 % = 110 % = 1,1.

Osallistujien lukumäärä toisen muutoksen jälkeen on $1{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 50$ eli vaihtoehto D.

Vastaus: D

432. **a)** Vuokra ennen korotuksia on 700 €. Ensimmäinen korotus on 3,0 %, joten ensimmäisen korotuksen prosenttikerroin on 100 % + 3 % = 103 % = 1,03.

Vuokra ensimmäisen korotuksen jälkeen on $1{,}03 \cdot 700$ € = 721 €.

b) Toinen korotus on 2,5 %. Toisen korotuksen prosenttikerroin on 100 % + 2,5 % = 102,5 % = 1,025.

Vuokra toisen korotuksen jälkeen on $1{,}025 \cdot 721$ € = 739,025 ≈ 739 €

Vastaus: **a)** 721 € **b)** 739 €

433. Kengät maksoivat aluksi 100 €.
Prosenttikertoimet:
12 % nousu: 100 % + 12 % = 112 % = 1,12
10 % alennus: 100 % – 10 % = 90 % = 0,90
25 % alennus: 100 % – 25 % = 75 % = 0,75

Kengät maksoivat lopulta 0,75 · 0,90 · 1,12 · 100 € = 75,60 €.

Vastaus: 75,60 €

434. **a)** Tuotteen hinta on ensimmäisen korotuksen jälkeen 100 % + 50 % = 150 % alkuperäisestä hinnasta.

Hinta on ensimmäisen korotuksen jälkeen 1,5 · 20 € = 30 €.

Kun tuotteen 30 euron hintaa korotetaan uudelleen 50 %, lopullinen hinta on 1,5 · 30 € = 45 €.

Väite on väärin. Tuotteen lopullinen hinta on 45 €.

b) Tuotteen hinta on ensimmäisen alennuksen jälkeen 100 % – 50 % = 50 % alkuperäisestä hinnasta.

Hinta on ensimmäisen alennuksen jälkeen 0,5 · 20 € = 10 €. Kun tuotteen 10 euron hintaa alennetaan uudelleen 50 %, lopullinen hinta on 0,5 · 10 € = 5 €.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia 5 euroa on 20 eurosta:

$$\frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\,\%.$$

Tuotteen hinta alennusten jälkeen on 25 % alkuperäisestä hinnasta, joten tuotteen hintaa on alentunut 100 % – 25 % = 75 %.

Väite on väärin. Tuotteen hinta alenee 75 %.

Vastaus: **a)** Väite on väärin. Lopullinen hinta on 45 €.
b) Väite on väärin. Hinta alenee yhteensä 75 %.

435. **a)** Hinta nousee10 %, joten uusi hinta on 100 % + 10 % = 110 % hinnasta a.
Koska 110 % = 1,1, uutta hintaa kuvaa lauseke 1,1a.

b) Hinta laskee 20 %, joten uusi hinta on 100 % – 20 % = 80 % hinnasta a.
Koska 80 % = 0,8, uutta hintaa kuvaa lauseke 0,8a.

c) 2 %:n nousua kuvaa prosenttikerroin
100 % + 2 % = 102 % = 1,02.

14 %:n laskua kuvaa prosenttikerroin
100 % – 14 % = 86 % = 0,86.

Uutta hintaa kuvaa lauseke 0,86 · 1,02a = 0,8772a.

Vastaus: **a)** 1,1a **b)** 0,8a **c)** 0,8772a

436. **a)** Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 1,3. Prosenttikerrointa 1,3 vastaa prosenttiluku 130 %. Hinta nousee 130 % – 100 % = 30 %.

b) Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 0,7. Prosenttikerrointa 0,7 vastaa prosenttiluku 70 %. Hinta laskee 100 % – 70 % = 30 %.

c) Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 1,058. Prosenttikerrointa 1,058 vastaa prosenttiluku 105,8 %. Hinta nousee 105,8 % – 100 % = 5,8 %.

d) Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 0,433. Prosenttikerrointa 0,433 vastaa prosenttiluku 43,3 %. Hinta laskee 100 % – 43,3 % = 56,7 %.

Vastaus: **a)** nousee 30 % **b)** laskee 30 % **c)** nousee 5,8 %
d) laskee 56,7 %

437. **a)** 20 %:n alennusta vastaa prosenttikerroin 100 % – 20 % = 80 % = 0,80 ja 30 %:n alennusta 100 % – 30 % = 70 % = 0,70.

Jos alkuperäinen hinta on x, alennettu hinta on $0{,}70 \cdot 0{,}80x = 0{,}56x$.

b) Housujen alennettu hinta on 47,60 €.
Ratkaistaan alkuperäinen hinta x yhtälöstä $0{,}56x = 47{,}60$.

$$0{,}56x = 47{,}60 \quad \|:0{,}56$$
$$x = 85$$

Housujen alkuperäinen hinta oli 85,00 €.

Vastaus: **a)** $0{,}56x$ **b)** 85,00 €

438. **a)** Merkitään kuukausipalkkaa ennen korotuksia kirjaimella x.
1 %:n korotusta vastaa prosenttikerroin 100 % + 1 % = 101 % = 1,01 ja 2 %:n korotusta 100 % + 2 % = 102 % = 1,02.

Palkka korotusten jälkeen on $1{,}02 \cdot 1{,}01x = 1{,}0302x$.

b) Palkkaa korotusten jälkeen kuvaa a-kohdan mukaan lauseke $1{,}0302x$, joten kuukausipalkka ennen korotuksia saadaan yhtälöstä
$1{,}0302x = 3245{,}13$

$$1{,}0302x = 3245{,}13 \quad \|:1{,}0302$$
$$x = \frac{3245{,}13}{1{,}0302} = 3150$$

Kuukausipalkka ennen korotuksia oli 3150,00 €.

Vastaus: **a)** $1{,}0302x$ **b)** 3150,00 €

439. 15 %:n nousua vastaa prosenttikerroin 100 % + 15 % = 115 % = 1,15 ja 10 %:n alennusta 100 % – 10 % = 90 % = 0,90.

Merkitään takin hintaa ennen sesongin alkua kirjaimella x.
Takin muutosten jälkeisen hinnan lauseke on $0{,}90 \cdot 1{,}15x = 1{,}035x$. Takin hinta muutosten jälkeen on toisaalta 93,15 euroa.

Ratkaistaan takin hinta ennen sesonkia yhtälöstä $1{,}035x = 93{,}15$.

$1{,}035x = 93{,}15 \quad || : 1{,}035$

$x = 90$

Takin hinta ennen sesongin alkua oli 90,00 €.

Vastaus: 90,00 €

440. Korkoprosentin prosenttikerroin on 100 % + 0,95 % = 100,95 % = 1,0095.

a) Tilillä on rahaa vuoden kuluttua $1{,}0095 \cdot 1500$ € = 1514,25 €.

b) Korko maksetaan viiden vuoden ajan vuosittain.
1500 euron talletus tulee vuosittain 1,0095-kertaiseksi, eli se on viiden vuoden kuluttua
$1{,}0095^5 \cdot 1500$ € = 1572,616... € ≈ 1572, 62 €.

Vastaus: **a)** 1514,25 € **b)** 1572, 62 €

441. Korkoa maksetaan 1,25 % vuodessa. 1,25 prosentin nousua vastaa prosenttikerroin 100 % + 1,25 % = 101,25 % = 1,0125.

Korko maksetaan kuuden vuoden ajan vuosittain.
8000 euron talletus tulee vuosittain 1,0125-kertaiseksi, eli se on kuuden vuoden kuluttua
$1{,}0125^6 \cdot 8000$ € = 8619,065 € ≈ 8619,07 €.

Vastaus: 8619,07 €

442. Merkitään vuotuisen koron prosenttikerrointa kirjaimella x. Tilille maksetaan korkoa kolmena peräkkäisenä vuotena, joten sillä on rahaa kolmannen vuoden lopussa $x \cdot x \cdot x \cdot 4000$ € $= x^3 \cdot 4000$ €.

Tämän rahasumman tiedetään olevan 4108,97 €, joten saadaan yhtälö $x^3 \cdot 4000 = 4108{,}97$. Ratkaistaan yhtälöstä prosenttikerroin x.

$x^3 \cdot 4000 = 4108{,}97 \quad || : 4000$

$x^3 = 1{,}02724...$

$$x = \sqrt[3]{1,02724...}$$
$$x = 1,008999...$$
$$x \approx 1,0090$$

Prosenttikerrointa 1,0090 vastaa prosenttiluku 100,90 %.

Tilin vuotuinen korkoprosentti oli 100,90 % –100 % = 0,90 %.

Vastaus: 0,90 %

443. Merkitään osakkeiden arvon vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella x.

Osakkeiden alkuperäinen arvo 2800 € kasvaa kahden vuoden ajan, joten niiden arvo lopulta on $x \cdot x \cdot 2800$ € $= x^2 \cdot 2800$ €. Koska tämän arvon tiedetään olevan 3175,83 €, saadaan yhtälö $x^2 \cdot 2800 = 3175,83$. Ratkaistaan yhtälöstä prosenttikerroin x.

$$x^2 \cdot 2800 = 3175,83 \quad ||: 2800$$
$$x^2 = 1,134225$$
$$x = \sqrt{1,134225} \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{1,134225}$$
$$x = 1,065 \quad \text{tai} \quad x = -1,065$$

Prosenttikerroin kuvaa osakkeiden arvon nousua, joten se on positiivinen. Hylätään siis yhtälön negatiivinen ratkaisu.

Koska 1,065 = 106,5 %, osakkeiden arvo on kohonnut vuodessa keskimäärin 106,5 % – 100 % = 6,5 %.

Vastaus: 6,5 %

VAHVISTA OSAAMISTA

444. **a)** 2 %:n korotusta kuvaa prosenttikerroin 100 % + 2 % = 102 % = 1,02.

5 %:n korotusta kuvaa prosenttikerroin 100 % + 5 % = 105 % = 1,05.

Uutta hintaa kuvaa lauseke $1{,}05 \cdot 1{,}02a = 1{,}071a$.

Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 1,071. Prosenttikerrointa 1,071 vastaa prosenttiluku 107,1 %. Hinta nousee 107,1 % – 100 % = 7,1 %.

b) 3 %:n korotusta kuvaa prosenttikerroin
100 % + 3 % = 103 % = 1,03.

4 %:n korotusta kuvaa prosenttikerroin
100 % + 4 % = 104 % = 1,04.

10 %:n korotusta kuvaa prosenttikerroin
100 % + 10 % = 110 % = 1,10.

Uutta hintaa kuvaa lauseke $1{,}10 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}03a = 1{,}17832a$.

Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 1,17832. Prosenttikerrointa 1,17832 vastaa prosenttiluku 117,832 %. Hinta nousee 117,832 % – 100 % = 17,832 % ≈ 17,8 %.

Vastaus: **a)** nousee 7,1 % **b)** nousee 17,8 %

445. **a)** Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella a.
Prosenttikertoimet:
30 %:n nousu: 100 % + 30 % = 130 % = 1,3
20 %:n lasku: 100 % – 20 % = 80 % = 0,80

Hinta muutosten jälkeen on $0{,}80 \cdot 1{,}3 \cdot a = 1{,}04a$.

Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 1,04. Prosenttikerrointa 1,04 vastaa prosenttiluku 104 %. Hinta nousee 104 % – 100 % = 4 %.

Hinta nousee kaikkiaan 4 %.

b) Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella a.
Prosenttikertoimet:
30 %:n lasku: 100 % – 30 % = 70 % = 0,70

20 %:n nousu: 100 % + 20 % = 120 % = 1,20

Hinta muutosten jälkeen on $1{,}20 \cdot 0{,}7 \cdot a = 0{,}84a$.

Alkuperäinen hinta a on kerrottu prosenttikertoimella 0,84. Prosenttikerrointa 0,84 vastaa prosenttiluku 84 %. Hinta laskee 100 % – 84 % = 16 %.

Hinta laskee kaikkiaan 16 %.

Vastaus: **a)** nousee 4 % **b)** laskee 16 %

446. Merkitään alkuperäistä popolaation kokoa kirjaimella a. Populaation koko kasvaa 5 % vuosittain, joten se tulee joka vuosi 100 % + 5 % = 105 % = 1,05-kertaiseksi.

Populaation koko kymmenen vuoden kuluttua on
$1{,}05^{10} \cdot a = 1{,}62889...\, a \approx 1{,}63a$

Alkuperäinen populaation koko a on kerrottu prosenttikertoimella 1,63. Prosenttikerrointa 1,63 vastaa prosenttiluku 163 %. Populaation koko kymmenen vuoden kuluttua on siis 163 % – 100 % = 63 % alkuperäistä suurempi.

Vastaus: 63 %

447. Merkitään osakkeen alkuperäistä arvoa kirjaimella a.
Prosenttikertoimet:
8,1 %:n nousu: 100 % + 8,1 % = 108,1 % = 1,081
6,4 %:n nousu: 100 % + 6,4 % = 106,4 % = 1,064
14,5 %:n lasku: 100 % – 14,5 % = 85,5 % = 0,855

Osakkeen arvo muutosten jälkeen on
$0{,}855 \cdot 1{,}064 \cdot 1{,}081 \cdot a = 0{,}9834...\, a \approx 0{,}983a$.

Alkuperäinen osakkeen arvo a on kerrottu prosenttikertoimella 0,983. Prosenttikerrointa 0,983 vastaa prosenttiluku 98,3 %. Osakkeen arvo kolmen vuoden jälkeen on siis 100 % – 98,3 % = 1,7 % alkuperäistä pienempi.

Vastaus: laski 1,7 %

448. Merkitään myytyjen banaanien määrää kirjaimella a.
Prosenttikertoimet:
2,5 %:n väheneminen: 100 % – 2,5 % = 97,5 % = 0,975
5,4 %:n kasvaminen: 100 % + 5,4 % = 105,4 % = 1,054
6,0 %:n kasvaminen: 100 % + 6,0 % = 106,0 % = 1,060

Kolmen muutoksen jälkeen myytyjen banaanien määrä oli
$1{,}060 \cdot 1{,}054 \cdot 0{,}975 \cdot a = 1{,}0893...a \approx 1{,}089a$

Muutosten jälkeistä myytyjen banaanien määrää kuvaa lauseke $1{,}089a$, jossa alkuperäistä määrää on kerrottu prosenttikertoimella 1,089.

Koska 1,089 = 108,9 %, banaanien maailmankauppa kasvoi 108,9 % – 100 % = 8,9 %.

Vastaus: kasvoi 8,9 %

449. Hotellihuoneen alkuperäinen hinta on a.
Hintaa korotetaan 20 %, joten hinta korotuksen jälkeen on $1{,}20a$.

Korotettua hintaa lasketaan 20 %. Koska 100 % – 20 % = 80 % = 0,80, alennettu hinta on $0{,}80 \cdot 1{,}20a = 0{,}96a$.

Lopullinen hinta on siis 100 % – 96 % = 4 % pienempi kuin alkuperäinen hinta.

Vastaus: 4 % alkuperäistä pienempi

450. Merkitään ensimmäisellä viikolla myytyjen kaurajuomatölkkien määrää kirjaimella x.
20 %:n kasvua vastaava prosenttikerroin on 1,20.
Ensimmäisellä viikolla myytiin x tölkkiä.

Toisella viikolla myytiin $1{,}20x$ tölkkiä.
Kolmannella viikolla myytiin $1{,}20^2x$.
Tiedetään, että kolmannella viikolla myytiin 159 tölkkiä, joten x saadaan ratkaistua yhtälöstä $1{,}20^2x = 159$.

$$\begin{aligned} 1{,}20^2x &= 159 \qquad \| : 1{,}20^2 \\ x &= 110{,}416... \\ x &\approx 110 \end{aligned}$$

Seurannan ensimmäisen viikon aikana myytiin 110 kaurajuomatölkkiä.

Vastaus: 110 tölkkiä

451. Koska väkiluku kasvoi vuosittain 1,4 %, väkiluku saadaan kertomalla edellisen vuoden väkiluku kertoimella 1,014.

a) Jos väkiluku olisi kasvanut prosentuaalisesti samaa vauhtia, vuonna 2020 Suomen väkiluku olisi ollut
$1{,}014^{220} \cdot 422\,000 = 8\,987\,989{,}3\ldots \approx 9\,000\,000$.

b) Merkitään kirjaimella x Suomen väkilukua vuonna 1780. Vuoden 1800 väkiluvusta ja vuotuisen kasvuprosentin tiedoista saadaan yhtälö, josta ratkaistaan x.

$$\begin{aligned} 1{,}014^{20} \cdot x &= 422\,000 \qquad \| :1{,}014^{20} \\ x &= \frac{422000}{1{,}014^{20}} \\ x &= 319\,560{,}6... \\ x &\approx 320\,000 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)** 9,0 miljoonaa **b)** 320 000

452. Merkitään muotilaukun alkuperäistä hintaa kirjaimella a.

Kauppa A:
Alkuperäisestä hinnasta saadaan ensin 20 % alennus, jolloin maksettavaksi jää 100 % – 20 % = 80 % alkuperäisestä hinnasta eli $0{,}8a$.

Toisen alennuksen jälkeen maksettavaksi jää 100 % – 25 % = 75 % alennetusta hinnasta $0{,}8a$ eli $0{,}75 \cdot 0{,}8a = 0{,}6a$.

Kauppa B:
Alennus on 40 %, jolloin maksettavaksi jää 100 % – 40 % = 60 % alkuperäisestä hinnasta.

Koska 60 % on prosenttikertoimena 0,60, alennuksen jälkeinen hinta saadaan lausekkeesta $0{,}6a$.

Molemmissa kaupoissa on alennuksien jälkeen sama hinta.

Vastaus: Molemmissa kaupoissa on sama hinta.

453. Merkitään auton todellista nopeutta kirjaimella x (km/h).
Alkuperäisillä renkailla ajettaessa nopeusmittari näyttää lukemaa $1{,}08x$.
Uusilla renkailla ajettaessa nopeusmittari näyttää lukemaa
$1{,}013 \cdot 1{,}08x = 1{,}09404x$.
Tämän lukeman tiedetään olevan 81 (km/h). Ratkaistaan todellinen nopeus yhtälöstä $1{,}09404x = 81$.

$$\begin{aligned} 1{,}09404x &= 81 \qquad \| : 1{,}09404 \\ x &= 74{,}037... \\ x &\approx 74 \end{aligned}$$

Auton todellinen nopeus on 74 km/h.

Vastaus: 74 km/h

454. Merkitään sijoituksen arvon keskimääräistä vuotuista kasvua kuvaavaa prosenttikerrointa kirjaimella x ja sijoituksen alkuperäistä arvoa kirjaimella a.
Kolmen vuoden kuluttua sijoituksen arvo on $x^3 \cdot a$. Toisaalta sijoituksen arvo on kasvanut 50 %, eli on $1{,}50a$.

Ratkaistaan prosenttikerroin x yhtälöstä $x^3a = 1{,}50a$.

$$
\begin{aligned}
x^3 a &= 1{,}50a \qquad \| : a \\
x^3 &= 1{,}50 \\
x &= \sqrt[3]{1{,}50} \\
x &= 1{,}14471\ldots \\
x &\approx 1{,}145
\end{aligned}
$$

Prosenttikerrointa 1,145 vastaa prosenttiluku 114,5 %. Sijoituksen arvo nousi yhden vuoden aikana keskimäärin 114,5 % – 100 % = 14,5 %.

Vastaus: 14,5 %

455. Taulukoidaan tietoja ennen muutosta ja muutoksen jälkeen.
3 % alentunut hinta saadaan kertomalla alkuperäinen hinta luvulla 0,97.
Hinta muutoksen jälkeen on $0{,}97 \cdot 4{,}50$ € = 4,365 € ≈ 4,37 €.

5 % pienentynyt pakkauskoko saadaan kertomalla alkuperäinen koko luvulla 0,95.
Pakkauskoko muutoksen jälkeen on $0{,}95 \cdot 1{,}0$ l = 0,95 l.

Yksikköhinta lasketaan jakamalla hinta pakkauksen koolla.

	Hinta (€)	Koko (l)	Yksikköhinta (€/l)
Ennen muutosta	4,50	1,0	$\frac{4{,}50}{1{,}0} = 4{,}5$
Muutoksen jälkeen	$0{,}97 \cdot 4{,}50 = 4{,}37$	$0{,}95 \cdot 1{,}0 = 0{,}95$	$\frac{4{,}37}{0{,}95} = 4{,}6$

Yksikköhinta muutoksen jälkeen on $\frac{4{,}6}{4{,}5} = 1{,}0222\ldots \approx 1{,}022 = 102{,}2\ \%$

ennen muutosta olleesta yksikköhinnasta.

Yksikköhinta siis nousi 102,2 % – 100 % = 2,2 %.

Vastaus: nousi 2,2 %

456. Taulukoidaan tietoja ennen muutosta ja muutoksen jälkeen.
3 %:n hinnankorotus saadaan kertomalla alkuperäinen hinta luvulla 1,03, eli muutoksen jälkeinen hinta on $1{,}03a$.

2 %:n matkustajamäärän väheneminen saadaan kertomalla alkuperäinen matkustajamäärä luvulla 0,98, eli muutoksen jälkeinen matkustajamäärä on 0,98b.
Myyntitulo on matkalipun hinnan ja matkustajamäärän tulo.

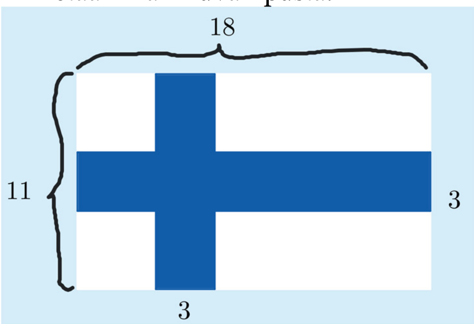
	Matkalipun hinta (€)	Matkustajamäärä (kpl)	Myyntitulo (€)
Ennen muutosta	a	b	ab
Muutoksen jälkeen	$1{,}03a$	$0{,}98b$	$1{,}03a \cdot 0{,}98b$ $= 1{,}0094ab$

Myyntitulo ennen muutosta on ab ja muutoksen jälkeen $1{,}0094ab$.
Alkuperäinen myyntitulo on siis kerrottu luvulla 1,0094.

Prosenttikerrointa 1,0094 vastaa prosenttiluku 100,94 %, joten myyntitulo kasvoi 100,94 % – 100 % = 0,94 %.

Vastaus: kasvoi 0,94 %

457. Piirretään mallikuva lipusta.



Lipun pinta-ala on $11 \cdot 18 = 198$ pinta-alayksikköä.
Sinisen ristin pinta-ala on $3 \cdot 11 + 3 \cdot 18 - 3 \cdot 3 = 78$ pinta-alayksikköä.

Lipun pinta-alasta sinistä on $\frac{78}{198} = 0{,}3939... \approx 0{,}39 = 39\,\%$.

Vastaus: 39 %

458. Merkitään ruoan verotonta hintaa kirjaimella a.

a) Verottomaan hintaan lisätään 14 % arvonlisäveroa.
100 % + 14 % = 114 % = 1,14, joten ruoan verollinen hinta 1,14a.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia verollinen hinta 1,14a on verottomasta hinnasta a.

$$\frac{\cancel{a}}{1,14\cancel{a}} = \frac{1}{1,14} = 0,877... \approx 0,88 = 88\ \%$$

Ruoan veroton hinta on 88 % verollisesta hinnasta.

b) Kun arvonlisävero on 14 %, myyntihinta on 1,14a.
Kahdella prosenttiyksiköllä alennettu arvonlisävero on 12 %, jolloin myyntihinta on 1,12a.
Lasketaan, kuinka monta prosenttia myyntihinta 1,12a on myyntihinnasta 1,14a.

$$\frac{1,12\cancel{a}}{1,14\cancel{a}} = \frac{1,12}{1,14} = 0,982456... \approx 0,982 = 98,2\%$$

Ruoan hinta alenisi 100 % – 98,2 % = 1,8 %.

Vastaus: **a)** 88 % **b)** 1,8 %

459. Merkitään tuotteen verotonta hintaa kirjaimella a.
Kun hintaan lisätään vanha arvonlisävero 23 % verottomasta hinnasta a, veron suuruus on 0,23a. Tuotteen vanha myyntihinta on
a + 0,23a = 1,23a.

Kun hintaan lisätään uusi arvonlisävero 24 % verottomasta hinnasta a, veron suuruus on 0,24a. Tuotteen uusi myyntihinta on
a + 0,24a = 1,24a.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia uusi myyntihinta 1,24a on vanhasta myyntihinnasta 1,23a.

$$\frac{1,24\cancel{a}}{1,23\cancel{a}} = 1,0081... \approx 100,8\ \%$$

Koska uusi myyntihinta on 100,8 % vanhasta myyntihinnasta, myyntihinta nousi 100,8 % – 100 % = 0,8 %.

Vastaus: 0,8 %

460. Merkitään toisessa yrityksessä saatavaa palkkaa kirjaimella a.
12 % pienempi palkka on $0{,}88a$.
Merkitään palkan korotuksen prosenttikerrointa kirjaimella x.
Ratkaistaan prosenttikerroin yhtälöstä $x \cdot 0{,}88a = a$.

$$\begin{aligned} x \cdot 0{,}88a &= a && \| : a\ (\neq 0) \\ 0{,}88x &= 1 && \| : 0{,}88 \\ x &= 1{,}13636\ldots \\ x &\approx 1{,}136 \end{aligned}$$

Työntekijän palkkaa olisi korotettava 113,6 % – 100 % = 13,6 %.

Vastaus: 13,6 %

461. Merkitään myyntimäärää lopussa kirjaimella x. Taulukoidaan annetut tiedot ja lasketaan myyntitulo, joka on tuotteen hinnan ja myyntimäärän tulo.

	Tuotteen hinta	Myyntimäärä	Myyntitulo
Aluksi	a	b	ab
Lopuksi	$1{,}15a$	x	$1{,}15xa$

Koska myyntitulo säilyi samana, saadaan yhtälö $1{,}15xa = ab$, josta ratkaistaan x.

$$\begin{aligned} 1{,}15xa &= ab \quad \| : 1{,}15a \\ x &= \frac{\cancel{a}b}{1{,}15\cancel{a}} \\ x &= \frac{1}{1{,}15}b \\ x &= 0{,}869\ldots b \\ x &\approx 0{,}87b \end{aligned}$$

Myyntimäärää lopussa kuvaa lauseke $0{,}87b$, jonka mukaan myyntimäärä on 87 % alkuperäisestä myyntimäärästä. Myyntimäärä alenee siis 100 % – 87 % = 13 %.

Vastaus: 13 %.

462. **a)** Merkitään kokonaiskustannuksia kirjaimella a, jolloin kasvaneet palkkakulut ovat $1{,}02 \cdot 0{,}5\,a = 0{,}51a$.

Kasvaneet materiaalikulut ovat $1{,}02 \cdot 0{,}5\,a = 0{,}51a$.

Alkuperäiset kokonaiskustannukset ovat a ja kohonneet kustannukset $0{,}51a + 0{,}51a = 1{,}02a$.

Kohonneet kustannukset ovat 102 % alkuperäisistä kustannuksista, eli 102 % – 100 % = 2 % suuremmat. Väite on siis väärin.

b) Merkitään tuotteen alkuperäistä hintaa kirjaimella a, jolloin noussut hinta on $1{,}25a$.
Merkitään tuotteen alkuperäistä myyntiä kirjaimella b, jolloin laskenut myynti on $0{,}80b$.

Alkuperäinen myyntitulo on ab ja kasvanut myyntitulo $1{,}25a \cdot 0{,}80b = ab$. Väite on oikein.

c) Merkitään alkuperäistä tuotantoa kirjaimella a.
Kolmessa vuodessa kasvanut tuotanto on $1{,}05 \cdot 1{,}20 \cdot 1{,}50a = 1{,}89a$.
Ratkaistaan keskimääräinen vuotuinen kasvuprosentti x yhtälöstä

$$
\begin{aligned}
x^3 \cdot a &= 1{,}89a \qquad \| : a\ (\neq 0)\\
x^3 &= 1{,}89\\
x &= \sqrt[3]{1{,}89}\\
x &= 1{,}23638...\\
x &\approx 1{,}236
\end{aligned}
$$

Vuotuinen kasvuprosentti on siis 123,6 % – 100 % = 23,6 %.

Lasketaan prosenttilukujen keskiarvo.

$$\frac{5\,\%+20\,\%+50\,\%}{3}=25\,\%$$

Koska 23,6 % ≠ 25 %, keskimääräistä vuotuista kasvuprosenttia ei saada prosenttilukujen keskiarvon avulla. Väite on väärin.

d) Merkitään palvelun alkuperäistä hintaa kirjaimella a. Neljässä vuodessa noussut hinta on $1{,}25^4a = 2{,}441...a$. Hinta nousee siis yli kaksinkertaiseksi, joten väite on väärin.

Vastaus: **a)** Väärin **b)** Oikein **c)** Väärin **d)** Väärin

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

463. Merkitään yrityksen nykyistä tulosta kirjaimella a.

Jos tulos kasvaa vuosittain 50 %, tulos neljän vuoden kuluttua on $1{,}5^4a = 5{,}0625a$.

Jos tulos kasvaa vuosittain 30 %, tulos neljän vuoden kuluttua on $1{,}3^4a = 2{,}8561a$.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia tulos 50 %:n vuotuisella kasvulla on 30 %:n vastaavasta kasvusta:

$$\frac{5{,}0625\cancel{a}}{2{,}8561\cancel{a}}=1{,}772...\approx 1{,}77=177\ \%$$

50 %:n vuotuisella kasvulla yrityksen tulos on 177 % 30 %:n vuotuiseen kasvuun verrattuna. Tulos on siis 177 % – 100 % = 77 % suurempi.

Vastaus: 77 %

464. **a)** Olkoon elokuvalipun hinta a. Tällöin filmivuokra on $0{,}45a$, verot $0{,}08a$ ja tekijänoikeusmaksut $0{,}01a$.

Teatterin ylläpidolle jää lipun hinnasta $a - 0{,}45a - 0{,}08a - 0{,}01a = 0{,}46a$.

Kun ylläpitokulut nousevat 5 %, lipun hinta olisi $1{,}05 \cdot 0{,}46a + 0{,}45a + 0{,}08a + 0{,}01a = 1{,}023a$.

Lipun hinnan lausekkeesta $1{,}023a$ nähdään, että lipun hintaa a kerrotaan luvulla 1,023. Prosenttikerrointa 1,023 vastaa prosenttiluku 102,3 %, joten lipun hintaa tulisi korottaa 102,3 % – 100% = 2,3 %.

b) Kun veron osuus nousee 2 prosenttiyksikköä, on verojen osuus lipun hinnasta 10 %. Ylläpitoon lipun hinnasta jää
$a - 0{,}45a - 0{,}1a - 0{,}01a = 0{,}44a$.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia uudet ylläpitokulut $0{,}44a$ ovat alkuperäisistä ylläpitokuluista $0{,}46a$.

$$\frac{0{,}44\cancel{a}}{0{,}46\cancel{a}} = 0{,}9565... \approx 0{,}957 = 95{,}7\ \%$$

Uudet ylläpitokulut ovat 95,7 % alkuperäisistä ylläpitokuluista, joten ylläpitokuluja on alennettava 100 % – 95,7 % = 4,3 %.

Vastaus: **a)** 2,3 % **b)** 4,3 %

465. Merkitään alkuperäistä verotonta hintaa kirjaimella a. Hintaan lisättävä arvonlisävero on 23 % verottomasta hinnasta a, joten veron suuruus on $0{,}23a$. Tuotteen myyntihinta on siten $1{,}23a$.

Merkitään alennettua verotonta hintaa kirjaimella x. Hintaan lisättävä uusi arvonlisävero on 24 % verottomasta hinnasta x, joten veron suuruus on $0{,}24x$.

Koska myyntihinta ei muutu, saadaan yhtälö $1{,}23a = 1{,}24x$, josta ratkaistaan x.

$$1{,}23a = 1{,}24x \qquad \| : 1{,}24$$
$$x = \frac{1{,}23a}{1{,}24}$$
$$x = 0{,}9919...a$$
$$x \approx 0{,}992a$$

Uusi veroton hinta on 99,2 % alkuperäisestä verottomasta hinnasta a, joten verotonta hintaa on alennettava 0,8 %.

Vastaus: 0,8 %

466. **a)** Kaksiviivainen C on kolmas puolisävelaskel yksiviivaisesta A lähtien, kun sävelen taajuus kasvaa.

Sävelen A taajuus on 440 Hz.

Sävelestä A lähtien 1. puolisävelaskeleen taajuus on $1{,}0595 \cdot 440$ Hz.

Sävelestä A lähtien 2. puolisävelaskeleen taajuus on
$1{,}0595 \cdot 1{,}0595 \cdot 440 \text{ Hz} = 1{,}0595^2 \cdot 440$ Hz.

Sävelestä A lähtien 3. puolisävelaskeleen taajuus on
$1{,}0595 \cdot 1{,}0595^2 \cdot 440 \text{ Hz} = 1{,}0595^3 \cdot 440$ Hz.

Kysytyn C-sävelen taajuus on tämän perusteella
$1{,}0595^3 \cdot 440 \text{ Hz} = 523{,}3... \text{ Hz} \approx 523$ Hz.

b) Kaksiviivainen A on 12 puolisävelaskelta yksiviivaisesta A lähtien, kun sävelen taajuus kasvaa.

Kysytyn A-sävelen taajuus on tämän perusteella
$1{,}0595^{12} \cdot 440 \text{ Hz} = 880{,}3... \text{ Hz} \approx 880$ Hz.

c) Lasketaan, kuinka monta prosenttia 880 Hz on 440 Hz:sta.

$$\frac{880 \text{ Hz}}{440 \text{ Hz}} = 2 = 200\ \%$$

Kaksiviivaisen A-sävelen taajuus on $200\ \% - 100\ \% = 100\ \%$ suurempi kuin yksiviivaisen A-sävelen taajuus.

d) Kolmiviivaisen C-sävelen taajuus on kaksinkertainen kaksiviivaisen C-sävelen taajuuteen verrattuna, joten se on $2 \cdot 523 \text{ Hz} = 1046$ Hz.

Vastaus: **a)** 523 Hz **b)** 880 Hz **c)** 100 % **d)** 1046 Hz

467. Taulukoidaan uutuuspuhelimen myyntihinta, työvoimakustannukset, muut kulut ja myyntikate ennen ja jälkeen muutosten. Muut kulut saadaan, kun myyntihinnasta vähennetään työvoimakustannusten ja myyntikatteen osuus: $100\ \% - 5\ \% - 55\ \% = 40\ \%$.

	Aluksi	Lopuksi
Myyntihinta	540 €	0,95 · 540 € = 513 €
Työvoimakustannukset	0,05 · 540 € = 27 €	1,005 · 27 € = 27,135 €
Muut kulut	0,4 · 540 € = 216 €	216 €
Myyntikate	0,55 · 540 € = 297 €	513 € – 27,135 € – 216 € = 269,865 €

Lasketaan, kuinka monta prosenttia muutoksen jälkeinen myyntikate on alkuperäisestä myyntikatteesta.

$$\frac{269{,}865\ €}{297\ €} = 0{,}9086... \approx 0{,}909 = 90{,}9\ \%$$

Myyntikatetta on pienennettävä 100 % – 90,9 % = 9,1 %.

Vastaus: 9,1 %

468. Merkitään tuoreen banaanin massaa kirjaimella a ja kuivatun banaanin massaa kirjaimella x. Taulukoidaan tuoreen ja kuivatun banaanin massa, veden ja muiden aineiden osuus.

	Banaania (kg)	Vettä (kg)	Muita aineita (kg)
Tuore	a	$0{,}74a$	$0{,}26a$
Kuivattu	x	$0{,}2x$	$0{,}8x$

Koska muiden aineiden määrä ei muutu, saadaan kuivatun banaanin massa x ratkaistua yhtälöstä $0{,}8x = 0{,}26a$.

$$\begin{aligned} 0{,}8x &= 0{,}26a \quad \| : 0{,}8 \\ x &= 0{,}325a \end{aligned}$$

Kuivatussa banaanissa on vettä $0{,}2 \cdot 0{,}325a = 0{,}065a$.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia kuivatun banaanin vesimäärä on tuoreen banaanin vesimäärästä.

$$\frac{0{,}065\cancel{a}}{0{,}74\cancel{a}} = 0{,}0878... \approx 0{,}09 = 9\ \%$$

Koska kuivatun banaanin vesimäärä on 9 % tuoreen banaanin vesimäärästä, niin vedestä on haihtunut 100 % – 9 % = 91 %.

Vastaus: 91 %.

469. Merkitään tuoreen luumun massaa kirjaimella a, jolloin luumussa olevan veden määrä on $0{,}85a$ ja muiden aineiden määrä on $0{,}15a$.

Merkitään kuivatun luumun massaa kirjaimella x. Koska kuivatun luumun vesipitoisuus on 30 %, kuivatun luumun veden määrä on $0{,}3x$ ja muiden aineiden määrä on $0{,}7x$.

Kuivatuksessa muiden aineiden määrä ei muutu, joten kuivatun luumun massa x ratkaistaan yhtälöstä $0{,}7x = 0{,}15a$.

$$0{,}7x = 0{,}15a \quad \| : 0{,}7$$
$$x = \frac{0{,}15a}{0{,}7}$$
$$x = 0{,}214...a$$

Sokerin määrä on ennen ja jälkeen kuivatuksen $0{,}085a$. Kuivatun luumun sokeripitoisuus on

$$\frac{0{,}085\cancel{a}}{0{,}214...\cancel{a}} = 0{,}396... \approx 0{,}40 = 40\ \%.$$

Vastaus: 40 %