

1. LUVUT JA LUKUALUEET

1.1 Luvut ja laskujärjestys

LUO PERUSTA

101. a) Kohta väliltä $2 < x < 3$ on F.
b) Kohta väliltä $x < -1$ on A.
c) Kohta väliltä $-1 < x < 0$, joka on lähempänä kohtaa $x = 0$ kuin kohtaa $x = -1$ on C.
d) Kohta väliltä $-1 < x < 0$, joka on lähempänä kohtaa $x = -1$ kuin kohtaa $x = 0$ on B.
e) Kohta väliltä $0 < x < 1$ on D.
f) Kohta väliltä $1 < x < 2$ on E.

Vastaus: **a)** F **b)** A **c)** C **d)** B **e)** D **f)** E

102. a) $2,1 + 6 + 14 + 0,9 = 2,1 + 20 + 0,9 = 2,1 + 0,9 + 20 = 3 + 20 = 23$
b) $0,5 \cdot 7 \cdot 100 = 0,5 \cdot 100 \cdot 7 = 50 \cdot 7 = 350$
c) $97 + 13 - 96 = 97 - 96 + 13 = 1 + 13 = 14$

Vastaus: **a)** 23 **b)** 350 **c)** 14

103. a) $3 \cdot (2 - 5) = 3 \cdot (-3) = -9$
b) $3 \cdot 2 - 5 = 6 - 5 = 1$
c) $4 - 3 \cdot (2 - 5) = 4 - 3 \cdot (-3) = 4 + 9 = 13$

$$\text{d) } 4 - 3 \cdot 2 - 5 = 4 - 6 - 5 = -2 - 5 = -7$$

Vastaus: **a)** -9 **b)** 1 **c)** 13 **d)** -7

$$104. \quad \text{a) } 6 \cdot 27 = 6 \cdot (20 + 7) = 6 \cdot 20 + 6 \cdot 7 = 120 + 42 = 162$$

$$\text{b) } \frac{24}{2+6} = \frac{24}{8} = 3$$

$$\text{c) } -5 \cdot (-0,33) \cdot (-2) = -5 \cdot (-2) \cdot (-0,33) = 10 \cdot (-0,33) = -3,3$$

$$\text{d) } 12 \cdot 9 + 8 \cdot 9 = 9 \cdot 12 + 9 \cdot 8 = 9 \cdot (12 + 8) = 9 \cdot 20 = 180$$

Vastaus: **a)** 162 **b)** 3 **c)** -3,3 **d)** 180

$$105. \quad \text{a) } 7a = 7 \cdot (-2) = -14$$

$$\text{b) } 1 - a = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3$$

$$\text{c) } -3a + 1 = -3 \cdot (-2) + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$\text{d) } \frac{a}{a+1} = \frac{-2}{-2+1} = \frac{-2}{-1} = 2$$

Vastaus: **a)** -14 **b)** 3 **c)** 7 **d)** 2

$$106. \quad \text{a) } 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 8 \cdot 7 = 56$$

$$\text{b) } 3 \cdot (-2) = -2 + (-2) + (-2) = -6$$

$$\text{c) } a + a + a + a + a = 5a$$

$$\text{d) } 4a = a + a + a + a$$

Vastaus: **a)** $8 \cdot 7 = 56$ **b)** $-2 + (-2) + (-2) = -6$ **c)** $5a$ **d)** $a + a + a + a$

107. a) -2 . Tarkistus: $2 + (-2) = 2 - 2 = 0$.
b) $-(-3) = 3$. Tarkistus: $-3 + 3 = 0$.
c) $-0,45$. Tarkistus: $0,45 + (-0,45) = 0,45 - 0,45 = 0$.
d) 0 . Tarkistus: $0 + 0 = 0$.

Vastaus: a) -2 b) $-(-3) = 3$ c) $-0,45$ d) 0

108. a) $|3,3| = 3,3$, koska $3,3 \geq 0$.
b) $\left| -\frac{7}{8} \right| = -(-\frac{7}{8}) = \frac{7}{8}$, koska $-\frac{7}{8} < 0$.
c) $|-1,23| = -(-1,23) = 1,23$, koska $-1,23 < 0$.
d) $|0| = 0$

Vastaus: a) $|3,3| = 3,3$ b) $\left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8}$ c) $|-1,23| = 1,23$ d) $|0| = 0$

VAHVISTA OSAAMISTA

109. Oikeita vastauksia on molemmissa kohdissa äärettömän monta.
a) Esimerkiksi $1,1$; $1,2$ ja $1,3$.
b) Esimerkiksi $-1,3$; $-1,2$ ja $-1,1$.

Vastaus: a) $1,1$; $1,2$ ja $1,3$ b) $-1,3$; $-1,2$ ja $-1,1$

110. a) $15 - 24 + 25 - 16 + 1 = 15 + 1 - 15 = 15 - 15 + 1 = 1$
b) $|-13| - 3 + 3 \cdot (4 - 7) = 13 - 3 + 3 \cdot (-3) = 10 - 9 = 1$

Vastaus: a) 1 b) 1

111. a) $\frac{45}{-45} = -1$

b) Itseisarvojen summa on $|-1,5| + |0| + |5| = 1,5 + 0 + 5 = 6,5$.

Summan itseisarvo on $|-1,5 + 0 + 5| = |3,5| = 3,5$.

Koska $6,5 - 3,5 = 3$, on itseisarvojen summa 3 suurempi kuin summan itseisarvo.

c) $0,28 + 0,7 + 0,02 - 0,5 = 0,28 + 0,02 + 0,7 - 0,5 = 0,3 + 0,2 = 0,5$

Vastaus: a) $\frac{45}{-45} = -1$ b) 3 c) 0,5

112. a) $1 \text{ €} + 3 \text{ €} + 7 \text{ €} + 3 \text{ €} + 1 \text{ €} + 2 \text{ €} + 1 \text{ €} + 2 \text{ €} = 20 \text{ €}$

b) $1,0 \text{ €} + 2,5 \text{ €} + 7,0 \text{ €} + 2,5 \text{ €} + 1,0 \text{ €} + 2,0 \text{ €} + 1,5 \text{ €} + 1,5 \text{ €} = 19 \text{ €}$

c) Kuitin luvuista tulee yhteensä 19,12 €.

a-kohdan ero on $20 \text{ €} - 19,12 \text{ €} = 0,88 \text{ €}$.

b-kohdan ero on $19,12 \text{ €} - 19 \text{ €} = 0,12 \text{ €}$.

Vastaus: a) 20 € b) 19 €

c) a-kohdan ero on 0,88 € ja b-kohdan ero on 0,12 €.

113. a) $10a - 5b = 10 \cdot (-0,01) - 5 \cdot 0,1 = -0,1 - 0,5 = -0,6$

b) $10a - 5b = 10 \cdot (-1) - 5 \cdot (-0,1) = -10 + 0,5 = -9,5$

Vastaus: a) -0,6 b) -9,5

114. a) $(-1 + 5) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8$

b) $-(2,5 - (-3,5)) = -(2,5 + 3,5) = -6$

c) $\frac{7,7 - 2,3}{7,7 + 2,3} = \frac{5,4}{10} = 0,54$

Vastaus: **a)** -8 **b)** -6 **c)** $0,54$

115. a) $-(\pi - 1) = -\pi + 1 = 1 - \pi$

b) $|\pi - 3| = \pi - 3$, koska $\pi = 3,14... > 3$ eli $\pi - 3 > 0$.

c) $|2 - \pi| = -(2 - \pi) = -2 + \pi = \pi - 2$, koska $\pi = 3,14... > 2$ eli $2 - \pi < 0$.

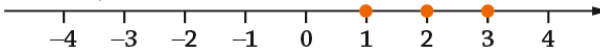
Vastaus: **a)** $-(\pi - 1) = -\pi + 1 = 1 - \pi$ **b)** $|\pi - 3| = \pi - 3$ **c)** $|2 - \pi| = \pi - 2$

116. a) $2 + (-3)$

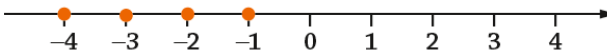
b) Luvun vähentäminen voidaan ajatella vastaluvun lisäämisenä.

Vastaus: **a)** $2 + (-3)$ **b)** $-$

117. a) $1, 2$ ja 3



b) $-4, -3, -2$ ja -1



118. a) $|x| - |y| = |-0,4| - |-0,6| = 0,4 - 0,6 = -0,2$

b) $||x| - y| = ||-0,4| - (-0,6)| = |0,4 + 0,6| = |1| = 1$

Vastaus: **a)** $-0,2$ **b)** 1

119. a) Tosi. Luvun 0 vastaluku on 0 , sillä $0 + 0 = 0$. Positiivisille ja negatiivisille luvuille löytyy myös vastaluku.

- b)** Epätosi. Esimerkiksi luvun -1 vastaluku $-(-1) = 1$ on suurempi kuin luku itse.
- c)** Tosi. Negatiivisen luvun itseisarvo on positiivinen. Koska jokainen positiivinen luku on mitä tahansa negatiivista lukua suurempi, on siis negatiivisten lukujen itseisarvo suurempi kuin luku itse.
- d)** Epätosi. Luvun 0 vastaluku on 0 , sillä $0 + 0 = 0$. Luvut eivät ole positiivisia eivätkä negatiivisia, joten ne eivät ole erimerkkisiä.
- e)** Epätosi. Esimerkiksi luvun -1 vastaluku $-(-1) = 1$ on positiivinen.

Vastaus: **a)** Tosi. **b)** Epätosi. **c)** Tosi. **d)** Epätosi. **e)** Epätosi.

120. a) $99 - 10 = 89$

b) $99 - (-99) = 198$

Vastaus: **a)** 89 **b)** 198

121. a) $\frac{\cancel{2} + 3 + (-5) + \cancel{2} + 7}{5} = \frac{3 - 5 + 7}{5} = \frac{-2 + 7}{5} = \frac{5}{5} = 1$ (°C)

b) $\frac{6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 7 + 8 + 9 + 10 + 10}{10} = \frac{6 + 3 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 9 + 2 \cdot 10}{10}$
 $= \frac{6 + 21 + 24 + 9 + 20}{10} = \frac{6 + 24 + 21 + 9 + 20}{10} = \frac{30 + 30 + 20}{10} = \frac{80}{10} = 8$

Vastaus: **a)** 1 °C **b)** 8

122. $\frac{57\,000\,000\,000\,€}{5\,500\,000} = 10\,363,6363\dots € \approx 10\,400 €$

Vastaus: 10 400 €

123. a) Esim. $\boxed{2} - (\boxed{-1} + \boxed{3}) = \boxed{0}$

b) Esim. $\boxed{2} \cdot (\boxed{-1} + \boxed{3}) - \boxed{0} = \boxed{4}$

Vastaus: a) Esim. $\boxed{2} - (\boxed{-1} + \boxed{3}) = \boxed{0}$ b) Esim. $\boxed{2} \cdot (\boxed{-1} + \boxed{3}) - \boxed{0} = \boxed{4}$

124. a) Esimerkiksi $3 + (-1) = 2$. Summa 2 on pienempi kuin alkuperäinen luku 3, vaikka sen piti olla väitteen mukaan suurempi.

b) Esimerkiksi $\frac{-3}{-1} = 3$. Osamäärä 3 on suurempi kuin alkuperäinen luku -3 , vaikka sen piti olla väitteen mukaan pienempi.

Vastaus: –

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

125. a) Lasketaan ensin kahden peräkkäisen luvun erotukset. Yhteenlaskettavia lukuja -1 on 50 kappaletta.

$$\underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5-6}_{-1} + \dots + \underbrace{99-100}_{-1}$$

$$= -1 + (-1) + \dots + (-1)$$

$$= 50 \cdot (-1)$$

$$= -50$$

b) Lasketaan ensin sulkeissa olevat erotukset, saadaan

$$\underbrace{(10-1)}_9 \cdot \underbrace{(10-2)}_8 \cdot \underbrace{(10-3)}_7 \cdot \dots \cdot \underbrace{(10-20)}_{-10}$$

$$= 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 0 \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-10)$$

$$= 0$$

Yksi tulon tekijöistä on nolla, joten kertolaskun tulos on 0.

Vastaus: a) -50 b) 0

126. a) Kahden negatiivisen luvun tulo on positiivinen. Koska tulo ab on positiivinen ja luku a on negatiivinen, luku b on negatiivinen.
- b) Kahden erimerkkisen luvun osamäärä on negatiivinen. Koska sekä jakaja a että osamäärä $\frac{a}{b}$ ovat negatiivisia, on luku b erimerkkinen kuin luku a eli positiivinen.
- c) Luku abb on kolmen luvun tulo, joista luku a tiedetään negatiiviseksi. Jos luku b on negatiivinen, on luku abb kolmen negatiivisen luvun tulona negatiivinen. Jos luku b on positiivinen, on luku abb yhden negatiivisen ja kahden positiivisen luvun tulona negatiivinen. Siten b :n merkistä riippumatta abb on negatiivinen, eikä annettujen tietojen perusteella luvun b merkistä voida sanoa mitään.

Vastaus: **a)** b on negatiivinen **b)** b on positiivinen **c)** b voi olla positiivinen tai negatiivinen

127. a) Negatiivisen luvun a vastaluku $-a$ on positiivinen.
- b) Itseisarvo on positiivinen tai nolla. Vain luvun nolla itseisarvo on nolla. Koska luku a ei ole nolla, on luku $|a|$ positiivinen.
- c) Kohdan b perusteella luku $|a|$ on positiivinen, joten negatiivisen ja positiivisen luvun osamäärä $\frac{a}{|a|}$ on negatiivinen.
- d) Negatiivisen luvun a ja luvun 1 erotus $a - 1$ on negatiivinen. Kahden negatiivisen luvun -1 ja $a - 1$ tulo $-1 \cdot (a - 1)$ on positiivinen.

Vastaus: **a)** positiivinen **b)** positiivinen **c)** negatiivinen **d)** positiivinen

128. a) $4 \otimes 5 = 4 \cdot 5 + 2 = 20 + 2 = 22$
- b) $a \otimes b = a \cdot b + 2 = ab + 2$
 $b \otimes a = b \cdot a + 2 = a \cdot b + 2 = ab + 2$

Koska $a \otimes b = b \otimes a$, on laskutoimitus vaihdannainen.

c) $a \otimes (b \otimes c) = a \otimes (bc + 2) = a \cdot (bc + 2) + 2 = abc + 2a + 2$
 $(a \otimes b) \otimes c = (ab + 2) \otimes c = (ab + 2) \cdot c + 2 = abc + 2c + 2$

Koska $a \otimes (b \otimes c)$ ja $(a \otimes b) \otimes c$ eivät ole yhtä suuria, ei laskutoimitus ole liitännäinen.

Vastaus: a) 22 b) On. c) Ei ole.

1.2 Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

LUO PERUSTA

129. a) $\frac{\cancel{7}^1}{\cancel{14}_2} = \frac{1}{2}$ Kuvio IV.

b) $\frac{\cancel{6}^3}{\cancel{8}_4} = \frac{3}{4}$ Kuvio V.

c) $\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{15}_5} = \frac{1}{5}$ Kuvio I.

d) $\frac{\cancel{25}^1}{\cancel{100}_4} = \frac{1}{4}$ Kuvio II.

Vastaus: a) $\frac{1}{2}$, IV b) $\frac{3}{4}$, V c) $\frac{1}{5}$, I d) $\frac{1}{4}$, II

130. a) Luku $\frac{3}{5}$ kannattaa laventaa luvulla 3, jolloin molempien murtolukujen

nimittäjäksi tulee 15 eli $\overset{3)}{\frac{3}{5}} = \frac{9}{15}$. Vertaamalla samannimisten

murtolukujen osoittajia huomataan, että $\frac{3}{5}$ on suurempi kuin $\frac{8}{15}$.

b) Luvut kannattaa laventaa toistensa nimittäjillä eli $\frac{2}{3}$ luvulla 8 ja $\frac{5}{8}$ luvulla 3, jolloin molempien murtolukujen nimittäjäksi tulee 24.

8) $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ ja $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Vertaamalla samannimisten murtolukujen osoittajia huomataan, että $\frac{2}{3}$ on suurempi kuin $\frac{5}{8}$.

c) Luku $\frac{3}{4}$ kannattaa laentaa luvulla 3 ja luku $\frac{5}{6}$ luvulla 2, jolloin molempien murtolukujen nimittäjäksi tulee 12.

3) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ ja $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$. Vertaamalla samannimisten murtolukujen osoittajia huomataan, että $\frac{5}{6}$ on suurempi kuin $\frac{3}{4}$.

Vastaus: a) $\frac{9}{15}$ ja $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{5}$ suurempi b) $\frac{16}{24}$ ja $\frac{15}{24}$, $\frac{2}{3}$ suurempi c) $\frac{9}{12}$ ja $\frac{10}{12}$, $\frac{5}{6}$ suurempi

131. a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4+1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) $1\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{6}{2} - \frac{1}{6} = \frac{18}{6} - \frac{1}{6} = \frac{18-1}{6} = \frac{17}{6}$

d) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{10-6}{15} = \frac{4}{15}$

Vastaus: a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $1\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{15}$

132. a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2^2) 5}{6} + \frac{3^1) 1}{4} = \frac{10}{12} + \frac{3}{12} = \frac{10+3}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

b) $1 + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{12^1) 1}{3} - \frac{3^3) 3}{4} = \frac{12}{12} + \frac{4}{12} - \frac{9}{12} = \frac{12+4-9}{12} = \frac{7}{12}$

c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{5^1) 2}{3} - \frac{3^1) 1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} - \frac{2}{15} = \frac{10-3-2}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

d) $1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{8} = \frac{7^2) 3}{4} - \frac{17^1) 1}{8} = \frac{14}{8} - \frac{17}{8} = \frac{14-17}{8} = \frac{-3}{8} = -\frac{3}{8}$

Vastaus: a) $\frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{3}{8}$

133. a) $\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5-1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4^2) 2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{4^1) 1}{2} + \frac{3^2) 3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{4+6-5}{8} = \frac{5}{8}$

d) $1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = \frac{3^1) 1}{2} - \frac{3^2) 1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

Vastaus: a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{1}{6}$

134. a) $4\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4} = \frac{9^2) 1}{2} - \frac{15^1) 3}{4} = \frac{18}{4} - \frac{15}{4} = \frac{18-15}{4} = \frac{3}{4}$

$$\text{b)} 1\frac{2}{7} + 2\frac{5}{7} = 1 + \frac{2}{7} + 2 + \frac{5}{7} = 3 + \frac{7}{7} = 3 + 1 = 4$$

$$\text{c)} \quad {}^3)\frac{7}{10} + {}^2)\frac{7}{15} + {}^5)\frac{1}{6} = \frac{21}{30} + \frac{14}{30} + \frac{5}{30} = \frac{21+14+5}{30} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{d)} \quad {}^3)\frac{1}{2} + {}^2)\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{3+4+5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Vastaus: **a)** $\frac{3}{4}$ **b)** 4 **c)** $1\frac{1}{3}$ **d)** 2

135. **a)** $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$

$$-\frac{11}{20} = -\frac{11}{20} = -\frac{55}{100} = -0,55$$

$${}^4)\frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0,28$$

b) Lasketaan desimaalimuoto laskentaohjelmalla.

$$\frac{6}{11} = 0,545454\dots \text{ Jakso on } 54.$$

$$\frac{5}{12} = 0,41666\dots \text{ Jakso on } 6.$$

$$\frac{4}{13} = 0,307692\ 307692\ 307692\dots \text{ Jakso on } 307692.$$

Vastaus: **a)** $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$; $-\frac{11}{20} = -\frac{55}{100} = -0,55$; $\frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0,28$

b) $\frac{6}{11} = 0,545454\dots$, jakso 54

$$\frac{5}{12} = 0,41666\dots, \text{ jakso } 6$$

$$\frac{4}{13} = 0,307692\ 307692\ 307692\dots, \text{ jakso } 307692$$

136. a) $0,4 = \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{10}_5} = \frac{2}{5}$ b) $-0,15 = -\frac{\cancel{15}^3}{\cancel{100}_{20}} = -\frac{3}{20}$ c) $0,24 = \frac{\cancel{24}^6}{\cancel{100}_{25}} = \frac{6}{25}$

Vastaus: a) $\frac{2}{5}$ b) $-\frac{3}{20}$ c) $\frac{6}{25}$

137. Lavennetaan lukujen A-D nimittäjäksi 10.

$${}^5)\frac{1}{2} = \frac{5}{10}, \quad {}^2)\frac{2}{5} = \frac{4}{10}, \quad {}^2)\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \quad \text{ja} \quad {}^2)\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

Koska $\frac{3}{100} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10}$, luvut $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$ ja $\frac{3}{5}$ ovat lukujen $\frac{3}{10}$ ja $\frac{7}{10}$ välissä.

Vastaus: A, B ja C

VAHVISTA OSAAMISTA

138. a) ${}^4)\frac{1}{5} + {}^5)\frac{1}{4} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$

b) $1 - {}^4)\frac{1}{5} - {}^5)\frac{1}{4} - {}^{10})\frac{1}{2} = \frac{20}{20} - \frac{4}{20} - \frac{5}{20} - \frac{10}{20} = \frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$

Vastaus: a) $\frac{9}{20}$ b) $\frac{1}{20}$

139. a) Tunti on 60 minuuttia. $\frac{\cancel{24}^2}{\cancel{60}_5} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{60+20}{120} = \frac{80}{120} = \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{12}_3} = \frac{2}{3}$

Vastaus: a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3}$

$$140. \quad \text{a)} \quad a + b = 4\frac{2}{5} + 3\frac{1}{2} = \overset{2)}{4\frac{22}{5}} + \overset{5)}{3\frac{7}{2}} = \frac{44}{10} + \frac{35}{10} = \frac{79}{10} = 7\frac{9}{10}$$

$$\text{b)} \quad a - b = 4\frac{2}{5} - 3\frac{1}{2} = \overset{2)}{4\frac{22}{5}} - \overset{5)}{3\frac{7}{2}} = \frac{44}{10} - \frac{35}{10} = \frac{9}{10}$$

Vastaus: **a)** $\frac{79}{10} = 7\frac{9}{10}$

b) $\frac{9}{10}$

$$141. \quad \text{a)} \quad 0,8 = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{b)} \quad 0,45 = \frac{\overset{9}{\cancel{45}}}{\underset{20}{\cancel{100}}} = \frac{9}{20}$$

$$\text{c)} \quad 0,028 = \frac{\overset{7}{\cancel{28}}}{\underset{250}{\cancel{1000}}} = \frac{7}{250}$$

$$\text{d)} \quad 4,004 = \frac{\overset{1001}{\cancel{4004}}}{\underset{250}{\cancel{1000}}} = \frac{1001}{250} = 4\frac{1}{250}$$

Vastaus: **a)** $\frac{4}{5}$ **b)** $\frac{9}{20}$ **c)** $\frac{7}{250}$ **d)** $\frac{1001}{250} = 4\frac{1}{250}$

$$142. \quad \text{a)} \quad 0,5 - \frac{1}{3} = \overset{3)}{\frac{1}{2}} - \overset{2)}{\frac{1}{3}} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{b)} \quad 1,5 - 1\frac{1}{6} = \overset{3)}{\frac{3}{2}} - \frac{7}{6} = \frac{9-7}{6} = \frac{9-7}{6} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{1}{3}$$

Vastaus: **a)** $\frac{1}{6}$ suurempi **b)** $\frac{1}{3}$ pienempi

$$143. \quad \text{a)} \quad 1,2 + (-\frac{6}{5}) = \frac{12}{10} - \overset{2)}{\frac{6}{5}} = \frac{12}{10} - \frac{12}{10} = 0$$

Luvut ovat toistensa vastaluvut, sillä niiden summa on nolla.

$$\text{b)} \quad 1\frac{3}{8} + (-1,375) = 1\frac{3}{8} - 1\frac{\overset{75}{\cancel{375}}}{\underset{200}{\cancel{1000}}} = 1\frac{3}{8} - 1\frac{\overset{15}{\cancel{75}}}{\underset{40}{\cancel{200}}} = 1\frac{3}{8} - 1\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{8}{\cancel{40}}} = 1\frac{3}{8} - 1\frac{3}{8} = 0$$

Luvut ovat toistensa vastaluvut, sillä niiden summa on nolla.

$$\text{c) } -1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} = -\frac{4}{3} + \frac{7}{6} = \overset{2)}{\frac{-4}{3}} + \frac{7}{6} = \frac{-8}{6} + \frac{7}{6} = \frac{-8+7}{6} = \frac{-1}{6} = -\frac{1}{6}$$

Luvut eivät ole toistensa vastalukuja, sillä niiden summa ei ole nolla.

Vastaus: **a)** Ovat. **b)** Ovat. **c)** Eivät ole.

$$144. \text{ a) } \overset{2)}{\frac{7}{12}} - \left(\overset{4)}{\frac{5}{6}} - \overset{3)}{\frac{3}{8}} \right) = \frac{14}{24} - \frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{14-20+9}{24} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{24}} = \frac{1}{8}$$

$$\text{b) } |-1,5| + \left| -\frac{2}{3} \right| - \left(-\frac{1}{6} \right) = \overset{3)}{\frac{3}{2}} + \overset{2)}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{6} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6} + \frac{1}{6}$$
$$= \frac{9+4+1}{6} = \frac{\cancel{14}}{\cancel{6}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

Vastaus: **a)** $\frac{1}{8}$ **b)** $2\frac{1}{3}$

145. **a)** Lavennetaan luvut ensin samannimisiksi.

$$\overset{6)}{\frac{3}{4}} = \frac{18}{24} \text{ ja } \overset{4)}{\frac{5}{6}} = \frac{20}{24}$$

Valitaan osoittajien 18 ja 20 välistä oleva luku 19. Näin saatu luku $\frac{19}{24}$

on lukua $\frac{18}{24}$ suurempi ja lukua $\frac{20}{24}$ pienempi eli näiden välissä.

b) Lavennetaan luvut ensin samannimisiksi.

$$\overset{4)}{\frac{5}{7}} = \frac{20}{28} \text{ ja } \overset{7)}{\frac{3}{4}} = \frac{21}{28}$$

Nyt osoittajien 20 ja 21 välissä ei ole kokonaislukua. Lavennetaan molemmat murtoluvut luvulla 2.

$$\overset{2)}{\frac{20}{28}} = \frac{40}{56} \text{ ja } \overset{3)}{\frac{21}{28}} = \frac{42}{56}$$

Valitaan osoittajien 40 ja 42 välistä oleva luku 41. Luku $\frac{41}{56}$ lukujen $\frac{5}{7}$ ja $\frac{3}{4}$ välissä.

Vastaus: a) $\frac{19}{24}$ b) $\frac{41}{56}$

146. a) Lavennetaan luvut samannimisiksi, jotta lukuja on helpompi verrata.

$${}^4)\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \quad {}^2)\frac{5}{6} = \frac{10}{12} \text{ ja } \frac{7}{12}$$

Lukujen järjestys on pienimmästä suurimpaan <-merkkiä on

$$\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}.$$

b) Muunnetaan murtoluvut desimaaliluvuiksi.

$$-\frac{3}{4} = -0,75 \text{ ja } -\frac{4}{5} = -0,8$$

Lukujen järjestys on pienimmästä suurimpaan <-merkkiä on

$$-\frac{4}{5} < -\frac{3}{4} < -0,7 < -0,6.$$

Vastaus: a) $\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ b) $-\frac{4}{5} < -\frac{3}{4} < -0,7 < -0,6$

147. Lasketaan osat yhteen, jolloin selviää, tuleeko osien summaksi 1. Jos tulee, suunnitelma voidaan toteuttaa. Jos osien summa ei ole 1, joko kaikille ei voida antaa aiottua osuutta tai sitten osa palkkiosta jää jakamatta.

$${}^6)\frac{1}{2} + {}^4)\frac{1}{3} + {}^3)\frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12} > 1$$

Koska summa ei ole 1, suunnitelma ei ole toteuttamiskelpoinen.

Vastaus: ei

148. a) Lavennetaan luvut samannimisiksi, jotta lukuja on helpompi verrata.

$$-\frac{3}{4} = -\frac{6}{8}, \text{ joten luku } -\frac{5}{8} \text{ on suurempi.}$$

Lukujen etäisyys saadaan, kun vähennetään suuremmasta pienempi.

$$-\frac{5}{8} - (-\frac{6}{8}) = -\frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{-5+6}{8} = \frac{1}{8}$$

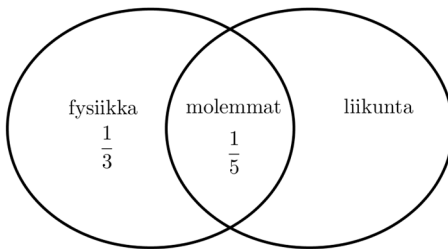
$$\text{b) } -(1\frac{1}{3} - 2,4) = -(\frac{4}{3} - \frac{24}{10}) = -(\frac{40}{30} - \frac{72}{30}) = -(-\frac{32}{30}) = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$

$$\text{c) } |-\frac{1}{4}| + |\frac{3}{8}| + |-\frac{5}{16}| = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} = \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{5}{16} = \frac{4+6+5}{16} = \frac{15}{16}$$

Vastaus: a) $-\frac{5}{8}$, etäisyys $\frac{1}{8}$ b) $-(1\frac{1}{3} - 2,4) = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$

c) $|-\frac{1}{4}| + |\frac{3}{8}| + |-\frac{5}{16}| = \frac{15}{16}$

149. Havainnollistetaan tilannetta kuviolla, johon on merkitty oppiaineet ja ne valinneiden osuudet. Fysiikan osuus $\frac{1}{3}$ sisältää myös molemmat valinneiden osuuden $\frac{1}{5}$.



Pelkän fysiikan valinneiden osuus on $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Koska jokaisen piti valita jotain, on pelkän liikunnan valinneiden osuus

$$^{15)} 1 - \frac{2}{15} - \overset{3)}{\frac{1}{5}} = \frac{15}{15} - \frac{2}{15} - \frac{3}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

Vastaus: $\frac{2}{3}$

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

150. a) Merkitään $a = 0,\overline{7} = 0,777\dots$

Luvun $10a = 7,777\dots$ desimaaliosa on sama kuin luvulla a .

Koska luvuilla a ja $10a$ on sama desimaaliosa, niiden erotus on kokonaisluku eli $10a - a = 7,777\dots - 0,777\dots = 7$.

Koska toisaalta $10a - a = 9a$, saadaan a ratkaistua yhtälöstä $9a = 7$.

$$9a = 7 \quad ||:9$$

$$a = \frac{7}{9}$$

b) Merkitään $a = 0,\overline{24} = 0,242424\dots$

Luvun $100a = 24,242424\dots$ desimaaliosa on sama kuin luvulla a .

Koska $100a - a = 24,242424\dots - 0,242424\dots = 24$ ja toisaalta

$100a - a = 99a$, saadaan a ratkaistua yhtälöstä $99a = 24$, josta

$$a = \frac{24}{99} = \frac{8}{33}.$$

c) Merkitään $a = 0,\overline{135} = 0,135135135\dots$

Luvun $1000a = 135,135135\dots$ desimaaliosa on sama kuin luvulla a .

Koska $1000a - a = 135,135135\dots - 0,135135\dots = 135$ ja toisaalta

$1000a - a = 999a$, on $999a = 135$, josta $a = \frac{135}{999} = \frac{5}{37}$.

d) Merkitään $a = 1,7\overline{2} = 1,7222\dots$, jolloin luvuilla $10a = 17,222\dots$ ja

$100a = 172,222\dots$ on sama desimaaliosa.

Koska $100a - 10a = 172,222... - 17,222... = 155$ ja toisaalta

$$100a - 10a = 90a, \text{ on } 90a = 155, \text{ josta } a = \frac{155}{90} = \frac{31}{18} = 1\frac{13}{18}.$$

Vastaus: a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{8}{33}$ c) $\frac{5}{37}$ d) $\frac{31}{18} = 1\frac{13}{18}$

151. a) $\frac{0,5 + 0,6}{2} = \overset{10)}{\frac{1,1}{2}} = \frac{11}{20}$

b) Kun lasketaan kahden rationaaliluvun keskiarvo, saadaan luku alkuperäisten lukujen puolivälissä. Kyseinen luku on myös

rationaaliluku. Esimerkiksi mielivaltaisten rationaalilukujen $\frac{a}{b}$ ja $\frac{c}{d}$

välissä on luku $\overset{d)}{\frac{a}{b}} + \overset{b)}{\frac{c}{d}} = \frac{da}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{da + bc}{bd} = \frac{da + bc}{2bd}$, joka on

rationaaliluku, koska osoittaja ja nimittäjä ovat kokonaislukujen tuloina ja summina kokonaislukuja.

Kahden rationaaliluvun keskiarvo on myös rationaaliluku. Näin ollen nollan ja minkä tahansa positiivisen rationaaliluvun välissä on aina näiden keskiarvo, joka on pienempi kuin alkuperäinen positiivinen rationaaliluku. Voidaan siis päätellä, että ei ole olemassa pienintä positiivista rationaalilukua.

Vastaus: a) $\frac{11}{20}$ b) –

152. a) Esimerkiksi lukujen $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ ja $\frac{1}{50}$ desimaaliesitys on päättyvä.

b) Päättyvä desimaaliluku on murtoluku, jonka nimittäjässä on 10, 100, 1000 tai jokin muu luvun 10 monikerta. Murtoluvun nimittäjän on siten oltava tai nimittäjäksi on lavennuksen tai supistamisen kautta saatava jokin luvun 10 monikerta.

Vastaus: **a)** esim. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ ja $\frac{1}{50}$ **b)** –

153. Jokaisessa kohdassa oikean ratkaisun löytyminen pohjautuu ensisijaisesti kokeiluun. Oikeita ratkaisuja voi olla olemassa muitakin.

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$, joten $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, joten $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1}{15}$, joten $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$

d) $\frac{6}{7} - \frac{1}{2} = \frac{5}{14}$, $\frac{5}{14} - \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$ ja $\frac{3}{28} - \frac{1}{28} = \frac{1}{14}$, joten $\frac{6}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28}$.

Vastaus: **a)** $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ **c)** $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$

d) $\frac{6}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28}$

154. Luku a on rationaaliluku, joten on olemassa kokonaisluvut m ja n siten

että $a = \frac{m}{n}$.

Tutkitaan, voidaanko luku $a + 1$ esittää kahden kokonaisluvun osamääränä.

$$a + 1 = \frac{m}{n} + {}^n)1 = \frac{m}{n} + \frac{n}{n} = \frac{m+n}{n}$$

Luku $m + n$ on kokonaisluku, joten luku $a + 1$ voidaan esittää kahden kokonaisluvun $m + n$ ja n osamääränä, joten $a + 1$ on rationaaliluku.

Vastaus: On.

1.3 Murtolukujen kerto- ja jakolasku

LUO PERUSTA

$$155. \quad \text{a)} \quad \frac{1 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 7} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{b)} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \cdot \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$$

$$\text{c)} \quad \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{6}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}$$

$$\text{d)} \quad \frac{\overset{2}{\cancel{12}} \cdot \overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{30}} \cdot \underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 1}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

Vastaus: **a)** $\frac{2}{7}$ **b)** $\frac{1}{12}$ **c)** $\frac{2}{15}$ **d)** $\frac{1}{3}$

$$156. \quad \text{a)} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{1}{10}$$

$$\text{b)} \quad 5 \cdot \frac{4}{25} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot 4}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{1 \cdot 4}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{c)} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{6}{\cancel{18}}} \cdot \left(-\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{14}}}\right) = -\frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 2} = -\frac{1}{12}$$

$$\text{d)} \quad -\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{10}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = -\frac{1}{4}$$

Vastaus: **a)** $\frac{1}{10}$ **b)** $\frac{4}{5}$ **c)** $-\frac{1}{12}$ **d)** $-\frac{1}{4}$

$$157. \quad \text{a)} \quad -\frac{2}{9} \cdot (-6) = \frac{2}{9} \cdot 6 = \frac{2 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \cdot \underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}$$

$$\text{c) } -2\frac{1}{3} \cdot 12 = -\frac{7}{3} \cdot 12 = -\frac{7 \cdot \cancel{12}^4}{\cancel{3}_1} = -\frac{7 \cdot 4}{1} = -28$$

$$\text{d) } -2\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{8}{15}\right) = \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{\cancel{9}^3 \cdot \cancel{8}^2}{\cancel{4}_1 \cdot \cancel{15}_5} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

Vastaus: **a)** $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{1}{10}$ **c)** -28 **d)** $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

158. **a)** Lauseke III: $\frac{1}{4} \cdot 6 = \frac{1 \cdot 6}{4} = \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{4}_2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

b) Lauseke V: $\frac{3}{4} \cdot 20 = \frac{3 \cdot \cancel{20}^5}{\cancel{4}_1} = \frac{3 \cdot 5}{1} = 15$

c) Lauseke IV: $\frac{\cancel{4}^2}{\cancel{6}_3} = \frac{2}{3}$

Vastaus: **a)** III, $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ **b)** V, 15 **c)** IV, $\frac{2}{3}$

159. **a)** Käänteisluku on $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Tarkistus: $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}_1 \cdot \cancel{5}} = 1$.

b) Käänteisluku on $\frac{1}{2}$. Tarkistus: $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

c) Käänteisluku on $-\frac{1}{6}$. Tarkistus: $-6 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{6 \cdot 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$.

d) $-1\frac{2}{7} = -\frac{9}{7}$, joten käänteisluku on $-\frac{7}{9}$.

Tarkistus: $-\frac{9}{7} \cdot (-\frac{7}{9}) = \frac{9}{7} \cdot \frac{7}{9} = \frac{63}{63} = 1$.

Vastaus: a) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{6}$ d) $-\frac{7}{9}$

160. a) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{\cancel{2}}{3} \cdot \frac{5}{\cancel{4}} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}$

b) $5\frac{1}{7} : \frac{3}{7} = \frac{36}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{\cancel{36} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot \cancel{3}} = \frac{12 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 12$

c) $-\frac{11}{12} : 1\frac{5}{6} = -\frac{11}{12} : \frac{11}{6} = -\frac{11}{12} \cdot \frac{6}{11} = -\frac{\cancel{11}}{\cancel{12}} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{11}} = -\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$

d) $-6 : (-\frac{2}{3}) = 6 : \frac{2}{3} = 6 \cdot \frac{3}{2} = \frac{\cancel{6} \cdot 3}{\cancel{2}} = \frac{3 \cdot 3}{1} = 9$

Vastaus: a) $\frac{5}{6}$ b) 12 c) $-\frac{1}{2}$ d) 9

161. a) $\frac{4}{5} : (-12) = -\frac{4}{5} : 12 = -\frac{4}{5} : \frac{12}{1} = -\frac{\cancel{4}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{12}} = -\frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 3} = -\frac{1}{15}$

b) $\frac{5}{12} : 1\frac{1}{9} = \frac{5}{12} : \frac{10}{9} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{12}} \cdot \frac{\cancel{9}}{\cancel{10}} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$

c) $-2\frac{1}{2} : (-5) = 2\frac{1}{2} : 5 = \frac{5}{2} : \frac{5}{1} = \frac{\cancel{5} \cdot 1}{2 \cdot \cancel{5}} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$

$$d) 0,3:1\frac{1}{5} = \frac{3}{10} : \frac{6}{5} = \frac{\cancel{3}^1}{10} \cdot \frac{\cancel{5}_2}{6} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

Vastaus: a) $-\frac{1}{15}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$

162. Lasketaan ensin kuinka moninkertaisesti maitoa käytetään ohjeen määrään verrattuna. Muutetaan ennen laskua 1,5 l desilitroiksi ja lasketaan jakolasku ilman yksiköitä.

$$1,5 \text{ l} = 15 \text{ dl}$$

$$15 : 7\frac{1}{2} = 15 : \frac{15}{2} = \cancel{15}^1 \cdot \frac{2}{\cancel{15}_1} = 1 \cdot \frac{2}{1} = 2$$

Maitoa käytetään kaksi kertaa niin paljon kuin ohjeessa määrätään. Muitakin ainesosia tarvitaan kaksinkertainen määrä.

$$\text{vettä: } 2 \cdot 3 \text{ dl} = 6 \text{ dl}$$

$$\text{riisiä: } 2 \cdot 1\frac{1}{2} \text{ dl} = \cancel{2}^1 \cdot \frac{3}{\cancel{2}_1} \text{ dl} = 1 \cdot \frac{3}{1} \text{ dl} = 3 \text{ dl}$$

$$\text{suolaa: } \cancel{2}^1 \cdot \frac{3}{\cancel{4}_2} \text{ tl} = 1 \cdot \frac{3}{2} \text{ tl} = 1\frac{1}{2} \text{ tl}$$

Vastaus: 6 dl vettä, 3 dl puuroriisiä ja 1,5 tl suolaa

163. Lääkettä annetaan $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ tablettia vuorokaudessa. Kahdessa viikossa on 14 vuorokautta. Lasketaan, kuinka monta tablettia kuluu tuona aikana.

$$\frac{\cancel{14}^7}{1} \cdot \frac{5}{\cancel{4}_2} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$$

Vastaus: Riittää.

$$164. \quad \text{a)} \quad \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{2 \cdot \cancel{6}^2}{\cancel{3}_1} = \frac{2 \cdot 2}{1} = 4 \qquad \text{b)} \quad \frac{3}{5} \cdot 20 = \frac{3 \cdot \cancel{20}^4}{\cancel{5}_1} = \frac{3 \cdot 4}{1} = 12$$

$$\text{c)} \quad \frac{2}{3} : 6 = \frac{2}{3} : \frac{6}{1} = \frac{\cancel{2}^1}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{6}_3} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 3} = \frac{1}{9} \qquad \text{d)} \quad 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

Vastaus: **a)** $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$ **b)** $\frac{3}{5} \cdot 20 = 12$ **c)** $\frac{2}{3} : 6 = \frac{1}{9}$ **d)** $0,5 \cdot 0,5 = 0,25$

$$165. \quad \text{a)} \quad 1 - 2 \cdot \frac{3}{4} = 1 - \frac{\cancel{2}^1 \cdot 3}{\cancel{4}_2} = 1 - \frac{3}{2} = 1 - 1\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{b)} \quad \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 6 + 1 = -\frac{2 \cdot \cancel{6}^2}{\cancel{3}_1} + 1 = -\frac{2 \cdot 2}{1} + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$\text{c)} \quad \left(1 + \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4} : \frac{3}{4} = \frac{5}{\cancel{4}_1} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Vastaus: **a)** $-\frac{1}{2}$ **b)** -3 **c)** $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

$$166. \quad \text{a)} \quad \text{III: } a - b = 4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} = \frac{22}{5} - \frac{5}{2} = \frac{44}{10} - \frac{25}{10} = \frac{44 - 25}{10} = \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$$

$$\text{b)} \quad \text{I: } ab = 4\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{2}_1} = \frac{11}{1} \cdot \frac{1}{1} = 11$$

Vastaus: **a)** III, $\frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$ **b)** I, 11

167. a) $(-1\frac{1}{2} + \frac{4}{5}) : 2 = (\overset{5)}{-\frac{3}{2}} + \overset{2)}{\frac{4}{5}}) \cdot \frac{1}{2} = (\frac{-15}{10} + \frac{8}{10}) \cdot \frac{1}{2}$
 $= \frac{-15+8}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-7}{10} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{7}{20}$

b) $-\frac{3}{5} - \frac{3}{10} : (-0,5) = -\frac{3}{5} + \frac{3}{10} : \frac{1}{2} = -\frac{3}{5} + \frac{3}{10} \cdot \overset{1}{\frac{2}{1}} = -\frac{3}{5} + \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 1} = -\frac{3}{5} + \frac{3}{5} = 0$

c) $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{20} = \overset{5)}{\frac{3}{8}} + \overset{2)}{\frac{3}{20}} = \frac{15}{40} + \frac{6}{40} = \frac{21}{40}$

Vastaus: a) $-\frac{7}{20}$ b) 0 c) $\frac{21}{40}$

168. Puhdistusainetta on yhteensä $3\text{ l} + 2 \cdot 0,75\text{ l} = 3\text{ l} + 1,5\text{ l} = 4,5\text{ l} = 45\text{ dl}$.
Jaetaan puhdistusaineen yhteismäärä kuudella.

$$\frac{45}{6} = 7,5 \text{ (desilitraa)}$$

Jokaiseen laitteeseen tulee 7,5 desilitraa puhdistusainetta.

Vastaus: 7,5 desilitraa

169. Se kuinka monta kertaa luku sisältyy toiseen lukuun, selviää jakolaskun avulla.

a) $5 : \frac{1}{3} = 5 \cdot \frac{3}{1} = 5 \cdot 3 = 15$ eli luku $\frac{1}{3}$ sisältyy 15 kertaa lukuun 5.

b) $\frac{9}{4} : \frac{3}{16} = \overset{3}{\frac{9}{4}} \cdot \overset{4}{\frac{16}{3}} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 1} = 12$ eli luku $\frac{3}{16}$ sisältyy 12 kertaa lukuun $\frac{9}{4}$.

Vastaus: a) 15 b) 12

170. a) Luvun $1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ käänteisluku on $\frac{2}{3}$, joten lauseke on

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}.$$

b) Luvun $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ käänteisluku on $\frac{5}{4}$, joten lauseke on

$${}^2) \frac{5}{4} - \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{10}{8} + \frac{1}{8} = \frac{10+1}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}.$$

$$\text{c) } \left| -\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right| = \frac{1 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 5} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Vastaus: a) $\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{4} - \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$ c) $\left| -\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \right| = \frac{2}{5}$

171. Luvun toistensa käänteislukuja, jos niiden tulo on yksi ja vastalukuja, jos niiden summa on nolla. Lasketaan siis lukujen tulo ja summa ja arvioidaan lopputuloksia.

$$\text{a) } \frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1 \text{ ja } \frac{3}{5} + 1\frac{2}{3} = \overset{3)}{\frac{3}{5}} + \overset{5)}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{15} + \frac{25}{15} = \frac{34}{15}$$

Luvut ovat toistensa käänteislukuja, mutta eivät vastalukuja.

$$\text{b) } \frac{2}{5} \cdot 2,5 = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{10}{\cancel{10}}} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 5} = 1 \text{ ja } \frac{2}{5} + 2,5 = \overset{2)}{\frac{2}{5}} + \frac{25}{10} = \frac{4}{10} + \frac{25}{10} = \frac{29}{10}$$

Luvut ovat toistensa käänteislukuja, mutta eivät vastalukuja.

$$\text{c) } \text{Symbolisen laskennan ohjelmalla laskien } \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}.$$

$$-0,375 \cdot \frac{3}{8} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = -\frac{9}{64} \text{ ja } -0,375 + \frac{3}{8} = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = 0$$

Luvut ovat toistensa vastalukuja, mutta eivät käänteislukuja.

$$\text{d) } \frac{5}{6} \cdot (-1,2) = \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{12}{10}\right) = -\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = -1 \text{ ja}$$

$$\frac{5}{6} + (-1,2) = \frac{5}{6} - \frac{12}{10} = \frac{5}{6} - \frac{6}{5} = -\frac{11}{30}$$

Luvut eivät ole toistensa vastalukuja eivätkä käänteislukuja.

Vastaus: **a)** Ovät käänteislukuja, eivät ole vastalukuja.

b) Ovät käänteislukuja, eivät ole vastalukuja.

c) Eivät ole käänteislukuja, ovat vastalukuja.

d) Eivät ole kumpaakaan.

$$172. \text{ a) } \frac{\overset{3)}{1} + \overset{2)}{2} + \frac{1}{6}}{3} = \frac{\frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{1}{6}}{3} = \frac{3+4+1}{6 \cdot 3} = \frac{8}{18} = \frac{8}{3 \cdot 6} = \frac{8}{3 \cdot \cancel{2}^4 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

b) Luku, joka on yhtä etäällä molemmista luvuista, on lukujen puolivälissä eli niiden keskiarvo.

$$\frac{\overset{3)}{1} + \frac{5}{12}}{2} = \frac{3+5}{24} = \frac{8}{24} = \frac{\cancel{8}^4}{\cancel{24}^3 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

Vastaus: **a)** $\frac{4}{9}$ **b)** $\frac{1}{3}$

$$173. \text{ a) } 15 \cdot \left(\overset{3)}{\frac{3}{4}} - \overset{2)}{\frac{5}{6}}\right) \cdot (-4) = -60 \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12}\right) = -60 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) = \frac{60}{12} = 5$$

$$\text{b) } \left(\overset{3)}{\frac{1}{2}} + \overset{2)}{\frac{1}{3}}\right) : \frac{5}{12} = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \cdot \frac{12}{5} = \frac{\cancel{12}^4}{\cancel{6}^2 \cdot 5} \cdot \frac{\cancel{12}^2}{\cancel{5}^1} = 2$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 0,75 + \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 0,15 &= 0,75 - 0,15 + \frac{\cancel{3} \cdot 2}{5 \cdot \cancel{3}} = 0,6 + \frac{2}{5} \\ &= \frac{6}{10} + \frac{2}{5} = \frac{6}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)** 5 **b)** 2 **c)** 1

174. Kaunokirjallisuutta on $\frac{1}{4}$ ja tietokirjoja $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Matematiikan ja luonnontieteen alalta olevaa kirjallisuutta kaikista

julkaisuista on $\frac{\cancel{3}}{25} \cdot \frac{3}{\cancel{4} \cdot 2} = \frac{3}{50}$.

Kaikista kirjoista muita kuin matematiikan ja luonnontieteiden alalta

olevia kirjoja on $1 - \frac{3}{50} = \frac{47}{50}$.

Vastaus: $\frac{47}{50}$

175. Voittajan osuus on $\frac{1}{3}$ ja jäljelle jää $\frac{2}{3}$.

Toiseksi tulleen osuus on kolmasosa jäljelle jääneestä osasta eli $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$.

Jäljelle jää $\frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{6-2}{9} = \frac{4}{9}$.

Kolmanneksi tulleen osuus on kolmasosa jäljelle jääneestä osasta eli

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{27}.$$

Kilpailun järjestäjälle jäävä osa on $\frac{4}{9} - \frac{4}{27} = \frac{12}{27} - \frac{4}{27} = \frac{8}{27}$.

Vastaus: $\frac{8}{27}$

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

176. Aluksi luku a jaetaan luvulla $\frac{b}{c}$ eli muodostetaan lauseke $a : \frac{b}{c}$.

Sitten lavennetaan jakajan käänteisluvulla $\frac{c}{b}$. Näin jakajaksi tulee luku 1.

$$a : \frac{b}{c} = \overset{c}{\cancel{b}} \frac{a}{\cancel{b}} = \frac{a \cdot \cancel{c}}{\cancel{b} \cdot \frac{c}{b}} = \frac{a \cdot \frac{c}{b}}{1}.$$

Tämä sievenee lausekkeeksi $a \cdot \frac{c}{b}$. Koska alkuperäinen ja muokattu

lauseke ovat yhtä suuret, on saatu yhtäsuuruus $a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b}$. Tämän

pohjalta voidaan tehdä havainto, että luvun a jakaminen luvulla $\frac{b}{c}$ vastaa

luvun a kertomista jakajan käänteisluvulla $\frac{c}{b}$.

Havainto perustelee käytetyn menetelmän ("jakolaskusta tehdään kertolasku ja jakaja käännetään"), koska luvun a paikalla voi olla mikä

tahansa reaalityyppi ja $\frac{b}{c}$ voi olla mikä tahansa murtoluku.

Vastaus: -

177. a) Lasketaan ensin sulkeissa olevat erotukset ja supistetaan murtoluvut.

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \dots \cdot \frac{\cancel{98}}{\cancel{99}} \cdot \frac{\cancel{99}}{100} = \frac{1}{100} \end{aligned}$$

b) Lasketaan ensin sulkeissa olevat summat ja supistetaan murtoluvut.

$$\left(1 + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)$$

$$= \overset{1}{2} \cdot \overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{8}} \cdot \dots \cdot \overset{1}{\cancel{99}} \cdot \overset{1}{\cancel{100}} = 101$$

Vastaus: **a)** $\frac{1}{100}$ **b)** 101

- 178. a)** Tosi. Esimerkiksi luvun 0,1 käänteisluku 10 on suurempi kuin luku itse.
 Huomautus. Väite ei ole aina tosi. Esimerkiksi luvun 10 käänteisluku ei ole suurempi kuin itse luku.
- b)** Epätosi. Luku 0 ei ole minkään luvun käänteisluku, sillä olipa luku a mikä tahansa luku, on $a \cdot 0 = 0$. Luvun a ja luvun 0 tulo ei siis voi missään tapauksessa luku 1.
- c)** Epätosi. Esimerkiksi lukujen 2 ja 3 summa on 5 ja tämän käänteisluku on $\frac{1}{5}$. Lukujen 2 ja 3 käänteislukujen summa on

$$^3) \frac{1}{2} + ^2) \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$
. Lukujen 2 ja 3 summan käänteisluku $\frac{1}{5}$ ei ole yhtä suuri kuin lukujen käänteislukujen summa $\frac{5}{6}$. Väite ei pidä paikkaansa ainakaan luvuilla 2 ja 3 eli se ei ole aina tosi.
- d)** Epätosi. Esimerkiksi jos luku 1 jaetaan luvulla 0,1 on osamäärä (eli jakolaskun lopputulos) 10. Osamäärä ei siis aina ole pienempi kuin jaettava.
- e)** Epätosi. Oletetaan, että erään luvun a (joka ei ole 0) vasta- ja käänteisluku ovat sama luku b . Tällöin täyttyy kaksi ehtoa $a + b = 0$ ja $ab = 1$.
 Ensimmäisestä ehdosta saadaan, että $b = -a$. Sijoitetaan tämä jälkimmäiseen yhtälöön ja ratkaistaan a .

$$a \cdot (-a) = 1$$

$$-a^2 = 1$$

$$a^2 = -1$$

Jotta yhtälö $a^2 = -1$ ratkeaisi, olisi löydettävä luku a , jonka toinen potenssi on negatiivinen. Tämä on mahdotonta eli alkuperäisen väitteen on oltava epätosi.

Vastaus: **a)** Tosi. **b)** Epätosi. **c)** Epätosi. **d)** Epätosi. **e)** Epätosi.