

**Marika Toivola ja Tiina Härkönen**

**AVOIN MATEMATIIKKA 7 lk.  
Osio 1: Lasketaan reaalityluilla**

Sisältö on lisensoitu avoimella CC BY 3.0 -lisenssillä.

## **Tervetuloa opiskelemaan Avoimen Matematiikan pariin**

Yläkoulun Avoin Matematiikka sarjasta löytyy jokaisella yläkoulun luokalle oma oppikirjansa, joista kukin koostuu kolmesta osiosta. Tämän lisäksi on erillinen Tilastoja ja todennäköisyyksiä osio, joka sopii opiskeltavaksi mille tahansa luokka-asteelle.

Oppikirjan kantavana ajatuksena on houkutella oppilaat myös itse lukemaan ja opiskelemaan matematiikkaa. Aiheita on käsitelty syvällisesti ja käsitteet on määritelty selkeästi. Käytämme tekstissä paljon kommentteja, joiden tarkoitus on ohjata oppilaita matemaattiseen ajatteluun. On aika luottaa oppilaisiin oppijoina ja tarjota heidän kyvyilleen sopivia haasteita.

Tehtäviä on todella paljon (pelkästään seitsemännen luokan kirjassa noin 1400 tehtävää) ja monentasoisia, joten opettajien helppo eriyttää opetustaan. Materiaaliin on otettu mukaan myös entisiä ylioppilastehtäviä sekä pääsykoetehtäviä. Nämä ovat ylikurssitehtäviä, joiden tarkoituksena on antaa haasteita ja innostaa matematiikassa menestyviä oppilaita.

7. luokan materiaalin ensimmäisessä osiossa on tarkoitus käyttää laskinta vain niissä tehtävissä, joissa tämä on erikseen mainittu. Muissa osioissa oppilas voi käyttää laskinta vapaasti tai opettajan harkinnan mukaan.

Oppimateriaalissa on panostettu matematiikan käytännöllisyyteen. Materiaali sisältää tarinoita, jotka antavat esimerkkejä matematiikan tarpeesta käytännössä. Kukin oppimateriaalin osa sisältää myös taulukkolaskentakappaleen. 7. luokan matematiikassa perehdytään taulukkolaskentaohjelman käytön alkeisiin.

Oppimateriaaliin kuuluu myös taulukko-osio, joka löytyy kunkin osan kolmannen osion lopusta. Taulukko-osioon on koottu yläkoulun matematiikkaan liittyvät kaavat. Sen tavoitteena on totuttaa oppilasta käyttämään matematiikan kaavakokoelmia, joihin oppilas tulee törmäämään jatko-opinnoissaan. Taulukko-osio toivottavasti kannustaa oppilasta itsenäiseen opiskeluun, koska osa materiaalin ylioppilastehtävistä vaatii taulukko-osion käyttöä.

Avoin Matematiikka toivottaa sinut tervetulleeksi käytännönläheisemmän ja haasteellisemmän matematiikan pariin.

## Osio 1: Lasketaan reaalityluilla

1. Pulmatehtäviä .....	4
2. Lukujoukot ja laskutoimitukset .....	8
3. Lukujen suuruusvertailua .....	14
4. Itseisarvo ja vastaluku .....	20
5. Kokonaislukujen yhteen- ja vähennyslasku .....	25
6. Merkkiyhdistelmien sieventäminen .....	31
7. Kokonaislukujen kerto- ja jakolasku .....	36
8. Potenssimerkintä.....	41
9. Monikerrat ja jaollisuus .....	47
10. Luvun jakaminen tekijöihin.....	54
11. Murtoluvut .....	60
12. Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku .....	67
13. Murtolukujen kertolasku .....	74
14. Murtolukujen jakolasku.....	79
15. Laskujärjestys .....	86
16. Desimaaliluvut ja merkitsevät numerot.....	92
17. Lasketaan desimaaliluvuilla, pyöristyssäännöt .....	99
18. Aikaväli ja aikalaskut .....	106
19. Kertaustehtäviä .....	111

# 1. Pulmatehtäviä

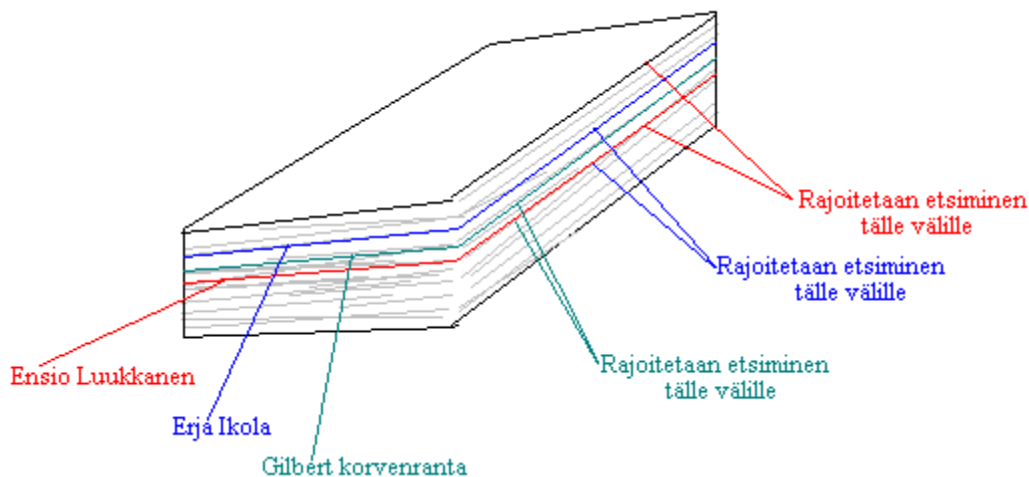
Matemaattisen ongelman ratkaiseminen aloitetaan yleensä rajaamalla ongelmasta pois tapaukset, jotka eivät täytä kysymyksen ehtoja. Ongelmasta pyritään siten tekemään pienempi.

## Esimerkki 1.

Milla on valinnut puhelinluettelosta henkilön. Juhon tulee ratkaista, kenet Milla on valinnut esittämällä mahdollisimman vähän kysymyksiä, joihin Milla vastaa joko kyllä tai ei.

### Ratkaisu:

Jos Juho ryhtyisi umpimähkään arvailemaan henkilöitä, hän luultavasti arvailisi Millan valitsemaa henkilöä vielä huomennakin. Ongelma voidaan kuitenkin helposti rajata. Juho avaa puhelinluettelon puolivälistä ja saa ensimmäisen kysymyksensä avulla rajattua kummassa puoliskossa luetteloa henkilö esiintyy. Seuraavalla kysymyksellä hän rajaa edellisen alueen taas puolivälistä jne.



1. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Ensio Luukkasta? **-Kyllä**
2. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Erja Ikolaa? **-Ei**
3. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Gilbert Korvenrantaa? **-Ei**
4. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Raija Lassilaa? **-Kyllä**
5. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Erkki Käöpää? **-Ei**
6. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Jyrki Lainetta? **-Ei**
7. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Terttu Lammia? **-Ei**
8. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Dorrit Langenskiöldiä? **-Kyllä**
9. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Juho Lampista? **-Ei**
10. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Vesa Lamposta? **-Kyllä**
11. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Raimo Lampista? **-Ei**
12. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Ulla Lampista? **-Ei**
13. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Hilikka Lampoa? **-Kyllä**
14. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Matti Lampiota? **-Kyllä**
15. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Väinö Lampista? **-Kyllä**
16. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Vesa Lampista? **-Kyllä**
17. kysymys: Tuleeko hän aakkosissa ennen Vappu Lampista? **-Kyllä ja Ei, se on oikea henkilö.**

## Tehtäviä

1.

Anna parisi valita puhelinluettelosta jonkin henkilön puhelinnumero. Saat esittää kysymyksiä, joihin parisi vastaa kyllä tai ei. Monellako kysymyksellä pystyt selvittämään puhelinnumeron omistajan?

2.

Kaapissa on kolme erilaista kenkäparia ja 24 sukkaa, mustia ja ruskeita sekalaisessa järjestyksessä. Miten monta kenkää ja sukkaa sinun on umpimähkään kaapista otettava, jotta saisit ainakin yhden saman parin kengät ja samanväriset sukat?

3.

Sinulla on 9 kultaista sormusta, joista yksi ei ole aito (kevyempi kuin muut). Miten rihkamasormus saadaan selville kahdella punnituksella, kun käytössä on tavallinen tasapainovaaaka?

4.

Muumi, Pikkumyy, Niiskuneiti ja Nipsu ovat pimeän, hyvin vaarallisen tunnelin suulla. Tunnelissa mahtuu samanaikaisesti kulkemaan vain kaksi ja kokoajan tarvitaan taskulamppua. Taskulampussa on virtaa 12 minuutiksi. Nipsulla tunnelin läpikulku kestää 5 minuuttia, Niiskuneidillä 4 minuuttia, Pikkumyyllä 2 minuuttia ja Muumilla 1 minuutin. Suunnittele miten kaikki pääsevät tunnelin toiseen päähän.

5.

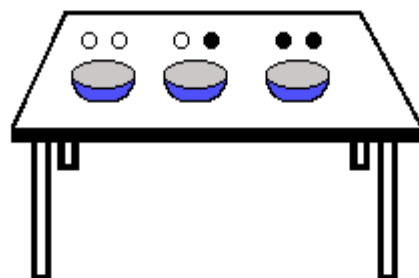
Paimen, mukanaan lammas, susi ja valtava kaali, lähestyi joen rantaa. Paimenen oli ylitettävä joki pienellä veneellä, johon mahtuisi kerrallaan vain hän ja yksi muusta seurueesta. jos hän jättäisi rannalle lampaan kaalin kanssa, niin lammas ahmisi sen, jos taas lampaan suden kanssa, niin susi hotkisi lampaan. Miten paimenen tulisi järjestää ylitykset, jottei hän menettäisi mitään omaisuudestaan?

6.

Miten voit mitata järvestä vettä täsmälleen 6 litraa, kun käytettävissäsi ovat vain 4 litran ja 9 litran astiat?

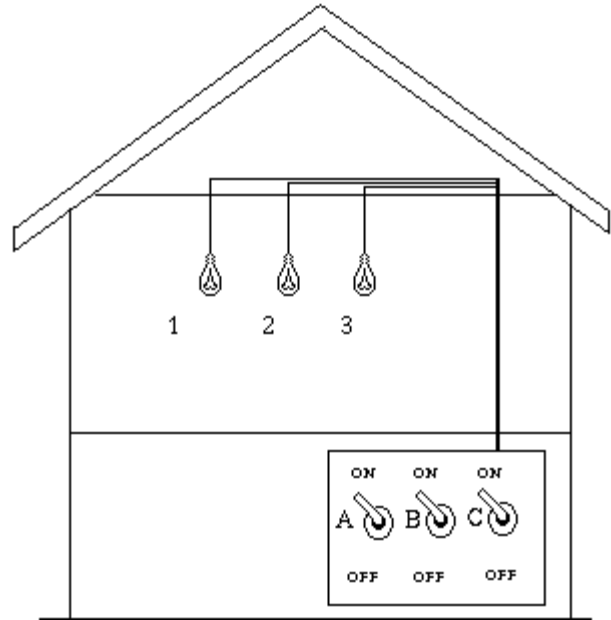
7.

Olet huoneessa, jossa on pöydällä kolme kuppia. Vasemmanpuoleiseen kuppiin laitetaan kaksi valkoista palloa, keskimmäiseen valkoinen ja musta ja oikeanpuoleiseen kaksi mustaa palloa. Poistut hetkeksi huoneesta, sillä aikaa kaikkien kuppien paikkaa on vaihdettu. Et näe kuppeihin. Montako kertaa sinun täytyy nostaa jostain kupista pallo ja laittaa se takaisin, jotta tietäisit mikä kuppi mikin on? Pallo täytyy siis laittaa takaisin ennen uuden nostamista.



8.

Olet talon kellarissa. Näet kolme katkaisijaa, jotka on merkitty kirjaimilla A, B ja C, ja kukin niistä ohjaa yhtä lamppua yläkerrassa. Lamput on merkitty numeroilla 1, 2 ja 3. Et näe lamppeja kellarista käsin. Tiedät katkaisijoista ainoastaan, milloin ne ovat päällä (valo palaa) ja milloin eivät. Sinun on selvitettävä, mikä katkaisija ohjaa mitäkin lamppua. Saat mennä yläkertaan vain kerran. Toisin sanoen saat asettaa katkaisijoita haluamasi tavalla, ja sitten mennä yläkertaan tutkimaan lamppeja. Tämän jälkeen sinun on osattava yhdistää lamput ja katkaisijat. Miten saat sen selville?



9.

Oletetaan, että kahdeksalta apinalta kuluu kahdeksan minuuttia kahdeksan banaanin syömiseen. Montako

- minuuttia kestää neljältä apinalta neljän banaanin syöminen?
- apinaa tarvitaan syömään 16 banaania 16 minuutissa?

## Reaaliluvut

Luvut ovat aikoinaan tulleet tarpeeseen kuvata esimerkiksi saaliseläinten ja vihollisten määrää. Sellaisia lukuja kuten 1, 5 ja 100 sanotaan positiivisiksi kokonaisluvuiksi. Niitä on käytetty siitä lähtien kun ihminen oppi laskemaan.

Keskiajalla intialaiset loivat negatiivisen kokonaisluvun käsitteen voidakseen käsitellä kaupapalvelkoja. Jos paimenella oli viisi lammasta ja hän oli velkaa kaksi lammasta, niin hänellä oli omia lampaita silloin kolme. Mutta entäs, jos hän olikin velkaa seitsemän lammasta?  $-2$  lammasta ei käytännössä tarkoita mitään järkevää. Mutta voimme tulkita tuloksen siten, että paimen luovuttaa vielä kaksi lammasta saatuaan niitä lisää. Vaikka negatiivisilla luvuilla on mahdollista kuvata joitakin käytännön tilanteita matemaattisesti, ei ne silti sovi tulokseksi joka paikkaan, mikä on johtanut itseisarvon käsitteen määrittelyyn.

Tuttu esimerkki negatiivisten lukujen käytöstä on Celsiuslämpömittarin asteikko, jossa miinusmerkkiä käytetään  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  matalampien lämpötilojen esityksessä. Lämpötila-asteikko havainnollistaa hyvin myös sitä, ettei ”nolla” ja ”ei mitään” ole synonyymeja. Usein ”nolla” on vain mielivaltaisesti valittu kohta jollakin asteikolla, kuten lämpömittarissa, ja sitä pienemmät arvot ovat negatiivisia. Nykyiseen tapaan nollaa ryhtyivät käyttämään vuoden 600 eKr. paikkeilla intialaiset matemaatikot, jotka myös keksivät sen laskusäännöt: nollalla kertominen antaa aina tulokseksi nollan eikä nollan lisääminen tai vähentäminen muuta lukua. He totesivat myös, ettei nollalla jakaminen anna järkevää tulosta.

Kokonaisluvut riittävät niin kauan kuin on kyse lukumäärien laskemisesta. Mutta erilaiset mittaustulokset näyttävät, ettei todellisuus koostu kokonaisluvuin ilmaistavista luvuista. Esimerkiksi ihmiset eivät ole tasan yhden tai kahden metrin pituisia, vaan jotain siltä väliltä. Onkin olemassa myös yksiköiden puolikkaita ja muita osia. Näitä murtolukuna esitettäviä lukuja sanotaan rationaaliluvuiksi. Sana "rationaali" tulee latinan sanasta ratio, joka tarkoittaa osamäärää. Myös jokainen päättyvä tai päättymätön jaksollinen desimaaliluku on rationaaliluku, koska se voidaan merkitä murtolukumuodossa.

500-luvulla eKr. kreikkalaiset Pythagoraan koulukunnan matemaatikot totesivat, että joidenkin neliöiden lävistäjien pituuksia ei voida ilmoittaa täsmällisesti minkään murtoluvun avulla. Esimerkkinä edellisestä on neliö, jonka sivut ovat 1 metrin mittaisia. Vaikka ajateltaisiin kuinka pientä mittayksikköä tahansa, lävistäjän pituuden tarkka ilmoittaminen olisi mahdollista. Lukujen joukkoa oli laajennettava ottamalla käyttöön uusia päättymättömiä desimaalilukuja, joita nykyään kutsutaan irrationaaliluvuiksi (esimerkiksi  $\sqrt{2}$  ja  $\pi$ ). Irrationaalilukuja ei siis voi kuvata tarkasti muuten kuin symbolin avulla.

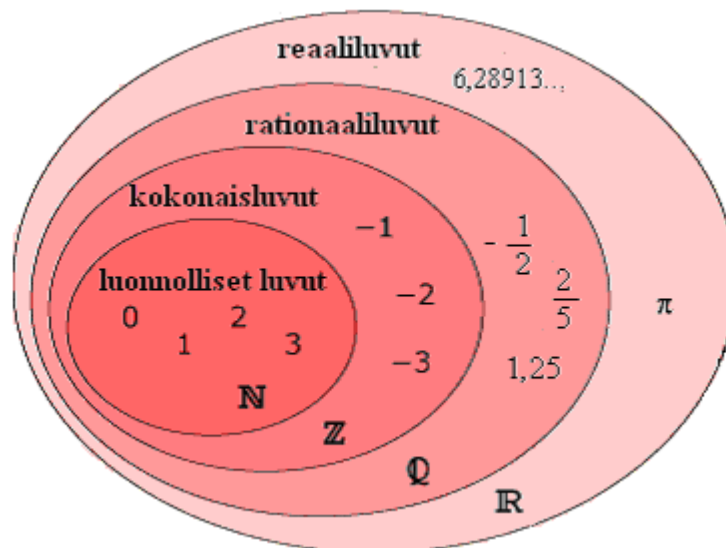
Kreikkalainen matemaatikko Arkhimedes (287-212 eKr.) oli ensimmäinen, joka havaitsi lukuja olevan loputtomasti ja kuinka suuria tahansa. Hän oivalsi, ettei lukujärjestelmässämme ole ylärajaa. Äärettömyys ( $\infty$ ) ei ole luku kuten nolla. Ajatellaanpa sitten kuinka suurta lukua tahansa, jokaiselle voidaan aina ilmoittaa vielä suurempi luku. Äärettömyys ei siis ole koskaan saavutettavissa.

## 2. Lukujoukot ja laskutoimitukset

Matematiikassa erilaiset luvut voidaan luokitella eri lukujoukkoihin seuraavasti:

<i>Luonnollisten lukujen joukko</i>	$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
<i>Kokonaislukujen joukko</i>	$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
<i>Rationaalilukujen joukko</i> $\mathbb{Q}$	luvut, jotka voidaan esittää kahden kokonaisluvun osamääränä
<i>Reaalilukujen joukko</i> $\mathbb{R}$	rationaaliluvut ja luvut, joita ei voida esittää kahden kokonaisluvun osamääränä

Rationaaliluvut ovat lukuja, jotka voidaan esittää kahden kokonaisluvun osamääränä. Jos jakolasku menee tasan, on kyseessä kokonaisluku. Jos jako ei mene tasan eli tulos ei ole kokonaisluku, niin kyseessä on murtoluku.



**Huom!** Suomen kielessä sanat ”luku” ja ”numero” tarkoittavat eri asiaa. Numero tarkoittaa numeromerkkejä 0-9. Numeroja voi verrata aakkosiin: aakkosista muodostetaan sanoja ja numeroista lukuja.



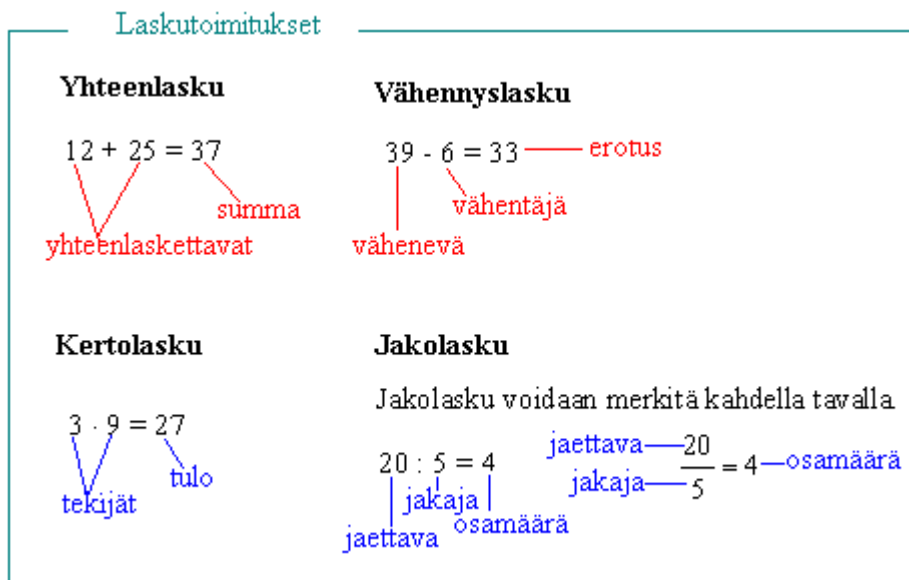
### Esimerkki 1.

Mihin lukujoukkoihin luku kuuluu?

- a) -5
- b)  $\frac{1}{6}$
- c) 0,5
- d) 4,5798213...

### Ratkaisu:

- a) Ainakin reaalityyppisiin, koska niihin kuuluvat kaikki luvut. Lisäksi rationaalityyppisiin (luku voidaan esittää kahden kokonaisluvun osamääränä) sekä kokonaislukuisiin.
- b) Reaalityyppisiin ja rationaalityyppisiin.
- c) Reaalityyppisiin ja rationaalityyppisiin (0,5 voidaan esittää murtolukuna  $\frac{1}{2}$ )
- d) Ainoastaan reaalityyppisiin, koska kyseessä on päättymätön ja jaksoton desimaaliluku, eikä sitä voida esittää kahden kokonaisluvun osamääränä..



Kertolasku ja jakolasku ovat toistensa käänteistoimituksia. Jakolasku voidaan tarkistaa kertomalla jakaja ja osamäärä keskenään, jolloin tuloksi saadaan jaettava. Muistathan, ettei nolllalla voi jakaa! Esimerkiksi jakolaskua  $2 : 0$  ei voida suorittaa, koska ei ole olemassa sellaista lukua, joka nolllalla kerrottuna antaisi tulokseksi 2.

## Tehtäviä

10.

Mitkä viereisen laatikon luvuista ovat

- a) luonnollisia lukuja
- b) kokonaislukuja
- c) rationaalilukuja?

$$\frac{1}{3}, -3, 12, -5, \frac{8}{4}, 8, -\frac{5}{6}$$

11.

Merkitse ja laske lukujen 80 ja 5

- a) summa
- b) erotus
- c) tulo
- d) osamäärä.

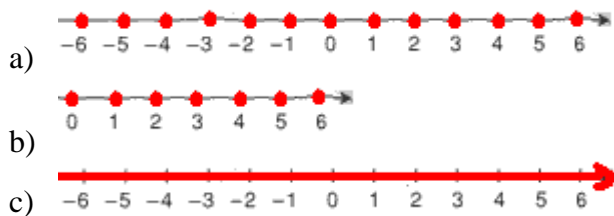
12.

Merkitse ja laske, kun

- a) vähenevä on 11 ja vähentäjä 9
- b) yhteenlaskettavat ovat 6 ja 79
- c) jaettava on 110 ja jakaja 5
- d) tekijät ovat 12 ja 4

13.

Mikä lukujoukko on esitetty lukusuoralla?



14.

Mitkä luvuista ovat rationaalilukuja?

- a) 2002
- b) -135
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $-\frac{5}{7}$
- e) 7,8
- f) 0,333...

15.

Päättele puuttuva luku.

- a)  $\frac{1}{3} = 4$
- b)  $\frac{1}{5} = 9$

c)  $\frac{\quad}{2} = 7$

d)  $\frac{\quad}{6} = 0$

e)  $\frac{\quad}{0} = 1$

**16.**

Mihin lukujoukkoihin luku kuuluu?

a)  $\frac{3}{4}$

b) 0,6

c) -89

d) 0,184651...

e) 1

**17.**

Päättele mikä luku sopii tyhjään ruutuun?

a)  $\_ - 12 = 3$

b)  $26 + 4 + \_ = 32$

c)  $45 : \_ = 9$

d)  $\_ \cdot 5 = 55$

**18.**

Mikä lukujoukko on suppein kaikista lukujoukoista?

**19.**

Mistä lukujoukoista luvut on otettu?

a)  $-3, -1, 0, 2, 6, 10, 15$

b)  $2, 4, 6, 8, 10, 12$

c)  $-6, -\frac{3}{2}, 0, \frac{7}{9}, 1\frac{1}{8}, 4$

d)  $2, \pi, 5, 6, \frac{13}{2}, 7, 9$

**20.**

Mikä luku tulee lukujonoon seuraavaksi?

a)  $33, 29, 25, 21, \_$

b)  $3, 6, 9, 12, \_$

c)  $29, 28, 26, 23, \_$

d)  $12, 17, 24, 33, \_$

e)  $6, 7, 9, 12, \_$

**21.**

Mikä on

a) pienin

b) suurin

luonnollinen luku, joka voidaan muodostaa käyttämällä numeroita 8, 6, 1, 4 ja 3 (kaikkia numeroita on käytettävä kerran)?

**22.**

Mikä on suurin luonnollinen luku, joka on

- a) kolminumeroinen
- b) viisinumeroinen
- c) kahdeksannumeroinen?

**23.**

Kirjoita ylös seuraavat kolme lukua:

- (1.) jokin seitsemännumeroinen luku (esim. puhelinnumero)
- (2.) luku 8
- (3.) laske edellisten tulo

Laske kaikkien näiden kolmen luvun numerot yhteen. Jos numeroiden summassa on enemmän kuin yksi numero, laske summan numerot yhteen. Jatka samoin, kunnes jäljellä on enää yksi numero. Mikä se on?

**24.**

Kirjoita lukujonon viisi seuraavaa lukua

- a) 6, 9, 12, 15, ...
- b) 14, 21, 28, ...
- c) 44, 40, 36, 32, ...

**25.**

Mikä on kerrostalon 1. ja 6. kerroksen lattioiden korkeusero, kun portaikossa on jokaisen kerroksen välillä 16 askelmaa? Yhden askelman korkeus on 17 cm.

**26.**

Pizzan hinta oli 5 € ja pastan 6 €. Juoma maksoi yhden euron. Paljonko 28 opiskelijan ryhmän ruokailu maksoi kaikkiaan, kun 17 söi pizzan, loput pastan ja jokainen otti juoman?

**27.**

Juho suunnitteli itsekoottavan kirjahyllyn ostamista. Paljonko kirjahyllly maksoi, kun se koostui seuraavista osista?

osa	määrä	yksikköhinta [€]
päätylevy	2	10,50
välilevy	3	9,60
hyllytaso	10	5,70
tv-taso	1	39,00
laatikosto	2	27,00
kaapisto	2	32,00

**28.**

Päättele mikä on luku  $x$ , kun luvun 50 ja luvun  $x$

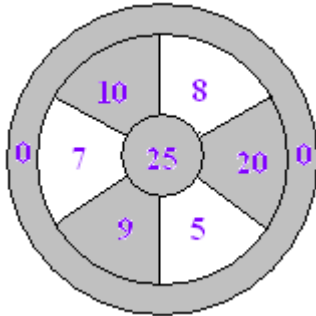
- a) erotus on 9
- b) osamäärä on 10
- c) tulo on 550
- d) summa on 80?

**29.**

Muodosta sellainen laskulauseke kahdeksan kahdeksikon avulla jonka tulos on 1000.

**30.**

Oheiseen tikkatauluun heitetään kolme tikkaa. Kaikki tikat jäävät tauluun. Ilmoita kaikki mahdollisuudet, joilla saadaan tulokseksi 25. (Peruskoulun matematiikkakilpailu 11.11.1999)



**31.**

Jaa kellotaulu kuuteen osaan siten, että lukujen summa kussakin osassa on sama.



**32.**

Henkilö osti asunnon, jonka pinta-ala oli  $113 \text{ m}^2$  ja neliöhinta oli  $1330 \text{ €/m}^2$ . Osan kauppahinnasta muodosti hänen vanha asuntonsa, jonka pinta-ala oli  $80 \text{ m}^2$  ja neliöhinta  $1350 \text{ €/m}^2$ . Kuinka suuri summa jäi rahalla maksettavaksi?

**33.**

Suomisen Onnin nettotulot olivat vuoden aikana  $14\,154 \text{ €}$  ja hänen vaimonsa nettotulot olivat  $11\,432 \text{ €}$ . Paljonko Suomiset pystyivät säästämään vuoden aikana, kun heidän menonsa olivat keskimäärin seuraavat: vuokra  $580 \text{ €}$  kuukaudessa, ruokamenot  $400 \text{ €}$  kuukaudessa, vaatetusmenot  $1000 \text{ €}$  vuodessa, matkat ja hovit  $850 \text{ €}$  vuodessa sekä muut kulut  $1200 \text{ €}$  vuodessa.

**34.**

Kissa jahtaa hiirtä, jolla on 50 hiiren askelta matkaa kololleen turvaan. Kissa on 10 kissan askelta hiirtä jäljessä. Hiiri ehtii ottamaan kuusi askelta siinä ajassa, kun kissa ottaa kaksi askelta. Kissan askel on kuitenkin pituudeltaan viisinkertainen hiiren askeleeseen verrattuna. Ehtiikö hiiri turvaan?

**35.**

Minkä säännön mukaan luvut on järjestetty?

8, 2, 3, 6, 4, 0, 7, 5, 9, 1

### 3. Lukujen suuruusvertailua

Reaalilukujen ominaisuuksiin kuuluu, että niitä voidaan suuruutensa puolesta verrata toisiinsa. Vertailusymbolit  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  ja  $\geq$  näyttävät linnunnokalta ja hyvä muistisääntö onkin, että ”nokka on auki suurempaan, piikki pistää pienempään”.

#### Reaalilukujen vertailussa esiintyvät vertailusymbolit

= yhtä suuri kuin

$\neq$  eri suuri kuin

$<$  pienempi kuin

$>$  suurempi kuin

$\leq$  pienempi tai yhtäsuuri kuin

$\geq$  suurempi tai yhtäsuuri kuin

Jos yhtälössä esiintyy jokin näistä merkeistä, puhutaan epäyhtälöstä.

#### Esimerkki 1.

- a)  $2 < 6$                       Kaksi on pienempi kuin kuusi.  
b)  $100 > 10$                     Sata on suurempi kuin kymmenen.  
c)  $\text{ikä} \geq 18 \text{ vuotta}$             Ikä on suurempi tai yhtä suuri kuin 18 vuotta.  
  Ikä on vähintään 18 vuotta.  
d)  $\text{hinta} \leq 20 \text{ €}$                 Hinta on pienempi tai yhtä suuri kuin 20 euroa.  
  Hinta on enintään 20 euroa.  
e)  $\text{pituus} \neq 172 \text{ cm}$             Pituus on eri suuri kuin 172 cm.

#### Esimerkki 2.

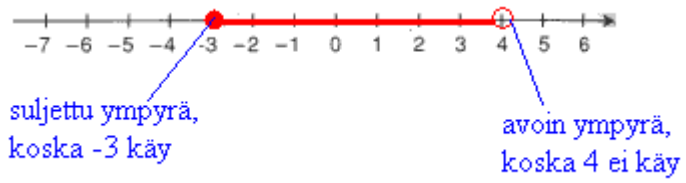
Merkitään lukusuoralle ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon  $1 < \text{luku} \leq 5$ .



**Huom!** Kahdesta lukusuoran luvusta oikeanpuoleinen on aina suurempi kuin vasemmanpuoleinen.

### Esimerkki 3.

Merkitään lukusuoralle ne reaalityluvut, jotka toteuttavat ehdon  $-3 \leq \text{luku} < 4$ .



## Tehtäviä

### 36.

Lue parillesi ääneen merkinnät

- a)  $6 > 3$
- b)  $0 < 8$
- c)  $1 \neq 2$
- d)  $\text{ikä} \leq 13 \text{ vuotta}$
- e)  $\text{viikkoraha} \geq 5 \text{ €}$

### 37.

Merkitse lukujen suuruusjärjestys käyttämällä merkkejä: < tai >

- a) 3,4 ja 4,3
- b) 0,81 ja 1,1
- c) 0,05 ja 0,0015
- d) -4 ja 3
- e) -98 ja -100

### 38.

Maalajit luokitellaan rakeiden läpimitan  $d$  [mm] mukaan:

Maalaji	Läpimitta $d$ [mm]
Savi	$d \leq 0,002$
Siltti	$0,002 < d \leq 0,06$
Hiekka	$0,06 < d \leq 2,0$
Sora	$2,0 < d \leq 60,0$
Kivet	$60 < d \leq 600$
Lohkareet	$d > 600$

Mihin luokkaan kuuluu maalaji, jonka rakeiden läpimitta on

- a) 0,001 mm
- b) 0,04 mm
- c) 0,5 mm
- d) 4 mm
- e) 400 mm?

### 39.

Luettele ne luonnolliset luvut, jotka ovat

- a) suurempia kuin 6 ja pienempiä kuin 9
- b) suurempia kuin 15 ja pienempiä kuin 19
- c) suurempia kuin 802 ja pienempiä kuin 800

### 40.

Onko väite tosi vai epätosi?

- a)  $1 \geq 2$
- b)  $0 < 3$
- c)  $3 \geq 1$
- d)  $3 \geq 3$
- e)  $1 \neq -1$
- f)  $4 \leq 3$



**41.**

Kirjoita matemaattisin symbolein.

- a) 3 on pienempi kuin 6
- b) 3 on suurempi kuin 1
- c) 1 on positiivinen
- d)  $-1$  on negatiivinen
- e) 2 on erisuuri kuin 3
- f) Hinta on enintään 100 €.
- g) Matka on vähintään 2 km.
- h) Pakkasta on vähintään  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- i) Lämpötila vaihtelee  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ :sta  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ :een.

**42.**

Mitkä luvuista 0, 3, 5 ja 7 toteuttavat ehdon

- a) luku  $< 5$
- b)  $0 < \text{luku} \leq 5$
- c) luku  $\geq 3$ ?

**43.**

Esitä lukusuoralla ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon  $0 < \text{luku} < 6$ .

**44.**

Merkitse lukusuoralle kaikki ne kokonaisluvut  $x$ , jotka toteuttavat ehdon  $2 \leq x \leq 7$ .

**45.**

Mitkä luonnolliset luvut  $x$  toteuttavat ehdon

- a)  $x < 6$
- b)  $0 \leq x \leq 3$
- c)  $1 < x \leq 4$
- d)  $78 \leq x < 83$ ?

**46.**

Piirrä lukusuora ja merkitse siihen reaalityluvut, jotka ovat

- a) enemmän tai yhtä paljon kuin 2
- b) enemmän kuin 3
- c) vähintään 5
- d) vähemmän kuin 1
- e) enemmän kuin  $-1$
- f) enemmän kuin  $-1$ , mutta vähemmän kuin 1
- g) vähemmän tai yhtä paljon kuin  $-2$

**47.**

Esitä lukusuoralla kaikki ne reaalityluvut  $x$ , jotka toteuttavat ehdon  $x \geq 4$ .

**48.**

Onko väite tosi vai epätosi?

- a)  $-7$  on suurempi kuin  $-2$
- b)  $-3$  on pienempi kuin  $0$
- c)  $-45$  on enemmän kuin  $6$
- d)  $-5 > 3 < -2$
- e)  $0 < 1$
- f)  $-2 > 1$

**49.**

Kirjoita epäyhtälönä

- a) Kanojen määrä  $k$  on enintään  $500$  kpl.
- b) Lahjavero  $x$  on yli  $4\,000$  €.
- c) Ryhmälennuksen saa, kun lähtijöiden lukumäärä  $n$  on vähintään  $8$ .
- d) Vuokra  $x$  on vähintään  $250$  € ja enintään  $550$  €.

**50.**

Luettele kaikki

- a) parittomat
  - b) parilliset
- luonnolliset luvut, jotka ovat pienempiä kuin  $9$ .

**51.**

Luettele ne kaksidesimaaliset luvut  $x$ , jotka toteuttavat ehdon  $6,8 < x \leq 6,9$ ?

**52.**

Merkitse lukusuoralle kaikki yksinumeroiset desimaaliluvut, jotka toteuttavat ehdon  $0,1 < \text{luku} < 1,0$ .

**53.**

Lehden vuosikerta maksaa  $20$  €. Irtonumeron hinta on  $1,50$  €. Lehti ilmestyy  $16$  kertaa vuodessa. Kuinka paljon halvemmalla vuosikerran tilannut saa vuoden lehdet irtonumeron ostajaan verrattuna?

**54.**

Jos Matti työskentelee urakkapalkalla laatikkotehtaassa, saa hän  $0,90$  € jokaisesta valmiista laatikosta. Jos hän ei työskentele urakkapalkalla, on tuntipalkka  $8,30$  €. Kuinka monta laatikkoa Matin tulee viikossa saada valmiiksi, jotta hänen kannattaa työskennellä urakkapalkalla? (Viikossa on  $40$  työtuntia.)

**55.**

Autovuokraamo  $A$  perii kiinteää perusmaksua  $25$  €/vrk ja lisäksi kilometrimaksua  $0,30$  €/km. Autovuokraamo  $B$  perii ainoastaan kilometrimaksua, joka on  $0,42$  €/km. Kummasta on edulli-

sempaa vuokrata auto yhdeksi vuorokaudeksi, jos arvioitu ajomatka on 400 km? (yo syksy 1990)

**56.**

Pesuainetta A sisältävä 0,7 litran pullo maksaa 2,15 €, kun taas 0,6 litran pullo pesuainetta B maksaa 1,80 €. Kumpi pesuaine on edullisempaa? (yo syksy 1985)

## 4. Itseisarvo ja vastaluku

Lukusuoralla luvun etäisyyttä nolasta kutsutaan luvun *itseisarvoksi*.  
Luvun  $a$  itseisarvoa merkitään  $|a|$ .

Kun halutaan tietää kuinka kaukana luku on nolasta, välittämättä siitä kummalla puolella nolaa se on, merkitään pystyviivat luvun molemmille puolille. Koska itseisarvo kuvaa etäisyyttä, se ei voi olla koskaan negatiivinen.

### Esimerkki 1.

- a)  $|3| = 3$      Positiivisen luvun itseisarvo on luku itse.
- b)  $|0| = 0$
- c)  $|-3| = 3$      Negatiivisen luvun itseisarvo on vastaava luku ilman etumerkkiä.

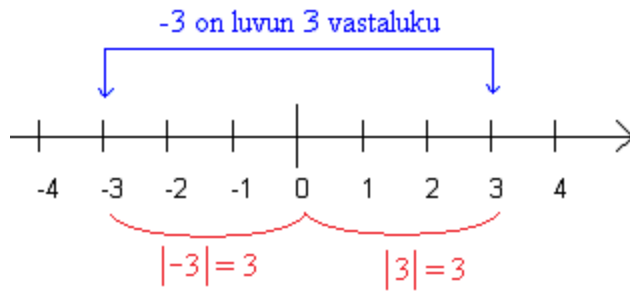
Lukujen itseisarvot lasketaan ennen muita laskutoimituksia. Jos itseisarvomerkkien sisällä on lauseke, on sen arvo laskettava ennen itseisarvomerkkien poistamista.

### Esimerkki 2.

- a)  $|-16| + |-8| = 16 + 8 = 24$      Otetaan ensin lukujen itseisarvot ja lasketaan ne yhteen.
- b)  $|32 - 10 + 4| = |26| = 26$      Lasketaan ensin luvut yhteen ja otetaan summan itseisarvo.

Kahta lukua, jotka sijaitsevat lukusuoralla yhtä kaukana nolasta, mutta sen eri puolilla, sanotaan toistensa *vastaluvuiksi*.

### Esimerkki 3.



Vastaluvuilla on sama itseisarvo. Positiivisen luvun vastaluku saadaan laittamalla miinusmerkki luvun eteen. Negatiivisen luvun vastaluku saadaan jättämällä miinusmerkki pois luvun edestä.

### Esimerkki 4.

luku	vastaluku
16	-16
-4	4
0	0
$x$	$-x$

Matemaattisesti vastaluku merkitään laittamalla luvun eteen miinusmerkki. Jos luvun edessä on ennestään plus- tai miinusmerkki, on luku laitettava sulkeisiin. Kahta laskutoimitusmerkkiä ei voi esiintyä peräkkäin ilman, että välissä olisi sulkeet. Peräkkäisillä laskutoimitusmerkeillä laskeminen opitaan myöhemmin.

### Esimerkki 5.

- Luvun 9 vastaluku merkitään  $-9$ .
- Luvun  $+9$  vastaluku merkitään  $-(+9)$ .
- Luvun  $-9$  vastaluku merkitään  $-(-9)$ .

## Tehtäviä

**57.**

Kirjoita seuraavien vastakohtat.

- a) Ylös
- b) Etelään
- c) Itään
- d) Voittaa 100 euroa
- e) Neljä kerrosta alas
- f) Pidentää 50 centimetriä
- g) 60 m meren tason yläpuolella

**58.**

Piirrä lukusuora ja määritä sen avulla lukujen etäisyydet nolasta.

- a) 4
- b) -6
- c) 0
- d) -3

**59.**

Määritä lukujen itseisarvot.

- a) -58
- b) +5
- c) -7
- d) 0
- e) -16,7

**60.**

Merkitse lukujen itseisarvot ja laske ne.

- a) +13
- b) -32
- c) 16

**61.**

Jäljennä taulukko vihkoosi ja täydennä.

luku	vastaluku	itseisarvo
75		
	23	
-6		
	-34	
- (-4)		

**62.**

Määritä lukujen vastaluvut.

- a) -2
- b) 8
- c) -1020
- d) 256 d
- e) 200 €

- f)  $-9,81 \text{ m/s}^2$
- g)  $80 \text{ km/h}$

**63.**

Kumman luvun itseisarvo on suurempi?

- a)  $+14$  vai  $22$
- b)  $-9$  vai  $-6$
- c)  $25$  vai  $-25$
- d)  $-8,91$  vai  $9,02$

**64.**

Kumman luvun vastaluku on suurempi?

- a)  $+14$  vai  $22$
- b)  $-9$  vai  $-6$
- c)  $25$  vai  $-25$
- d)  $-8,91$  vai  $9,02$

**65.**

Laske.

- a)  $|4| + |3|$
- b)  $|-4| + |-3|$
- c)  $\frac{|12|}{|3|}$
- d)  $\frac{|-12|}{|-3|}$

**66.**

Kirjoita luvut pienimmästä suurimpaan.

$$2,2 \quad -(-6) \quad -2 \quad \left| +\frac{1}{2} \right| \quad 8 \quad -(+3)$$

**67.**

Merkitse lukujen vastaluvut.

- a)  $5$
- b)  $+5$
- c)  $-5$

**68.**

Merkitse lukujen vastaluvut.

- a)  $13$
- b)  $-100$
- c)  $5,5$
- d)  $0$
- e)  $-\frac{2}{3}$
- f)  $+3\frac{1}{4}$

**69.**

Laske.

- a)  $|-40| - |+31|$
- b)  $|+21| + |-5| - |-3|$
- c)  $|300| - |-50| + |6|$

**70.**

Merkitse ja laske lukujen  $-18$  ja  $-7$  itseisarvojen

- a) summa
- b) erotus
- c) tulo.

**71.**

Luettele ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon  $|\text{luku}| < 6$ .

**72.**

Laske.

- a)  $|-25| + |-4|$
- b)  $|16 - 12 + 9|$
- c)  $|2 \cdot 6 - 3|$

**73.**

Esitä lukusuoralla kaikki ne kokonaisluvut  $x$ , jotka toteuttavat ehdon  $|x| \geq 4$ .

**74.**

Piirrä lukusuora ja merkitse siihen kaikki ne kokonaisluvut  $x$ , jotka toteuttavat ehdon  $2 \leq |x| \leq 7$ .

---

vaativat tehtävät

---

**75.**

Päättele lukusuoran avulla, mitkä kokonaisluvut  $x$  toteuttavat ehdon

- a)  $|x| < 2$
- b)  $|x| < 1$
- c)  $4 < |x| < 7$
- d)  $99 > |x| > 94$

**76.**

Lauseke  $|x - a|$  ilmaisee luvun  $x$  etäisyyden luvusta  $a$ . Tutki lukusuoran avulla, mitkä luvut toteuttavat ehdon

- a)  $|x - 2| = 5$
- b)  $|x - 3| = 1$
- c)  $|x + 1| = 3$



## 5. Kokonaislukujen yhteen- ja vähennyslasku

### Pohdintatehtävä I

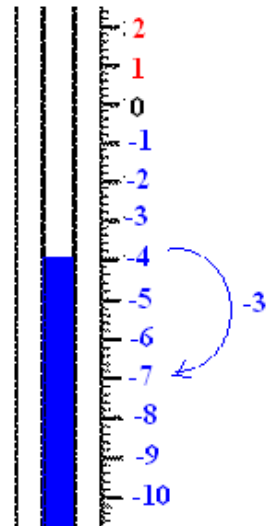
Illalla lämpötila on  $-4$  astetta, yön aikana pakkanen kiristyy  $3$  astetta. Paljonko lämpömittari näyttää aamulla?

### Pohdintatehtävä II

Juho on sinulle ennestään velkaa  $2$  €. Mikä on lopputilanne, jos hän

- lainaa sinulta lisää  $4$  €?
- antaa sinulle  $5$  €?

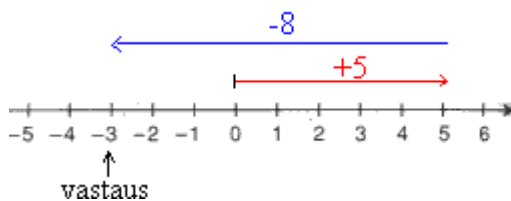
Miten voisit merkitä laskuja matemaattisesti?



### Esimerkki 1.

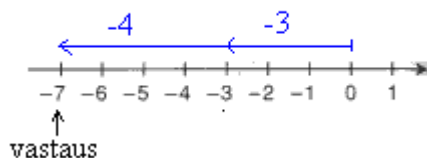
Lasketaan lukusuoramallin avulla

- a)  $5 - 8$



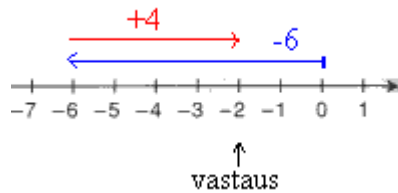
- Aloita nolasta.
- Siirry ensin 5 askelta oikealle.
- Siirry sitten 8 askelta vasemmalle.
- Päädyt lukuun  $-3$ , joten  $5 - 8 = -3$

- b)  $-3 - 4$



- Aloita nolasta.
- Siirry ensin 3 askelta vasemmalle.
- Siirry sitten 4 askelta vasemmalle.
- Päädyt lukuun  $-7$ , joten  $-3 - 4 = -7$ .

- c)  $-6 + 4$



- Aloita nolasta.
- Siirry ensin 6 askelta vasemmalle.
- Siirry sitten 4 askelta oikealle.
- Päädyt lukuun -2, joten  $-6 + 4 = -2$ .

### Yhteenlaskusäämöt

Jos yhteenlaskettavat ovat

- samanmerkkiset, lasketaan lukujen itseisarvot yhteen ja laitetaan tuloksen eteen yhteinen etumerkki.
- erimerkkiset, vähennetään itseisarvoltaan suuremman luvun itseisarvosta pienemmän luvun itseisarvo ja laitetaan tuloksen eteen itseisarvoltaan suuremman luvun etumerkki.

### Esimerkki 2.

a)  $-8 - 4 = -12$       Luvuilla on sama etumerkki, joten lasketaan lukujen itseisarvojen summa

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array} \quad | -8 | + | -4 | = 8 + 4 = 12.$$

Lisätään yhteinen etumerkki.

b)  $8 - 4 = 4$       Luvuilla on eri etumerkit, joten lasketaan lukujen itseisarvojen erotus

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \quad | 8 | - | -4 | = 8 - 4 = 4.$$

Itseisarvoltaan suurempi luku on positiivinen, joten vastaus on positiivinen. + -merkkiä ei merkitä näkyviin.

c)  $-8 + 4 = -4$       Luvuilla on eri etumerkit, joten lasketaan lukujen itseisarvojen erotus

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \quad | -8 | - | 4 | = 8 - 4 = 4.$$

Itseisarvoltaan suuremman luvun edessä on miinusmerkki, joten vastaukseen lisättävä miinusmerkki.

## Tehtäviä

**77.**

Järjestä lämpötilat suurusjärjestykseen, kylmimmästä lämpimimpään.

-3 °C, 0 °C, -12 °C, +1 °C ja +5 °C.

**78.**

Ada on sinulle ennestään velkaa 4 €. Mikä on lopputilanne, jos hän

- a) lainaa sinulta lisää 5 €?
- b) antaa sinulle 5 €?

**79.**

Merkitse lauseet matemaattisesti ja laske lopputilanne.

- a) Venla antaa sinulle 7 €, jonka jälkeen hän lainaa 5 €.
- b) Juho lainasi sinulta eilen 2 €. Tänään hän palautti aamupaivällä euron ja illalla lainasi 3 €.

**80.**

Elias lainasi Emmalta toissapäivänä 6 € ja maksoi takaisin eilen 4 €. Jos hän tänään lainaa vielä 3 €, paljonko Eliaksen on huomenna tuotava Emmalle rahaa, jotta kumpikaan ei olisi toisilleen velkaa?

**81.**

Lämpötila oli aamulla -3 °C ja päivän aikana se kohosi 5 astetta. Paljonko lämpötila oli ilta-päivällä?

**82.**

Mikä lämpötila on 9 astetta enemmän kuin

- a) -9 °C
- b) 2 °C
- c) -10 °C
- d) -6 °C?

**83.**

Mikä lämpötila on kolme astetta vähemmän kuin

- a) 4 °C
- b) 0 °C
- c) -1 °C
- d) -12 °C?

**84.**

Lämpötila on aluksi -8 °C. Mikä on lämpötila, jos lämpötila

- a) laskee 5 astetta
- b) kohoaa 3 astetta
- c) kohoaa 12 astetta?

**85.**

Laske lukusuoramallin avulla.

- a) 5 - 8
- b) -6 + 5

- c)  $-2 - 6$
- d)  $9 - 6$

**86.**

Laske lukusuoramallin avulla.

- a)  $-5 + 8$
- b)  $-7 + 3$
- c)  $-1 - 5$
- d)  $5 - 7$


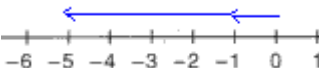
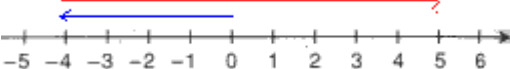
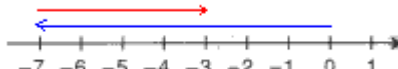
**87.**

Laske lukusuoramallin avulla.

- a)  $2 - 5$
- b)  $-2 + 6$
- c)  $6 - 4$
- d)  $-1 + 0$

**88.**

Lukusuoralla on kuvattu laskutoimitus. Kirjoita se näkyviin ja laske sen arvo.

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 

**89.**

Laske lukusuoramallin avulla.

- a)  $5 - 7$
- b)  $-3 - 4$
- c)  $8 - 3$
- d)  $-9 + 5$

**90.**

Laske.

- a)  $-31 - 18$
- b)  $92 - 64$
- c)  $-45 - 21$
- d)  $-4 - 38$

**91.**

Laske.

- a)  $-3 - 8$
- b)  $11 - 6 - 5$
- c)  $-4 + 4 - 2$

d)  $-4 - 7 - 3$

**92.**

Laske.

- a)  $-4 + 3 - 8$
- b)  $1 + 6 - 9$
- c)  $-7 + 4 + 2$
- d)  $9 - 1 + 3$

**93.**

Laske.



- a)  $-11 + 4 - 8$
- b)  $5 - 7 + 3$
- c)  $-2 - 7 - 14$









**94.**

Laske.

- a)  $-43 + 30$
- b)  $20 - 30$
- c)  $-75 - 13$
- d)  $-89 + 93$

**95.**

 kuvaa lukua 1 ja  kuvaa lukua -1. Mitä lukua seuraavat mallit kuvaavat?

- a)   

- b)   

- c)   

- d)   


\_\_\_\_\_ soveltavat tehtävät \_\_\_\_\_

**96.**

Laske.

$-10 + 12 - 3 + 2 - 6 - 9 + 4$

**97.**

Hissi lähtee pohjakerroksesta kahdeksanteen kerrokseen, josta se kulkee 5 kerrosväliä alaspäin ja edelleen kaksi kerrosväliä ylöspäin. Missä kerroksessa hissi on tällä hetkellä?

**98.**

Kirjoita matemaattisessa muodossa ja ratkaise loppulämpötila.

- a) Lämpötila kohoaa  $-3$  asteesta  $7$  astetta.
- b) Lämpötila laskee  $+3$  asteesta  $7$  astetta.
- c) Lämpötila laskee  $-3$  asteesta  $7$  astetta.

**99.**

Nouset hissiin viidennestä kerroksesta. Hissi laskee kolme kerrosta alaspäin, minkä jälkeen se nousee 5 kerrosta ylöspäin. Missä kerroksessa olet?

**100.**

Taulukossa on planeettojen lämpötiloja.

Planeetta	Lämpötila [ $^{\circ}\text{C}$ ]
Jupiter	-130
Maa	+20
Mars	-50
Neptunus	-220
Pluto	-230
Saturnus	-170
Uranus	-210
Venus	+480

Laske lämpötilaero

- a) lämpimimmän ja kylmimmän planeetan välillä.
- b) kahden kylmimmän planeetan välillä.
- c) kahden lämpimimmän planeetan välillä.

---

vaativat tehtävät

---

**101.**

Mikä luku sopii  $x$ :n paikalle?

- a)  $-4 - x = -13$
- b)  $-x = 15$
- c)  $-11 - x + 1 = 14$

**102.**

Laske.

- a)  $3 - |4 - 2 \cdot 6|$
- b)  $\left| 1 - 3 \cdot \frac{4}{7} \right| - \left| 3 - 4 \cdot \frac{3}{4} \right|$
- c)  $-2 \cdot |2 - 4| \cdot |3 - (-2 - 5)|$

**103.**

Mikä luku sopii  $x$ :n paikalle?

- a)  $x - 4 = 2$
- b)  $7 + x = 3$
- c)  $-8 + x = 16$
- d)  $x - 9 = -23$

## 6. Merkkiyhdistelmien sieventäminen

Lukusuoralla tarkastelun lisäksi vastalukuja voidaan tarkastella laskemalla ne yhteen.

Kahta lukua, joiden summa on nolla, sanotaan toistensa *vastaluvuiksi* eli luvun  $a$  vastaluku on  $-a$ , koska

$$a + (-a) = 0.$$

Luvun  $-8$  vastaluku on  $-(-8)$ , mutta miten voidaan osoittaa, että  $-8 + [-(-8)] = 0$ , kun laskutoimituksessa on peräkkäisiä plus- ja miinusmerkkejä?

Kahden etu- ja laskumerkin yhdistelmät, joissa merkkien välissä on sulkumerkki, voidaan korvata yhdellä merkillä. Jos sulkeiden edessä on plusmerkki, ei sulkeiden sisällä olevien etumerkkejä muuteta. Jos sulkeiden edessä on miinusmerkki, kaikkien sulkeiden sisällä olevien lukujen etumerkki vaihdetaan.

merkkiyhdistelmä	korvataan merkillä	esimerkki
$+(+)$	$+$	$+(+2) = 2$
$-(+)$	$-$	$-(+2) = -2$
$+(-)$	$-$	$+(-2) = -2$
$-(-)$	$+$	$-(-2) = 2$

Miinusmerkkiä voisi verrata kieltävään sanaan ”ei”. Kaksi peräkkäin olevaa ei -sanaa kumoavat toisensa. Esimerkiksi ”ei pidä paikkaansa etten ole terve” tarkoittaa samaa kuin ”olen terve”.

Koska sulkeiden edessä oleva  $+$  -merkki ei muuta sulkeiden sisällä olevien etumerkkiä, voidaan kaikki yhteen ja vähennyslaskut ajatella positiivisten ja negatiivisten lukujen yhteenlaskuina. Esimerkiksi lauseke  $-8 - 4$  voidaan kirjoittaa muodossa  $(-8) + (-4)$ .

### Esimerkki 1.

Poistetaan sulkeet ja suoritetaan laskutoimitukset.

- a)  $5 + (+3) = 5 + 3 = 8$
- b)  $5 - (+3) = 5 - 3 = 2$
- c)  $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$
- d)  $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

## Esimerkki 2.

Poistetaan sulkeet ja suoritetaan laskutoimitukset.

$$\text{a) } -10 + (-2) - (+1) = -10 - 2 - 1 = -12 - 1 = -13$$

$$\text{b) } 3 - (-2) + (-4) - 1 - (-5) = 3 + 2 - 4 - 1 + 5 = 5 - 5 + 5 = 5$$

suoritetaan nämä ensiksi



## Tehtäviä

**104.**

Sievennä.

- a)  $-(-10)$
- b)  $+(+13)$
- c)  $- (+5)$
- d)  $+(-22)$

**105.**

Sievennä.

- a)  $+(-8)$
- b)  $- (+3)$
- c)  $- (-7)$
- d)  $- (+6)$

**106.**

Lisää puuttuva merkki + tai - .

- a)  $- ( 8) = 8$
- b)  $- ( 8) = -8$
- c)  $+ ( 8) = -8$
- d)  $+ ( 8) = 8$

**107.**

Laske.

- a)  $6+(-4)$
- b)  $6-(-4)$
- c)  $-6+(-4)$
- d)  $-6-(-4)$

**108.**

Laske.

- a)  $3-(-2)$
- b)  $9-(-12)$
- c)  $14-(-8)$
- d)  $1-(-1)$

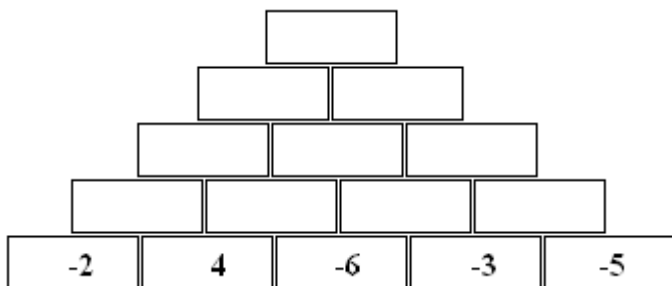
**109.**

Laske.

- a)  $-1-(17)$
- b)  $-3+(-2)$
- c)  $-2-(-9)$
- d)  $6+(-8)$

**110.**

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse kahden vierekkäisessä ruudussa olevan luvun summa niiden yläpuolella olevaan ruutuun.



**111.**

Valitse oikea merkki + tai - .

- a)  $5 \_ 8 = -3$
- b)  $-2 \_ 5 = -7$
- c)  $4 \_ (-1) = 5$
- d)  $-1 \_ (-2) = 1$

**112.**

Merkitse ja laske lukujen -10 ja -12

- a) summa
- b) erotus.

**113.**

Kopio taulukko vihkoosi ja täydennä.

+	<b>4</b>	<b>-7</b>	<b>-11</b>
<b>-3</b>			
<b>8</b>			
<b>-12</b>			

———— soveltavat tehtävät —————

**114.**

Poimi luvuista -5, -3, -1, 2, 8 kolme lukua siten, että niiden summa on -2.

**115.**

Poimi luvuista -6, -5, -4, -1, 2, 1 kolme lukua siten, että niiden erotus on -1.

**116.**

Osoita laskemalla, että luvut ovat toistensa vastalukuja.

- a) 6 ja -6
- b) -4 ja 4
- c) -9 ja 9
- d) 200 ja -200

**117.**

Osoita laskemalla, että  $-8 + [ -(-8) ] = 0$ .

**118.**

Merkitse ja laske lukujen  $-10$  ja  $-4$

- a) summa
- b) erotus
- c) vastalukujen erotus.

**119.**

Merkitse ja laske lukujen erotus.

- a)  $9$ ,  $-4$  ja  $-3$
- b)  $-12$ ,  $-7$  ja  $4$

---

vaativat tehtävät

---

**120.**

Lukujen  $a$  ja  $b$  summa on nolla. Mitä voit sanoa luvuista  $a$  ja  $b$ ?

**121.**

Laske.

- a)  $-2 + (-1) - (-10) - 2 + (-6)$
- b)  $18 - (+3) + (-9) - (-5) + 2$
- c)  $-17 - (-12) - (+3) + (+15) - 3 - (-2) + (-9)$

**122.**

Muodosta lauseke ja laske  $a + (-a)$ , kun

- a)  $a = 5$
- b)  $a = -5$

**123.**

Muodosta lauseke ja laske  $2 \cdot x - x$ , kun

- a)  $x = 10$
- b)  $x = -5$

## 7. Kokonaislukujen kerto- ja jakolasku

Laskettaessa negatiivisten lukujen tuloa ja osamäärää, on olennaista tietää, onko lukuja parillinen vai pariton määrä. Jos kokonaisluku on jaollinen kahdella, se on parillinen.

### Kertolaskun merkkisääntö

Jos kertolaskussa on negatiivisia tekijöitä

- parillinen määrä, tulo on positiivinen
- pariton määrä, tulo on negatiivinen.

**Huom!** Jos yksikin tekijöistä on nolla, niin silloin myös tulo on nolla.

### Esimerkki 1.

- a)  $4 \cdot 5 = 20$  ei yhtään negatiivista tekijää  
b)  $3 \cdot (-6) = -18$  1 eli pariton määrä negatiivisia tekijöitä  
c)  $-4 \cdot 3 \cdot 2 = -24$  1 eli pariton määrä negatiivisia tekijöitä  
d)  $-3 \cdot 1 \cdot (-7) = 21$  2 eli parillinen määrä negatiivisia tekijöitä

### Jakolaskun merkkisääntö

- Kahden samanmerkkisen luvun osamäärä on positiivinen.
- Kahden erimerkkisen luvun osamäärä on negatiivinen.

### Esimerkki 2.

- a)  $\frac{15}{3} = 5$  samanmerkkiset luvut  
b)  $\frac{-3}{3} = -1$  erimerkkiset luvut  
c)  $\frac{-54}{-3} = 18$  samanmerkkiset luvut

## Tehtäviä

**124.**

Luettele viisi ensimmäistä

- a) parillista lukua.
- b) paritonta lukua.

**125.**

Onko vastaus positiivinen vai negatiivinen, kun

- a) positiivinen luku kerrotaan positiivisella luvulla
- b) negatiivinen luku kerrotaan positiivisella luvulla
- c) negatiivinen luku kerrotaan negatiivisella luvulla?

**126.**

Onko tulo positiivinen vai negatiivinen?

- a)  $2 \cdot 2$
- b)  $-2 \cdot (-2)$
- c)  $-2 \cdot 2$
- d)  $2 \cdot (-2)$
- e)  $-2 \cdot (-2) \cdot (-2)$
- f)  $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

**127.**

Laske edellisen tehtävän kertolaskut.

**128.**

Laske.

- a)  $-1 \cdot 7$
- b)  $-3 \cdot 0$
- c)  $1 \cdot (-12)$
- d)  $0 \cdot 9$
- e)  $-1 \cdot (-1)$
- f)  $-2 \cdot (-4)$

**129.**

Laske.

- a)  $2 \cdot 3 \cdot 4$
- b)  $1 \cdot (-3) \cdot 2$
- c)  $10 \cdot (-2) \cdot (-10)$
- d)  $(-2) \cdot (-1) \cdot (-3)$
- e)  $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$
- f)  $(-5) \cdot 1 \cdot 0$

**130.**

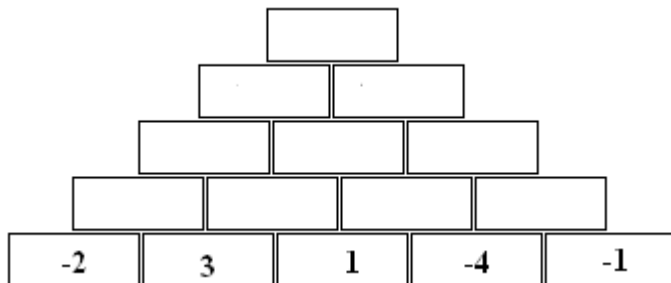
Laske.

- a)  $-4 + (-100)$

- b)  $-4 - (-100)$
- c)  $-4 \cdot 100$
- d)  $-4 \cdot (-100)$

**131.**

Jäljennä kuvio vihkoosi ja merkitse kahden vierekkäisessä ruudussa olevan luvun tulo niiden yläpuolella olevaan ruutuun.



**132.**

Valitse oikea vaihtoehto. Jaettaessa kaksi kokonaisukua vastaus on

- a) positiivinen/negatiivinen jos luvuilla on sama etumerkki.
- b) positiivinen/negatiivinen jos luvuilla on eri etumerkit.

**133.**

Täydennä lauseet.

- a) Kun positiivinen luku jaetaan positiivisella luvulla, on vastaus...
- b) Kun negatiivinen luku jaetaan positiivisella luvulla, on vastaus...
- c) Kun positiivinen luku jaetaan negatiivisella luvulla, on vastaus...
- d) Kun negatiivinen luku jaetaan negatiivisella luvulla, on vastaus...

**134.**

Laske.

- a)  $\frac{-8}{4}$
- b)  $\frac{-20}{-5}$
- c)  $\frac{12}{-4}$
- d)  $\frac{18}{-3}$
- e)  $\frac{-50}{-5}$
- f)  $\frac{-15}{3}$

**135.**

Laske.

- a)  $-14 - (-4)$

- b)  $\frac{-120}{-6}$   
c)  $\frac{-10}{10}$

**136.**

Päättele puuttuva luku.

- a)  $\frac{\quad}{2} = -3$   
b)  $\frac{\quad}{-3} = 6$   
c)  $\frac{6}{\quad} = -2$   
d)  $\frac{-18}{\quad} = -2$

———— soveltavat tehtävät —————

**137.**

Merkitse ja laske lukujen 27 ja  $-3$

- a) summa  
b) erotus  
c) tulo  
d) osamäärä

**138.**

Tutki kokeilemalla, mitä negatiivisen luvun tulolle tapahtuu, kun kertoja pienenee. Kerro luku  $-7$  vuoroin luvuilla 2, 1, 0,  $-1$  ja  $-2$ .

**139.**

Valitse oikea merkki  $>$ ,  $<$  tai  $=$

- a)  $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \_ 0$   
b)  $(-2) \cdot (-7) \cdot 2 \_ 0$   
c)  $34 \cdot (-1) \cdot 0 \_ 0$

**140.**

Laske.

- a)  $-2 + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$   
b)  $-2 - (-2) - (-2) - (-2) - (-2)$   
c)  $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

**141.**

Keksi kolme jakolaskua, joiden tulos on  $-8$ .

**142.**

Mitkä väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia?

- a) Negatiivinen luku voi olla suurempi kuin positiivinen luku.
- b) Kahden negatiivisen luvun summa on aina negatiivinen.
- c) Kahden negatiivisen luvun erotus on aina positiivinen.
- d) Kahden negatiivisen luvun tulo on aina positiivinen.
- e) Positiivisen ja negatiivisen luvun osamäärä on aina negatiivinen.
- f) Positiivisen luvun itseisarvo on aina suurempi kuin negatiivisen luvun itseisarvo.

---

vaativat tehtävät

---

**143.**

Mikä luku sopii  $x$ :n paikalle?

- a)  $6 \cdot x = -60$
- b)  $x \cdot (-3) = 12$
- c)  $x \cdot (-7) = -35$
- d)  $-2 \cdot (-3) \cdot x = 24$

**144.**

Mikä luku sopii  $x$ :n paikalle?

- a)  $\frac{20}{x} = 5$
- b)  $\frac{x}{-3} = -4$
- c)  $\frac{x}{7} = -2$
- d)  $\frac{-24}{x} = 6$

**145.**

Kahden kokonaisluvun summa on  $-11$  ja tulo on  $28$ . Kun merkitään tuntemattomia lukuja kirjaimilla  $x$  ja  $y$ , voidaan ongelma kirjoittaa matemaattisesti muodossa  $x + y = -11$  ja  $x \cdot y = 28$ . Etsi kokeilemalla kyseiset luvut.

**146.**

Kahden kokonaisluvun summa on  $18$  ja osamäärä  $-4$ . Kirjoita tämä matemaattisesti ja etsi kokeilemalla kyseiset luvut.

**147.**

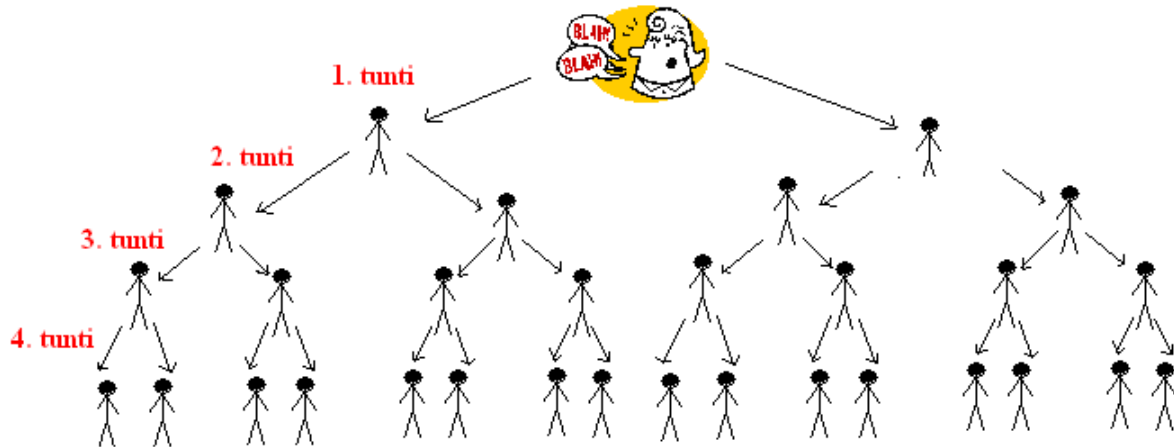
Kahden kokonaisluvun erotus on  $13$  ja tulo on  $-42$ . Kirjoita tämä matemaattisesti ja etsi kokeilemalla kyseiset luvut.



## 8. Potenssimerkintä

### Esimerkki 1.

Kuulet juorun, jonka kerrot tunnin aikana kahdelle kaverillesi. Kukin kavereistasi kertoo juorun kahdelle muulle kaverilleen seuraavan tunnin aikana jne. Juoru leviää neljän tunnin aikana seuraavasti



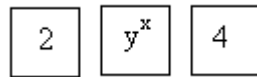
Jokainen siis kertoo juorun kuultuaan sen kahdelle muulle. Tämä voidaan esittää kolmannen tunnin osalta potenssimuodossa

$$2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ kappaletta}} = 8$$

Vastaavasti neljännen tunnin aikana juorun kuulevia on

$$2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ kappaletta}} = 16$$

Laskimella  $2^4$  näppäillään yleensä



Sinun lisäksi juorusta kuulee siis neljän tunnin aikana yhteensä  $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$  henkilöä.

**Huom!** Jos ajattelisimme neljän tunnin osalta juorun levittämisen laskettavan muodossa  $2 \cdot 4 = 8$ , tarkoittaisi tämä sitä, että levittäisit juorua kertomalla sen joka tunti kahdelle. Kaikki muut juorun kuulevat sitä vastoin pitäisivät sen salassa.

Potenssi on kertolaskun lyhennetty merkitsemistapa silloin, kun samaa lukua kerrotaan itsellään useamman kerran.

$x^n$  - Eksponentti on tekijöiden lukumäärä.  
└─ Kantaluku on tulo tekijä.

Eksponentti vaikuttaa ainoastaan siihen lukuun, jonka oikeaan yläkulmaan se on kirjoitettu. Jos vaikutusaluetta halutaan laajentaa, on käytettävä sulkeita. Potenssissa  $(-2)^3$  on kantalukuna -2. Jos potenssimerkinnästä jätetään sulkeet pois ja merkitään  $-2^3$ , on potenssin kantalukuna 2. Ole tarkkana kantaluvun kanssa.

Kantaluku on merkittävä sulkeisiin, jos

- tulo tekijä on negatiivinen
- tulo tekijänä on summa, erotus, tulo, osamäärä tai potenssi.

Potenssin merkkisääntö

Jos potenssin  $x^n$  kantaluku  $x$  on negatiivinen ja eksponentti  $n$  on

- parillinen, potenssin arvo on positiivinen
- pariton, potenssin arvo on negatiivinen.

## Esimerkki 2.

a)  $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

parillinen määrä kerrottavia

b)  $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

pariton määrä kerrottavia

c)  $-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25$

Kyseessä ei ole negatiivisen luvun potenssi.

Luvun toista potenssia sanotaan *luvun neliöksi*. Luvun kolmatta potenssia sanotaan *luvun kuutioksi*.

## Tehtäviä

**148.**

Lue merkinnät parillesi ääneen ja laske potenssien arvot

- a)  $5^2$
- b)  $1^7$
- c)  $2^3$
- d)  $10^4$

**149.**

Merkitse potenssiksi ja laske potenssin arvo

- a) ”kuusi potenssiin kaksi”
- b) ”kymmenen toiseen”
- c) ”kaksi potenssiin neljä”.

**150.**

Kirjoita ilman potenssimerkintää.

- a)  $5^3$
- b)  $2^5$
- c)  $5^2$
- c)  $234^3$
- d)  $25^6$

**151.**

Merkitse tulot potenssimerkintää käyttäen.

- a)  $9 \cdot 9 \cdot 9$
- b)  $3 \cdot 3$
- c)  $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$
- d)  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

**152.**

Merkitse potenssiksi ja laske luvun 3

- a) neliö
- b) kuutio.

**153.**

Merkitse tulot potenssimerkintää käyttäen

- a)  $3 \cdot 3 \cdot 3$
- b)  $12 \cdot 12$
- c)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
- d)  $11 \cdot 11 \cdot 11$
- e)  $a \cdot a \cdot a$
- f)  $e \cdot e \cdot e \cdot e \cdot e$

**154.**

Merkitse tulot potenssimerkintää käyttäen

- a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
- b)  $10 \cdot 10 \cdot 10$
- c)  $11 \cdot 11$
- d)  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

- e)  $a \cdot a \cdot a$
- f)  $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$

**155.**

Merkitse potenssit tuloiksi.

- a)  $100^1$
- b)  $b^3$
- c)  $m^4$
- d)  $5^a$ , missä  $a = 7$

**156.**

Onko totta?

- a)  $6^2 = 36$
- b)  $5^1 = 1$
- c)  $3^3 = 9$

**157.**

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

- a)  $(-3)^2$
- b)  $(-2)^3$
- c)  $-3^3$
- d)  $-1^6$
- e)  $(-1)^4$

**158.**

Laske.

- a)  $(-5)^2$
- b)  $-5^2$
- c)  $(-5)^3$
- d)  $-(-5)^3$

**159.**

Laske potenssien arvot.

- a)  $(-3)^2$
- b)  $(-2)^3$
- c)  $-3^3$
- d)  $-1^6$
- e)  $(-1)^4$

**160.**

Laske.

- a)  $(-2)^5$
- b)  $-3^4$
- c)  $(-1)^{999}$
- d)  $(-1)^{1000}$

**161.**

Kirjoita potenssimuodossa.

- a)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$   
 b)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$   
 c)  $-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$   
 d)  $\frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{7}$   
 e)  $(1+x) \cdot (1+x) \cdot (1+x) \cdot (1+x)$

**162. Laskintehtävä**

Laske potenssit laskimella.

- a)  $6^3$   
 b)  $3^5$   
 c)  $30^4$   
 d)  $25^2$   
 e)  $15^3$   
 f)  $476^1$   
 g)  $100^4$

———— soveltavat tehtävät ————

**163.**

Merkitse potenssiksi ja laske luvun -5

- a) neliö  
 b) kuutio.

**164.**

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

- a)  $\left(\frac{2}{5}\right)^4$   
 b)  $\frac{2^3}{7}$   
 c)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$   
 d)  $-\left(2-\frac{1}{3}\right)^6$   
 e)  $(a+7)^3$   
 f)  $-\frac{4a^5}{3}$

**165.**

Laske.

- a)  $25^2 - 24^2$   
 b)  $30^2 - 29^2$

c)  $51^2 - 50^2$

d)  $62^2 - 61^2$

Mitä havaitset? Miten voit laskea  $1000^2 - 999^2$  ilman laskinta?

**166.**

Mitkä kaksi luonnollista lukua on kyseessä?

1. vihje: Luvut ovat pienempiä kuin 10.

2. vihje: Lukujen erotus on 1.

3. vihje: Suurempi luku voidaan kirjoittaa muodossa joku luku potenssiin 2.

4. vihje: Pienempi luku voidaan kirjoittaa muodossa joku luku potenssiin 3.

**167.**

Järjestä pienimmästä suurimpaan.

a)  $42, 4^2, 2^4, 24, 2 \cdot 4$

b)  $5^2, 2^5, 52, 25, 5 \cdot 2$

---

vaativat tehtävät

---

**168.**

Päättele, mikä luku sopii  $x$ :n paikalle.

a)  $7^x = 49$

b)  $10^x = 10000$

c)  $x^2 = 100$

d)  $2^x = 8$

**169.**

Laske potenssin arvo, kun  $x = -2$ .

a)  $x^2$

b)  $x^3$

c)  $x^4$

**170. Laskintehtävä**

Tomas alkoi säästää rahaa uutta sohvaa varten. Ensimmäisellä viikolla hänellä oli säästössä 2 €, seuraavalla viikolla 4 €, kolmannella viikolla 8 € jne. Onko rahaa tarpeeksi säästössä sohva varten 12 viikon jälkeen?

**171. Laskintehtävä**

Salmonellabakteerin lukumäärä kaksinkertaistuu tunnissa. Kello 8.00 bakteereja oli 3000. Paljonko bakteereja on kello 13.00?

**172. Laskintehtävä**

Voitaikinaa leivottaessa taikina kaulitaan ohueksi levyksi, taitetaan kolminkertaiseksi, kaulitaan jälleen ohueksi levyksi, taitetaan kolminkertaiseksi jne, jolloin muodostuu ohuita kerroksia. Leena Leipuri kaulitsi ja taittoi taikinan kymmenen kertaa. Kuinka monesta kerroksesta taikina muodostui?

## 9. Monikerrat ja jaollisuus

Luvun *monikerta* saadaan, kun luku kerotaan luonnollisella luvulla. Monikerroista muodostuu kyseisen luvun kertotaulu.

### Esimerkki 1.

- a) Luvun 2 monikertoja ovat 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... kaikki nämä luvut ovat jaollisia luvulla 2.  
b) Luvun 5 monikertoja ovat 5, 10, 15, 20, 25, ... kaikki nämä luvut ovat jaollisia luvulla 5.

Luku on *jaollinen* toisella luvulla, jos lukujen jakolasku menee tasan eli tulos on kokonaisluku. Jos luku ei ole jaollinen toisella luvulla, jakolaskusta jää *jakojännös*.

Luvulla jaollisia ovat vain kyseisen luvun monikerrat. Joka toinen kokonaisluku on jaollinen kahdella. Joka kolmas kokonaisluku on jaollinen kolmella jne.

#### Lukujen jaollisuussääntöjä

Jokainen luku on jaollinen luvulla *yksi* ja *itsellään*. Lisäksi luku on jaollinen

- *kahdella*, jos sen viimeinen numero on 0, 2, 4, 6 tai 8.
- *kolmella*, jos sen numeroiden summa on kolmen monikerta 3, 6, 9, ...
- *viidellä*, jos sen viimeinen numero on 0 tai 5.
- *kuudella*, jos luku on jaollinen sekä kahdella että kolmella.
- *yhdeksällä*, jos luvun numeroiden summa on yhdeksän monikerta 9, 18, 27, ...
- *kymmenellä*, jos sen viimeinen numero on 0.

### Esimerkki 2.

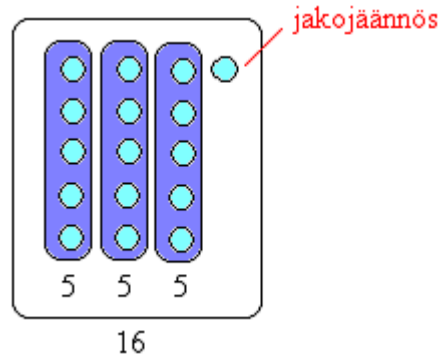
- a) 1024 on jaollinen kahdella, koska viimeinen numero on 4.  
b) 12345 on jaollinen kolmella, koska  $\frac{1+2+3+4+5}{3} = \frac{15}{3} = 5$ .  
c) 6725 on jaollinen viidellä, koska sen viimeinen numero on 5.  
d) 246 on jaollinen kuudella, koska sen viimeinen numero on 6 ja  $\frac{2+4+6}{3} = \frac{12}{3} = 4$ .  
e) 3456 on jaollinen yhdeksällä, koska  $\frac{3+4+5+6}{9} = \frac{18}{9} = 2$ .  
f) 2479120 on jaollinen kymmenellä, koska viimeinen numero on 0.

### Esimerkki 3.

Jakolasku  $\frac{16}{5}$  ei mene tasan, vaan tulokseksi tulee  $3\frac{1}{5}$ .

Jakojäännös saadaan selville laskutoimituksella

$$\begin{array}{c} \text{osamäärän kokonaisosa} \\ \text{jaettava} \quad | \quad \text{jakaja} \\ 16 - 3 \cdot 5 = 16 - 15 = 1 \end{array}$$



eli jakojäännös on 1.



## Tehtäviä

**173.**

Onko jälkimmäinen luku ensimmäisen luvun monikerta?

- a) 4, 12
- b) 23, 50
- c) 11, 44
- d) 8, 96
- e) 14,20

**174.**

Luettele lukujen kolme seuraavaa monikertaa.

- a) 0
- b) 1
- c) 8
- d) 12
- e) 15

**175.**

Luettele lukujen neljä seuraavaa monikertaa.

- a) 2
- b) 5
- c) 9
- d) 11
- e) 13

**176.**

Kopio taulukot vihkoosi, luettele lukujen viisi ensimmäistä monikertaa ja alleviivaa lukujen yhteiset monikerrat.

a)

Luku	Monikerrat
2	
5	

b)

Luku	Monikerrat
3	
4	

c)

Luku	Monikerrat
6	
8	
12	

**177.**

Luettele kaikki luvun

- a) 10 monikerrat, jotka ovat pienempiä kuin 90.
- b) 7 monikerrat, jotka ovat lukujen 1 ja 40 välillä.

**178.**

Päättele mitkä luvuista ovat jaollisia kahdella?

- a) 30
- b) 43
- c) 72
- d) 101
- e) 94
- f) 81

**179.**

Päättele mitkä luvuista ovat jaollisia viidellä?

- a) 13985
- b) 67000
- c) 6877
- d) 9801
- e) 20040
- f) 55555

**180.**

Mitkä edellisen tehtävän luvuista ovat jaollisia sekä viidellä että kymmenellä?

**181.**

Päättele mitkä luvuista ovat jaollisia yhdeksällä?

- a) 46
- b) 108
- c) 54
- d) 127
- e) 162

**182.**

Ovatko seuraavat luvut jaollisia luvulla 11?

- a) 66
- b) 132
- c) 100
- d) 121
- e) 145

**183.**

Luettele kaikki ne luvut, joilla seuraavat luvut ovat jaollisia.

- a) 5
- b) 6
- c) 8
- d) 10

**184.**

Kopioi taulukko vihkoosi ja rastita, jos luku jaollinen ensimmäisellä rivillä olevalla luvulla.

Luku	2	3	5	6	9	10
386						
483						
2520						
7338						
9270						

**185.**

Luettele neljä lukua, jotka ovat jaollisia

- a) sekä luvulla 4 että 9
- b) sekä luvulla 2 että 6.

**186.**

Mikä on jakojäännös seuraavissa jakolaskuissa?

- a)  $\frac{6}{2}$
- b)  $\frac{3}{2}$
- c)  $\frac{4}{2}$
- d)  $\frac{5}{2}$
- e)  $\frac{7}{2}$

---

soveltavat tehtävät

---

**187.**

Määritä kaikki ne luvut, joilla luvut ovat jaollisia.

- a) 12
- b) 18
- c) 21
- d) 24

**188.**

Määritä kaikki ne luvut, joilla luvut ovat jaollisia.

- a) 32
- b) 39
- c) 40
- d) 72

**189.**

Erään luvun numeroiden summa on 12.

- a) Muodosta kaksi tällaista lukua.
- b) Mitä voit sanoa tällaisten lukujen jaollisuudesta?

**190.**

Erään luvun numeroiden summa on 18.

- a) Muodosta kaksi tällaista lukua.
- b) Mitä voit sanoa tällaisten lukujen jaollisuudesta?

**191.**

Muodosta kuusinumeroinen luku, joka on jaollinen

- a) neljällä

- b) kuudella
- c) yhdeksällä.

**192.**

Valitse oikea vaihtoehto.

- a) Kahden parillisen luvun summa on parillinen/pariton luku.
- b) Kahden parittoman luvun summa on parillinen/pariton luku.
- c) Parillisen ja parittoman luvun summa on parillinen/pariton luku.
- d) Parillisen ja parittoman luvun tulo on parillinen/pariton luku.

**193.**

Luettele neljä lukua, jotka ovat jaollisia luvuilla 2, 3 ja 5.

**194.**

Mikä on jakojäännös seuraavissa jakolaskuissa?

- a)  $\frac{16}{4}$
- b)  $\frac{9}{2}$
- c)  $\frac{10}{6}$
- d)  $\frac{19}{7}$
- e)  $\frac{111}{16}$

**195.**

Keksi jakolasku, jossa jakojäännös on

- a) 2
- b) 5

---

vaativat tehtävät

---

**196.**

Mikä luonnollinen luku on kysymyksessä?

1. vihje: Se on pienempi kuin 100.
2. vihje: Se on jaollinen viidellä.
3. vihje: Se on parillinen.
4. vihje: Kun se jaetaan seitsemällä, on jakojäännös 4.

**197.**

Kun luku jaetaan kahdella, jakojäännös on 1. Kun sama luku jaetaan kolmella, on jakojäännös

2. Mikä on
- a) pienin
  - b) toiseksi pienin tällainen luku?

**198.**

Henkilötunnus muodostuu syntymäajasta, yksilönumerosta ja tarkistusmerkistä. Syntymäajan jäljessä oleva merkki kertoo syntymävuosisadan. Henkilöllä, joka on syntynyt 1800-luvulla se on plusmerkki (+), 1900-luvulla syntyneillä se on yhdysmerkki (-) ja 2000-luvulla syntyneillä A -kirjain. Yksilönumerossa on kolme numeroa, sillä erotetaan toisistaan henkilöt, joilla on sama syntymäaika. Yksilönumero on miehillä pariton ja naisilla parillinen.

Henkilötunnuksen viimeinen merkki on tarkistusmerkki. Se muodostuu siten, että muodostetaan syntymäajasta ja yksilönumerosta yhdeksännumeroinen luku. Jaetaan tämä luku 31:llä ja katsotaan jakojäännöksen perusteella viimeinen henkilötunnuksen merkki oheisesta taulukosta.

<b>Jakojäännös</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<b>Tarkistusmerkki</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

<b>Jakojäännös</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<b>Tarkistusmerkki</b>	H	J	K	L	M	N	P	R	S	T	U	V	W	X	Y

Onko kyseessä mies vai nainen, mikä on syntymävuosi ja tarkistusmerkki, jos henkilön henkilötunnuksen alkuosa on

- 220390-025
- 171279-122
- 101202A541
- 121199+452

## 10. Luvun jakaminen tekijöihin

### Esimerkki 1.

Lelulaatikossa on 20 pikkuautoa. Tutkitaan monelleko lapselle autot voidaan jakaa tasan.

$$\begin{aligned} 20 &= 1 \cdot 20 && \text{Jos lapsia on vain yksi, hän saa 20 autoa.} \\ &= 2 \cdot 10 && \text{Jos lapsia on kaksi, molemmat saavat 10 autoa.} \\ &= 4 \cdot 5 && \text{Jos lapsia on neljä, kukin saa 5 autoa jne.} \\ &= 5 \cdot 4 \\ &= 10 \cdot 2 \\ &= 20 \cdot 1 \end{aligned}$$

Pikkuautot menevät tasan, jos lapsia on 1, 2, 4, 5, 10 tai 20. Luku 20 on siis näillä kaikilla jaollinen. Lukuja 1, 2, 4, 5, 10 ja 20 sanotaan luvun 20 tekijöiksi.

Luvun *tekijöitä* ovat luvut, joilla kyseinen luku on jaollinen. Kun luku esitetään tulona, sanotaan sen olevan *jaettu tekijöihin*.

### Esimerkki 2.

a) Etsitään luvun 6 tekijät.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \cdot 6 \\ &= 2 \cdot 3 \end{aligned}$$

Luvun 6 tekijät ovat 1, 2, 3 ja 6.

b) Etsitään luvun 18 tekijät.

$$\begin{aligned} 18 &= 1 \cdot 18 \\ &= 2 \cdot 9 \\ &= 3 \cdot 6 \end{aligned}$$

Luvun 18 tekijät ovat 1, 2, 3, 6 ja 9.

c) Lukujen 6 ja 18 yhteiset tekijät ovat 1, 2, 3 ja 6.

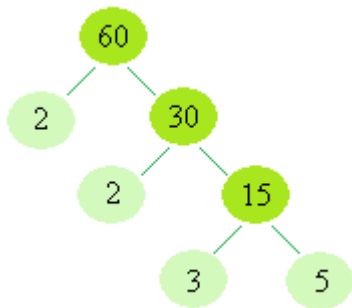
*Tekijöihin jakoa* voidaan jatkaa aina *alkutekijöihin* asti, jolloin luku esitetään alkulukujen tulona. *Alkuluku* on siitä erikoinen luku, ettei sitä voi enää jakaa tekijöihin ja jokainen kokonaisluku ( $\geq 2$ ) voidaan esittää ainoastaan yhdellä tavalla alkulukujen tulona.

*Alkuluku* on lukua 1 suurempi luonnollinen luku, joka on jaollinen ainoastaan luvulla 1 ja itsellään. Kymmenen ensimmäistä alkulukua ovat: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ja 29.

*Alkutekijäpuu* on oiva apu lukujen jakamisessa alkutekijöihin. Tekijöiksi valitaan aina pienin mahdollinen alkuluku niin kauan kunnes kaikki oksat päättyvät alkulukuihin.

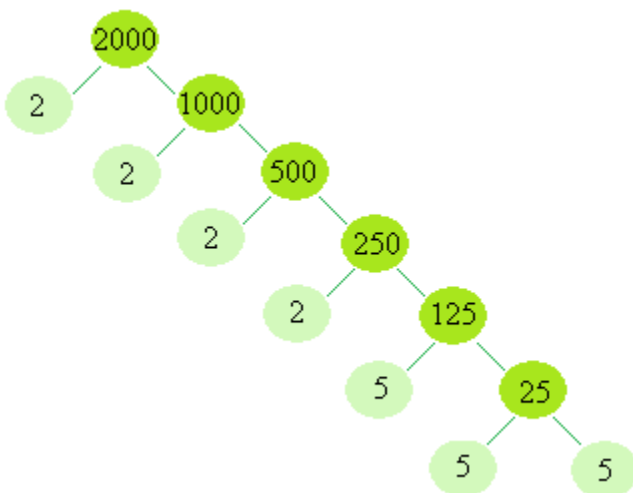
### Esimerkki 3.

a) Jaetaan luku 60 alkutekijöihin..



Luku 60 hajoaa alkutekijöihin seuraavasti  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ .

b) Jaetaan luku 2000 alkutekijöihin.



Luku 2000 hajoaa alkutekijöihin seuraavasti  $2000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^3$ .

## Tehtäviä

**199.**

Onko ensimmäinen luku jälkimmäisen luvun tekijä?

- a) 4, 12
- b) 5, 45
- c) 8, 36
- d) 5, 29
- e) 11, 121
- f) 6, 30

**200.**

Luettele kymmenen ensimmäistä alkulukua.

**201.**

Poimi luvuista 40, 47, 53, 55, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 88, 100, 101 alkuluvut.

**202.**

Esitä luku 132 tulona, jonka toinen tekijä on

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 11

**203.**

Täydennä puuttuvat tekijä.

- a)  $4 \cdot \_ = 12$
- b)  $5 \cdot \_ = 30$
- c)  $3 \cdot \_ = 27$
- d)  $\_ \cdot 5 = 35$
- e)  $\_ \cdot 12 = 48$
- f)  $\_ \cdot 6 = 66$

**204.**

Kopioi taulukot vihkoosi, täydennä ja alleviivaa lukujen yhteiset tekijät.

a)

Luku	Tekijät
6	
8	

b)

Luku	Tekijät
10	
20	

c)

Luku	Tekijät
9	
12	
24	



**205.**

Luettele lukujen kaikki tekijät.

- a) 18
- b) 100
- c) 29
- d) 144
- e) 63

**206.**

Luettele

- a) luvun 8 tekijät.
- b) luvun 12 tekijät.
- c) lukujen 8 ja 12 yhteiset tekijät.

**207.**

Mikä luku alkutekijöihin jaettuna on

- a)  $2^2 \cdot 3$
- b)  $3^3 \cdot 5^2$
- c)  $3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- d)  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ?

**208.**

Jaa alkutekijöihin.

- a) 7
- b) 10
- c) 11
- d) 21

**209.**

Jaa alkutekijöihin.

- a) 12
- b) 18
- c) 20
- d) 24

**210.**

Mitä yhteistä on luvuilla 2, 5, 29 ja 31?

\_\_\_\_\_ soveltavat tehtävät \_\_\_\_\_

**211.**

Ohessa on lista luvun 36 tekijöistä, täydennä puuttuvat luvut.

1, 2, 3, \_, \_, \_, \_, 36

**212.**

Ohessa lista luvun 108 tekijöistä, täydennä puuttuvat luvut.

1, \_, \_, \_, \_, 12, \_, \_, \_, 108

**213.**

Jaa alkutekijöihin.

- a) 40
- b) 90

**214.**

- a) Mikä on ainoa parillinen alkuluku?
- b) Luettele kaikki lukua 20 pienemmät alkuluvut.
- c) Luettele kaikki alkuluvut lukujen 25 ja 40 väliltä.

**215.**

Jaa luvut alkutekijöihin.

- a) 6
- b) 15
- c) 24
- d) 50
- e) 100

**216.**

Luettele kaikki alkuluvut lukujen 120 ja 140 väliltä.

**217.**

Oskarilla on kokoelmassaan 225 postimerkkiä. Hän aikoo pitää niistä itse 75 ja jakaa loput kavereilleen. Voiko Oskari jakaa postimerkit tasan

- a) 4
- b) 5
- c) 6 kaverilleen?

**218.**

Heikki järjestee pöytiä 24 juhlavieraalle. Jokaisessa pöydässä tulee olla sama määrä vieraita, eikä kukaan istu yksin. Montako vierasta kussakin pöydässä voi olla?

---

vaativat tehtävät

---

**219.**

Mikä on luvun 2178 suurin

- a) alkutekijä
- b) pariton tekijä?

**220.**

Jaa luku 161 700 alkutekijöihin.

**221.**

Jaa luku 9 699 690 alkutekijöihin.

**222.**

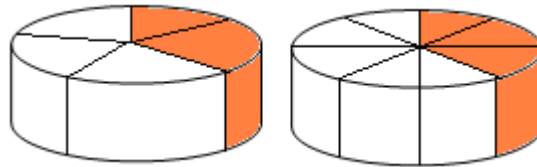
Vuonna 1742 matemaatikko Christian Goldbach väitti, että jokainen lukua 2 suurempi parillinen luku voidaan esittää kahden alkuluvun summana. Esimerkiksi  $4 = 2 + 2$ ,  $8 = 3 + 5$  jne. Esitä seuraavat luvut kahden alkuluvun summana.

- a) 16
- b) 46
- c) 80
- d) 100

## 11. Murtoluvut

### Pohdintatehtävä

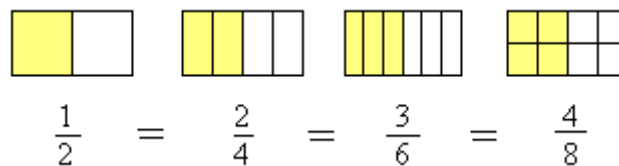
Kumman valitset: Kaksi palaa ensimmäisestä kakusta vai kolme palaa toisesta kakusta?



#### Nimityksiä

<i>Murtoluku</i>	$\frac{3}{5}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— osoittaja</li> <li>— murtoviiva</li> <li>— nimittäjä</li> </ul>
<i>Sekaluku</i>	$3\frac{1}{4}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— murto-osa</li> <li>— kokonaisosa</li> </ul>
<i>Epämurtoluku</i>	$\frac{12}{4}$	Osoittaja on suurempi kuin nimittäjä.

Murtoluvut voivat olla keskenään yhtäsuuret vaikka niillä olisikin eri nimittäjät. Esimerkiksi seuraavat murtoluvut ovat keskenään yhtäsuuria.



Kun murtoluvun osoittaja ja nimittäjä kerrotaan samalla luvulla, sen arvo pysyy samana. Tällöin puhutaan *laventamisesta*. Laventaminen merkitään murtoluvun vasempaan yläkulmaan.

$$\begin{array}{c}
 \cdot 2 \qquad \cdot 3 \\
 \curvearrowright \qquad \curvearrowright \\
 {}^2) \frac{1}{3} = {}^3) \frac{2}{6} = \frac{6}{12} \\
 \curvearrowleft \qquad \curvearrowleft \\
 \cdot 2 \qquad \cdot 3
 \end{array}$$

Voitaisiin laventaa edelleen.

Murtoluvun arvo pysyy myös samana, jos sen osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla. Tällöin puhtaan *supistamisesta*. Supistaminen merkitään murtoluvun oikeaan yläkulmaan.

$$\frac{16}{24} \stackrel{(:4)}{=} \frac{4}{6} \stackrel{(:2)}{=} \frac{2}{3} \quad \text{Ei voida supistaa enempää.}$$

**Huom!** Nollalla ei voi laventaa eikä supistaa!

### Esimerkki 1.

Järjestetään murtoluvut  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{7}{8}$  ja  $\frac{1}{2}$  suuruusjärjestykseen.

Lavennetaan murtoluvut ensin samannimisiksi. Koska murtolukujen pienin yhteinen nimittäjä on 8, murtoluvut lavennetaan siten, että kunkin nimittäjäksi tulee 8.

$${}^2) \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Lavennetaan luvulla 2.

$$\frac{7}{8}$$

Ei tarvitse laventaa, nimittäjässä on luku 8.

$${}^4) \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

Lavennetaan luvulla 4.

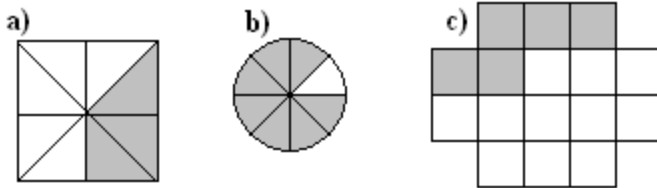
Nyt murtoluvut voidaan helposti laittaa suuruusjärjestykseen:  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{6}{8}$  ja  $\frac{7}{8}$

Vastaus supistetussa muodossa:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  ja  $\frac{7}{8}$ .

## Tehtäviä

223.

Merkitse tummennettu alue murtolukuna.



224.

Havainnollista murtolukuja kuvion avulla.

a)  $\frac{7}{10}$

b)  $\frac{3}{5}$

c)  $\frac{4}{9}$

225.

Poimi luvuista  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{8}{7}$ ,  $2\frac{3}{4}$ ,  $5\frac{6}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{15}{1}$  kaikki

a) epämurtoluvut

b) sekaluvut

226.

Muunna sekaluvuiksi.

a)  $\frac{10}{3}$

b)  $\frac{13}{5}$

c)  $\frac{50}{7}$

d)  $\frac{132}{18}$

227.

Muunna epämurtoluvuksi.

a)  $2\frac{1}{2}$

b)  $5\frac{2}{3}$

c)  $6\frac{3}{11}$

d)  $17\frac{5}{6}$

**228.**

Muunna epämurtoluvuksi.

- a)  $-1\frac{1}{2}$
- b)  $-5\frac{2}{5}$
- c)  $-4\frac{3}{10}$
- d)  $-11\frac{1}{6}$

**229.**

Supista.

- a)  $\frac{2}{4}$
- b)  $\frac{6}{8}$
- c)  $\frac{3}{9}$
- d)  $\frac{5}{15}$

**230.**

Järjestä murtoluvut  $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{1}$  suuruusjärjestykseen, pienin ensin.

**231.**

Supista

- a)  $\frac{15}{35}$
- b)  $\frac{3}{27}$
- c)  $\frac{88}{165}$
- d)  $\frac{36}{81}$

**232.**

Täydennä niin, että murtoluvut ovat yhtäsuuret.

- a)  $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4}$
- b)  $\frac{\quad}{10} = \frac{1}{5}$
- c)  $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{16}$

d)  $\frac{8}{-} = \frac{2}{3}$

e)  $\frac{8}{20} = \frac{4}{-}$

**233.**

Lavenna samannimisiksi.

a)  $\frac{1}{3}$  ja  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{5}$  ja  $\frac{4}{15}$

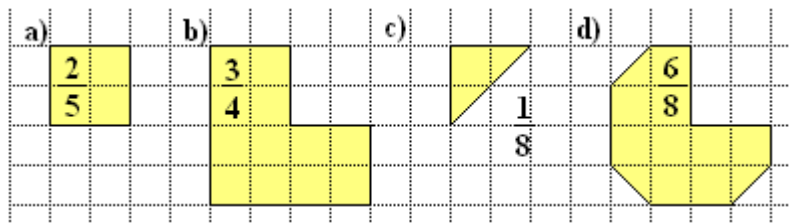
c)  $\frac{1}{2}$  ja  $\frac{4}{9}$

d)  $\frac{5}{7}$  ja  $\frac{9}{11}$

———— soveltavat tehtävät —————

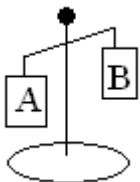
**234.**

Kuvassa on piirrettynä vain osa kuviosta. Piirrä koko kuvio vihkoosi.



**235.**

Aseta murtoluvut oheiseen vaakaan oikeaan järjestykseen (pienempi luku ylempään vaakakuppiin).



a)  $\frac{5}{8}$  ja  $\frac{9}{16}$

b)  $\frac{3}{8}$  ja  $\frac{7}{16}$

c)  $\frac{3}{14}$  ja  $\frac{9}{43}$

d)  $\frac{2}{5}$  ja  $\frac{4}{6}$



**236.**

Sijoita murtoluvut ilmapalloihin siten, että pienin luku tulee ylimpänä olevaan ilmapalloon.

a)



$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{8}{9}$$

b)



$$\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{6}{2}$$

c)



$$-\frac{7}{8}, -\frac{1}{7}, -\frac{5}{6}$$

**237.**

Järjestä murtoluvut  $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{9}, \frac{5}{12}, \frac{9}{18}$  suuruusjärjestykseen, pienin ensin.

**238.**

Kumpi luvuista on suurempi?

a)  $\frac{10}{21}, \frac{11}{21}$

b)  $-\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}$

c)  $\frac{11}{20}, \frac{11}{21}$

d)  $-\frac{7}{9}, -\frac{11}{15}$

\_\_\_\_\_ vaativat tehtävät \_\_\_\_\_

**239.**

Täydennä niin, että murtoluvut ovat yhtäsuuret.

a)  $-\frac{1}{2} = -\frac{\quad}{4}$

b)  $\frac{\quad}{-12} = -\frac{1}{6}$

c)  $\frac{-9}{6} = \frac{3}{\quad}$

d)  $\frac{4}{\quad} = -\frac{1}{5}$

**240.**

Täydennä puuttuva luku.

a)  $\frac{1}{5} < \frac{\quad}{5} < \frac{3}{5}$

$$b) \frac{1}{4} < \frac{1}{8} < \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{1}{8} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$$

$$d) \frac{3}{8} < \frac{3}{3} < \frac{3}{4}$$

**241.**

Ratkaise luvut  $a$  ja  $b$  vihjeiden avulla.

a)  $\frac{5}{6} = \frac{a}{b}$ , lukujen  $a$  ja  $b$  erotus on  $-7$

b)  $\frac{a}{b} = \frac{4}{7}$ , lukujen  $a$  ja  $b$  summa on  $33$

c)  $\frac{8}{9} = \frac{a}{b}$ , luvut  $a$  ja  $b$  ovat peräkkäisiä parillisia lukuja

d)  $\frac{a}{b} = \frac{4}{9}$ , luku  $a$  on  $30$  suurempi kuin luku  $b$

**242.**

Täydennä puuttuvat luvut.

a)  $\frac{3}{4} > \frac{3}{8} > \frac{3}{2} > \frac{5}{12}$

b)  $\frac{15}{16} > \frac{15}{8} > \frac{15}{6} > \frac{2}{3}$

**243.**

Lavenna samannimisiksi.

a)  $\frac{1}{2}$  ja  $\frac{3}{2a}$

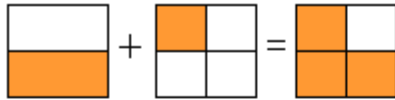
b)  $\frac{2}{3b}$  ja  $\frac{4}{b}$

c)  $\frac{1}{a}$  ja  $\frac{1}{b}$

d)  $\frac{3}{2a}$  ja  $\frac{5}{b}$

## 12. Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

### Esimerkki 1.



$$2) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

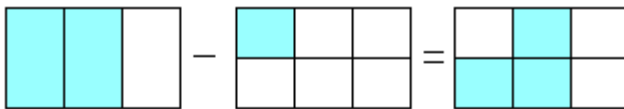
lavennetaan samannimisiksi (nimittäjiin tulee sama luku)

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2 + 1}{4} = \frac{3}{4}$$

lasketaan ainoastaan osoittajat yhteen,  
nimittäjä pysyy samana

### Esimerkki 2.



$$2) \frac{2}{3} - \frac{1}{6} =$$

lavennetaan samannimisiksi

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{4 - 1}{6} = \frac{3}{6}^{(3)}$$

vähennetään ainoastaan osoittajat toisistaan,  
nimittäjä pysyy samana

$$= \frac{1}{3}$$

vastaus esitetään supistetussa muodossa

### Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

- Sekaluvut ja kokonaisluvut muutetaan epämurtoluvuiksi.
- Murtoluvut muutetaan samannimisiksi laajentamalla/supistamalla.
- Murtolukujen osoittajat lasketaan yhteen (tai vähennetään toisistaan).
- Nimittäjäksi tulee murtolukujen yhteinen nimittäjä.
- Vastaus muunnetaan sekaluvuksi jos mahdollista.

### Esimerkki 3.

Lasketaan  $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ .

$$\overset{2)}{\frac{5}{6}} + \overset{3)}{\frac{3}{4}} - \overset{4)}{\frac{1}{3}} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{10+9-4}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Pienin yhteinen nimittäjä on 12.  
6:sta saadaan 12 kertomalla se 2:lla.  
4:stä saadaan 12 kertomalla se 3:lla.  
3:sta saadaan 12 kertomalla se 4:llä.

Molemmat ovat jaollisia 3:lla.

### Esimerkki 4.

Lasketaan  $3\frac{1}{2} - 4 + \frac{1}{4}$ .

$$3\frac{1}{2} - 4 + \frac{1}{4} = \overset{2)}{\frac{7}{2}} - \overset{4)}{\frac{4}{1}} + \frac{1}{4} = \frac{14}{4} - \frac{16}{4} + \frac{1}{4} = \frac{14-16+1}{4} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

Sekaluvut ja kokonaisluvut muutetaan epämurtoluukuiksi.

Pienin yhteinen nimittäjä on 4.

Tuodaan miinusmerkki keskelle.

### Esimerkki 5.

Lasketaan  $-\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$ .

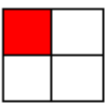
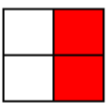
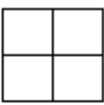
$$-\overset{4)}{\frac{2}{5}} - \overset{5)}{\frac{3}{4}} = -\frac{8}{20} - \frac{15}{20} = \frac{-8-15}{20} = \frac{-23}{20} = -1\frac{3}{20}$$

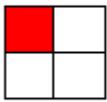
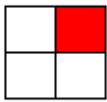
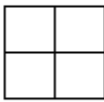
Muista siirtää edessä oleva miinusmerkki osoittajaan, kun suoritat osoittajien laskutoimitukset.




## Tehtäviä

244.

Kopioi kuviot vihkoosi ja anna vastaus varjostamalla oikea määrä ruutuja.

a)  +  = 

b)  +  = 

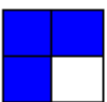
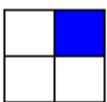

c)  +  = 

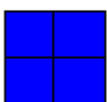


245.


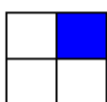

Esitä edellisen tehtävän laskut laskulausekkeena.

246.

Kopioi kuviot vihkoosi ja anna vastaus varjostamalla oikea määrä ruutuja.

a)  -  = 

b)  -  = 

c)  -  = 

247.

Esitä edellisen tehtävän laskut laskulausekkeena.

248.

Laske.

a)  $\frac{1+5}{7}$

b)  $\frac{2+3}{6}$

c)  $\frac{8-6}{3}$

d)  $\frac{7-4}{4}$

**249.**

Laske.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

c)  $\frac{7}{10} - \frac{6}{10}$

d)  $\frac{99}{100} - \frac{66}{100}$

**250.**

Laske.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

b)  $\frac{3}{20} + \frac{1}{4}$

c)  $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$

d)  $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

**251.**

Muodosta ja laske lukujen  $\frac{5}{6}$  ja  $\frac{2}{3}$

a) summa

b) erotus.

**252.**

Laske.

a)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

b)  $\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

c)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

d)  $\frac{5}{6} - \frac{7}{8}$

**253.**

Laske.

a)  $\frac{2}{3} - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} - \frac{2}{3}$

c)  $2 - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$

**254.**

Marianne osti ensimmäisenä päivänä  $4\frac{2}{5}$  kg mansikoita ja seuraavana päivänä  $5\frac{3}{4}$  kg. Montako kiloa mansikoita hän osti yhteensä?

— [soveltavat tehtävät](#) —

**255.**

Laske.

a)  $\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{4}\right)$

b)  $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{5}{4}\right)$

c)  $\frac{9}{10} - \left(+\frac{3}{4}\right)$

d)  $-\frac{6}{8} - \frac{1}{16}$

**256.**

Laske.

a)  $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{8}$

b)  $-4\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$

c)  $3\frac{1}{8} - 5\frac{4}{7}$

**257.**

Laske  $5\frac{1}{4} + 5\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4}$ .

**258.**

Laske.

a) lukujen  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  ja  $\frac{5}{6}$  summa.

b) lukujen  $\frac{9}{10}$  ja  $\frac{7}{8}$  erotus.

**259.**

a) Pähinkäkakkuun tarvitaan  $6\frac{2}{3}$  kahvikupillista maapähkinöitä ja  $4\frac{1}{3}$  kavikupillista saksanpähkinöitä. Montako kupillista pähkinöitä kakkuun tarvitaan kaikenkaikkiaan?

- b) Maalia oli alunperin  $5\frac{1}{2}$  litraa, josta Miro käytti  $2\frac{3}{6}$  litraa huoneensa maalaamiseen. Paljonko maalia jäi jäljelle?

**260.**

- a) Vähennä lukujen  $\frac{1}{2}$  ja  $\frac{1}{3}$  erotus lukujen  $\frac{1}{2}$  ja  $\frac{1}{3}$  summasta.  
b) Vähennä lukujen  $\frac{3}{4}$  ja  $\frac{2}{5}$  erotus lukujen  $\frac{3}{4}$  ja  $\frac{2}{5}$  summasta.

---

vaativat tehtävät

---

**261.**

Laske.

- a)  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x}$   
b)  $\frac{3}{a} + \frac{5}{a}$   
c)  $\frac{8}{b} - \frac{3}{b}$   
d)  $\frac{12}{2y} - \frac{10}{2y}$

**262.**

Laske.

- a)  $\frac{3}{a} + \frac{4}{2a}$   
b)  $\frac{1}{5x} + \frac{1}{10x}$   
c)  $\frac{5}{6b} - \frac{2}{3b}$   
d)  $\frac{4}{3y} - \frac{1}{2y}$

**263.**

Merkitse ja laske lukujen  $-3\frac{5}{6}$  ja  $1\frac{1}{3}$

- a) itseisarvojen summa  
b) summan itseisarvo.

**264.**

Laske.

- a)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$



b)  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$

## 13. Murtolukujen kertolasku

### Murtolukujen kertolasku

- Sekaluvut ja kokonaisluvut muutetaan epämurtoluvuiksi.
- Supistetaan jos mahdollista.
- Osoittajat kerrotaan keskenään.
- Nimittäjät kerrotaan keskenään.
- Vastaus muunnetaan sekaluvuksi jos mahdollista.

#### Esimerkki 1.

Kerrotaan luku  $\frac{3}{4}$  luvulla  $\frac{5}{7}$ .

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$$

Kerrotaan osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään.

#### Esimerkki 2.

Kerrotaan luvut  $4$ ,  $1\frac{1}{2}$  ja  $\frac{4}{5}$  keskenään.

Supistettavat luvut on oltava murtoviivan eri puolilla.  
Luvulla kaksi voidaan supistaa ainoastaan toinen nelosista.

$$4 \cdot 1\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 4^2}{1 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$$

Muutetaan kokonaisluvut ja sekaluvut epämurtoluvuiksi.

## Tehtäviä

**265.**

Laske.

- a)  $\frac{1}{2} \cdot 2$
- b)  $5 \cdot \frac{1}{5}$
- c)  $\frac{1}{7} \cdot 7$
- d)  $10 \cdot \frac{1}{10}$

**266.**

Laske.

- a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2}$
- b)  $\frac{9}{10} \cdot \frac{10}{9}$
- c)  $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8}$
- d)  $\frac{100}{105} \cdot \frac{105}{100}$

**267.**

Kerro seuraavat luvut luvulla  $\frac{2}{3}$ .

- a) 5
- b)  $\frac{3}{5}$
- c)  $\frac{6}{7}$
- d)  $\frac{2}{5}$

**268.**

Yksi avokado maksaa  $\frac{3}{4}$  euroa. Laske avokadojen hinta (anna vastaus murtolukuna), jos niitä

on

- a) 2
- b) 5
- c) 12
- d) 20

**269.**

Laske.

- a)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$   
 b)  $\frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3}$   
 c)  $2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{6}$

**270.**

Laske.

- a)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$   
 b)  $\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{6}$   
 c)  $1\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{7}$

**271.**

Täydennä puuttuvat luvut.

- a)  $\frac{1}{8} \cdot \frac{\quad}{2} = \frac{7}{16}$   
 b)  $\frac{\quad}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$   
 c)  $\frac{\quad}{4} \cdot \frac{5}{\quad} = \frac{15}{16}$   
 d)  $\frac{\quad}{3} \cdot \frac{9}{\quad} = \frac{18}{30}$

**272.**

Sinulla on 12 kappaletta  $\frac{1}{3}$  litran colajuomatölkkiä. Montako litraa juomaa on yhteensä?

\_\_\_\_\_ soveltavat tehtävät \_\_\_\_\_

**273.**

Keksi kertolasku, jonka tulos on

- a)  $\frac{4}{5}$   
 b)  $1\frac{1}{2}$   
 c)  $-\frac{7}{8}$

**274.**

Kerro seuraavat luvut luvulla  $-\frac{2}{5}$

- a) -5

- b)  $\frac{5}{2}$
- c)  $-\frac{2}{3}$
- d)  $-1\frac{1}{3}$

**275.**

Laske, paljonko on

- a) neljäsosa 48 eurosta
- b) viidesosa 950 eurosta
- c) kaksi kolmasosaa 825 grammasta
- d) kolme seitsemäsosaa 54 kilogrammasta?

**276.**

Lotta työskentelee perjantaina  $3\frac{1}{2}$  tuntia ja lauantaina  $5\frac{2}{5}$  tuntia. Lotan tuntipalkka on 6,5 euroa.

- a) Montako tuntia Lotta työskentelee yhteensä?
- b) Paljonko hän saa palkkaa kahdesta päivästä?

**277.**

Virvoitusjuomapullon tilavuus on  $\frac{1}{3}$  litraa. Montako litraa juomaa on korissa, kun koriin mahtuu 24 pulloa?

**278.**

Koulussa on 600 oppilasta ja heistä  $\frac{1}{5}$  on ruskeasilmäisiä. Monnellako oppilaalla ei ole ruskeat silmät?

\_\_\_\_\_ vaativat tehtävät \_\_\_\_\_

**279.**

Kultaseoksen yhteydessä käytettiin ennen yleisesti yksikköä karaatti. Karaattiluku ilmoittaa kultaseoksen kultapitoisuuden 24.-osina. Kuinka monta grammaa kultaa sisältää 4 gramman painoinen 18 karaatin kultasormus? (pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen 1981)

**280.**

Tyhjään astiaan kaadetaan 12 l vettä, joka täyttää  $\frac{3}{4}$  astian tilavuudesta. Kuinka suuri astia on?

**281.**

Tytillä on pussillinen kultakolikoita. Hän antaa niistä  $\frac{1}{8}$  äidilleen ja jäljelle jääneistä kolikoista hän antaa puolet veljelleen. Isä saa jäljelle jääneistä  $\frac{2}{7}$ , jolloin Tytille jää 25 kultakolikkoa. Paljonko kolikoita oli alunperin?

**282.**

Opiskelijoista oli  $\frac{5}{6}$  alle 20-vuotiaita. Alle 20-vuotiaista oli poikia kolmasosa. Kuinka suuri osa opiskelijoista oli alle 20-vuotiaita tyttöjä?

**283.**

Laske.

- a)  $\frac{5}{a} \cdot \frac{2}{3}$
- b)  $\frac{8}{a} \cdot \frac{a}{2}$
- c)  $\frac{2b}{8} \cdot \frac{5}{b}$
- d)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{b}{2b}$

**284.**

Harjoittelija Alku postittaa kirje-erän 30 minuutissa. kun hän tekee saman työn yhdessä ammattitaitoisen Kelpo kanssa, aikaa kuluu tasan 5 minuuttia. Missä ajassa Kelpo tekisi saman työn yksin? (yo syksy 1995)

**285.**

Järveen on pystytetty pylvä. Pylvästä puolet on maan alla pohjassa, kaksi viidesosaa vedessä ja 70 senttimetriä veden pinnan yläpuolella. Kuinka pitkä pylvä on kokonaisuudessaan?

**286.**

Laske  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ .

## 14. Murtolukujen jakolasku

Luku (myös murtoluku) jaetaan murtoluvulla siten, että se kerrotaan jakajan *käänteisluvulla*.

Murtoluvun *käänteisluku* saadaan vaihtamalla osoittaja ja nimittäjä keskenään. Luvun ja sen käänteisluvun tulo on aina 1.

**Huom!** Nollalla ei ole käänteislukua.

### Esimerkki 1.

Muodostetaan lukujen 2 ja  $\frac{4}{5}$  käänteisluvut.

$$\begin{array}{l} 2 \xrightarrow{\text{käänteisluku}} \frac{1}{2} \\ \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{käänteisluku}} \frac{5}{4} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{tulo} \quad 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2} = 1 \\ \text{tulo} \quad \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = 1 \end{array}$$

### Murtolukujen jakolasku

- Sekaluvut ja kokonaisluvut muutetaan epämurtoluvuiksi.
- Jakolasku muutetaan kertolaskuksi, muodostamalla jakajan käänteisluku.
- Supistetaan jos mahdollista.
- Kerrotaan osoittajat keskenään.
- Kerrotaan nimittäjät keskenään.
- Vastaus muunnetaan sekaluvuksi jos mahdollista.

### Esimerkki 2.

Jaetaan luku  $\frac{1}{4}$  luvulla  $\frac{5}{6}$ .

$$\frac{1}{4} : \frac{5}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1 \cdot \cancel{6}^3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

Kerrotaan jakajan käänteisluvulla.

### Esimerkki 3.

Jaetaan luku  $2\frac{1}{4}$  luvulla  $\frac{2}{3}$ .

Kerrotaan jakajan  
käänteisluvulla.

$$2\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$$

Sekaluku muutetaan  
ensin epämurtoluksi.



## Tehtäviä

**287.**

Ilmoita lukujen käänteisluvut.

- a)  $\frac{3}{8}$
- b)  $-\frac{1}{5}$
- c) 4
- d) 100

**288.**

Laske.

- a)  $2 : \frac{1}{2}$
- b)  $3 : \frac{1}{2}$
- c)  $5 : \frac{1}{2}$
- d)  $9 : \frac{1}{2}$

**289.**

Laske.

- a)  $\frac{1}{2} : 2$
- b)  $\frac{1}{2} : 3$
- c)  $\frac{1}{2} : 5$
- d)  $\frac{1}{2} : 9$

**290.**

Jaa seuraavat luvut luvulla  $\frac{2}{3}$ .

- a) 6
- b)  $\frac{1}{6}$
- c)  $\frac{4}{5}$
- d)  $\frac{6}{7}$

**291.**

Laske.

a)  $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$

b)  $1 : \frac{4}{5}$

c)  $\frac{2}{3} : 4$

d)  $\frac{5}{8} : \frac{8}{5}$

**292.**

Laske.

a)  $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$

b)  $\frac{4}{5} : 1$

c)  $4 : \frac{2}{3}$

d)  $\frac{8}{5} : \frac{5}{8}$

**293.**

Laske murtolukujen  $\frac{4}{9}$  ja  $\frac{5}{6}$

a) summa

b) erotus

c) tulo

d) osamäärä.

**294.**

Kannussa on  $1\frac{4}{5}$  litraa mehua. Juomalasin tilavuus on  $\frac{1}{5}$  litraa. Montako lasillista mehua kannusta saa?

\_\_\_\_\_ soveltavat tehtävät \_\_\_\_\_

**295.**

Jaa seuraavat luvut luvulla  $-\frac{3}{4}$ .

a) 8

b)  $-\frac{1}{4}$

c)  $\frac{3}{8}$

d)  $-1\frac{1}{2}$

**296.**

Keksi jakolasku, jonka tulos on

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{3}{4}$
- c)  $-\frac{2}{3}$

**297.**

Laske murtolukujen  $-\frac{3}{4}$  ja  $\frac{1}{8}$

- a) summa
- b) erotus
- c) tulo
- d) osamäärä.

**298.**

Määritä käänteisluku seuraaville luvuille.

- a) 4
- b) -9
- c)  $\frac{2}{5}$
- d)  $4\frac{1}{3}$
- e)  $\frac{a}{b}$
- f)  $a+1$

**299.**

Jos  $\frac{3}{4}$  kakkua jaetaan tasan neljälle hengelle, kuinka suuren osan kakkua kukin saa?

**300.**

Marja keitti viinimarjamehua 16 litraa. Montako

- a)  $\frac{3}{4}$  litran pulloa hän tarvitsi viinimarjamehun pullottamiseen?
- b) desilitraa mehua olisi vielä mahtunut viimeiseen pulloon?

**301.**

Tarkista kertomalla osamäärä ja jakaja keskenään, onko seuraavat laskut laskettu oikein.

- a)  $\frac{5}{4} : \frac{4}{3} = \frac{15}{16}$
- b)  $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$

$$c) \frac{6}{7} : \frac{14}{15} = \frac{45}{49}$$

**302.**

Laske puuttuvat luvut käyttämällä murtolukujen jakolaskua.

$$a) \frac{?}{?} \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{16}$$

$$b) \frac{?}{?} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$$

$$c) \frac{?}{?} \cdot \frac{9}{10} = \frac{18}{30}$$

$$d) \frac{?}{?} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

———— vaativat tehtävät —————

**303.**

Keksi jakolasku, jonka tulos on

$$a) -\frac{5}{6}$$

$$b) -2\frac{1}{3}$$

**304.**

Päättele puuttuvat luvut..

$$a) \frac{?}{?} : \frac{1}{2} = \frac{5}{9}$$

$$b) \frac{4}{9} : \frac{?}{?} = \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{?}{10} : \frac{2}{?} = \frac{6}{5}$$

**305.**

Laske.

$$a) \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

$$b) \frac{\frac{5}{6}}{1 + \frac{5}{6}}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{3}{4} - \frac{7}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{5}{8}}$$

**306.**

Laske.

$$\text{a) } \frac{2}{3} : \frac{a}{3}$$

$$\text{b) } \frac{b}{2} : \frac{1}{4}$$

$$\text{c) } \frac{a}{2} : \frac{2}{b}$$

$$\text{d) } \frac{4}{b} : \frac{a}{5}$$

**307.**

Laske  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ .

## 15. Laskujärjestys

### Pohdintatehtävä

Lauseke  $\frac{23-4 \cdot 7+2^2}{3 \cdot 6-2}$  tarkoittaa samaa kuin  $(23-4 \cdot 7+2^2):(3 \cdot 6-2)$ . Missä järjestyksessä laskutoimitukset suoritetaan?

Lopputulos riippuu laskujen suoritusjärjestyksestä. Jotta kaikki laskisivat laskut samalla tavalla, on sovittu yleiset säännöt laskutoimitusten järjestykselle.

#### Laskujärjestys

1. Sulkeissa olevat laskutoimitukset. Sisimmät sulkeet lasketaan ensin.
2. Potenssit
3. Kerto- ja jakolaskut vasemmalta oikealle.
4. Yhteen- ja vähennyslaskut vasemmalta oikealle.

Jos tehtävässä on pelkkiä yhteenlaskuja, voidaan yhteenlaskettavien järjestystä vaihtaa. Sama on voimassa myös peräkkäisten kertolaskujen kesken.

#### Yhteen- ja kertolaskun vaihdantalait

$$a + b = b + a \quad \text{ja} \quad a \cdot b = b \cdot a$$

### Esimerkki 1.

a) Lasketaan  $6 + 4 \cdot 10 - 2^3$ .

$$6 + 4 \cdot 10 - 2^3 = 6 + 4 \cdot 10 - 8 = 6 + 40 - 8 = 38$$

ensiksi      toiseksi      samanarvoisia

b) Lasketaan  $\frac{3}{8} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right)$ .

$$\frac{3}{8} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left( \frac{3-2}{4} \right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{8 \cdot 4} = \frac{3}{32}$$

ensiksi      toiseksi

c) Lasketaan  $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$ .

$$\frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{7-5}{8-8} = \frac{7-5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ensiksi
toiseksi

Matematiikassa käytettäviä sulkumerkkejä voidaan verrata kirjoituksessa käytettäviin välimerkkeihin. Esimerkiksi virke ”Teemu huusi Juho jarruta jo” ei ole ilman välimerkkejä yksiselitteinen. Se voi tarkoittaa joko: ”Teemu”, huusi Juho, ”jarruta jo!” tai Teemu huusi: ”Juho, jarruta jo!”

sulkumerkit	nimitykset
( )	kaarisulkeet
[ ]	hakasulkeet
{ }	aaltosulkeet

Jos samassa lausekkeessa on useita sisäkkäisiä sulkulausekkeita, kaarisulkeet ovat sisimpinä ja niiden sisällä olevat laskut lasketaan ensiksi. Toiseksi lasketaan hakasulkeiden sisällä olevat lausekkeet ja kolmanneksi aaltosulkeissa olevat laskut.

### Esimerkki 2.

Lasketaan  $66 : \{3 + [5 \cdot (4 + 2)]\}$ .

$$66 : \{3 + [5 \cdot (4 + 2)]\} = 66 : \{3 + [5 \cdot 6]\} = 66 : \{3 + 30\} = 66 : 33 = 11$$

ensiksi
toiseksi
kolmanneksi

## Tehtäviä

### 308.

Laske.

- a)  $112 - 20 + 3$
- b)  $33 - 3 \cdot 3$
- c)  $4 + 5 \cdot 6$
- d)  $9 + 9^2$

### 309.

Laske.

- a)  $2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$
- b)  $7 - 3 \cdot \frac{5}{6}$
- c)  $(3 - 2) : 6$
- d)  $\frac{4}{5} : 6 - \frac{1}{20}$

### 310.

Laske.

- a)  $18 + [15 - (4 - 2 \cdot 3)]$
- b)  $18 + 15 - 4 - 2 \cdot 3$
- c)  $18 + (15 - 4 - 2) \cdot 3$
- d)  $[18 + 15 - (4 - 2)] \cdot 3$

### 311.

Muodosta laskulauseke ja laske.

- a) Lukujen 20 ja 1 summan ja luvun 4 tulo.
- b) Lukujen 15 ja 5 erotuksen ja luvun 7 tulo.

### 312.

Laske.

- a)  $10 - 2 \cdot (9 - 3 \cdot 2) + 2$
- b)  $\frac{2 - (7 - 2 \cdot 4)}{-2}$
- c)  $5 + \frac{(4 - 8) \cdot 2}{4}$
- d)  $6 - (2 - (3 + 1) + 4)$

### 313.

Laske.

- a)  $(32 + 29) - (34 - 9)$
- b)  $320 + (51 + 24 - 95) - (100 + 20) + (45 - 78)$
- c)  $13 - (4 + 7) - (20 - 5)$
- d)  $(12 - 3) - (-3 + 4) + (-1 - 5)$



**314.**

Muodosta laskulauseke ja laske.

- a) Lukujen 20 ja 8 summan ja luvun 4 osamäärä.
- b) Lukujen 16 ja 2 erotuksen ja luvun 7 osamäärä.

**315.**

Laske.

- a)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$
- b)  $\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right)$
- c)  $\frac{8}{9} - \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$
- d)  $\left( \frac{8}{9} - \frac{1}{2} \right) : \frac{4}{5}$

**316. Laskintehtävä**

Laske.

- a)  $1 - 2^4$
- b)  $(1 - 2)^4$
- c)  $(5 \cdot 2)^2$
- d)  $(2 \cdot 3)^4$
- e)  $\frac{25}{5^2}$

---

soveltavat tehtävät

---

**317.**

Lisää sulkeet niin, että lauseke pitää paikkaansa.

- a)  $12 + 3 \cdot 0 = 0$
- b)  $16 - 7 \cdot 5 = 45$
- c)  $14 + 8 - 6 \cdot 3 = 20$
- d)  $80 - 3 \cdot 2 + 4 = 62$

**318.**

Laske.

- a)  $\{2 \cdot 3 + 2 \cdot [4 + 5 \cdot (9 - 7)]\}$
- b)  $\{24 : 2 - 2 \cdot [3 \cdot 2 - (6 - 1)]\}$
- c)  $2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 5 \cdot 9 - 7$
- d)  $24 : 2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 - 6 - 1$

**319.**

Laske.

- a)  $(8 + 6) \cdot 11 - 2^3$

- b)  $8 + 6 \cdot (11 - 2^3)$
- c)  $(8 + 6) \cdot (11 - 2^3)$
- d)  $8 + 6 \cdot 11 - 2^3$

**320.**

Lisää sulkeet niin, että lauseke pitää paikkaansa.

- a)  $72 : 12 - 3 + 2 = 10$
- b)  $24 + 26 : 4 + 6 = 5$
- c)  $144 : 12 - 7 \cdot 3 = 15$
- d)  $100 : 5 - 3 + 6 = 56$

**321. Laskintehtävä**

Laske.

- a)  $8^2 \cdot (3^3 - 5^2) + 12^2 : (4^3 + 2 \cdot 4)$
- b)  $4 \cdot 5^3 : (3 \cdot 6 + 2) - 6^3 : 18$
- c)  $6^2 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + 5^3$
- d)  $9^2 \cdot 2 - 2^3 : 4$

**322.**

Lukuja 1,4,6 ja 8 on käytettävä kutakin vain kerran. Laskutoimitusmerkkejä +, -, · ja : saa käyttää mielivaltaisen monta kertaa. Sulkumerkkejä ei saa käyttää. Kirjoita laskulauseke, jonka tulos on 26.

**323.**

Laske.

- a)  $5 \cdot (8 + 7 \cdot 10) - 6 \cdot (28 - 17) + 4 \cdot (3 \cdot 8 - 23)$
- b)  $5 \cdot 8 + 7 \cdot 10 - 6 \cdot 28 - 17 + 4 \cdot 3 \cdot 8 - 23$
- c)  $3 + 2 \cdot (4 - 2) + 6 : (1 + 2)$
- d)  $3 + 2 \cdot 4 - 2 + 6 : 1 + 2$

---

vaativat tehtävät

---

**324.**

- a)  $-24 + 7 \cdot (-3)$
- b)  $\frac{9}{-3} - 2 \cdot (-4)$
- c)  $\frac{-2 \cdot (-2) \cdot (-2) - (-2) - (-2)}{-2 + (-2)}$

**325.**

Mitkä väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia?

- a)  $\frac{5+3}{2} < 6-3$
- b)  $\frac{10-1}{100} < 8+2$

$$c) \frac{10+8-3}{7-2 \cdot 2} < 6$$

$$d) 8-2 \cdot 3 \geq (-2) \cdot 8$$

**326.**

Laske.

$$a) 1 + \frac{1}{1+1}$$

$$b) 1 + \frac{1}{\left[ 1 + \frac{1}{(1+1)} \right]}$$

$$c) 1 + \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{1}{\left[ 1 + \frac{1}{(1+1)} \right]} \right\}}$$

**327.**

Määritä seuraava 50 tekijän tulo:  $(1+1) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{50}\right)$ .

**328.**

Laske murtoluvuilla ilman laskinta ja anna tulokset sievennettyinä yksinkertaisimpaan muotoonsa. (pääsykoetehtävä teknikkokoulutukseen 1993)

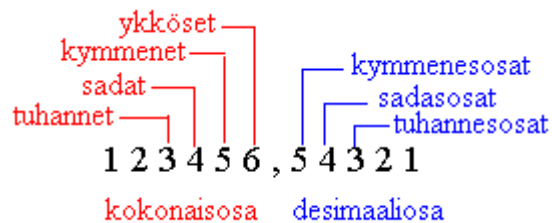
$$a) \frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 1$$

$$b) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{7}$$

$$c) \left(3 - 2 \cdot \frac{5}{4}\right) : \frac{7}{3}$$

## 16. Desimaaliluvut ja merkitsevät numerot

Käyttämämme lukujen merkintäjärjestelmä on nimeltään *paikkajärjestelmä*, jossa numeron merkitykseen vaikuttaa sen paikka. ”Olet nolla” on ikävästi sanottu, mutta jos nolla sijoitetaan ykkösen jälkeen, tämän arvo kymmenkertaistuu. Paikkajärjestelmiä on olemassa useita erilaisia ja jokaisessa paikkajärjestelmässä on tietty kantaluku. Käyttämämme järjestelmä on desimaalinen, sen kantaluku on 10.



### Esimerkki 1.

Esitetään murtolukuna a) 0,32 b) 0,845 c) 3,4.

a) 0,32  
↑  
Viimeinen numero tarkoittaa *sadasosia*, joten  $0,32 = \frac{32}{100}$ .

b) 0,845  
↑  
Viimeinen numero tarkoittaa *tuhannesosia*, joten  $0,845 = \frac{845}{1000}$ .

c) 3,4  
↑  
Viimeinen numero tarkoittaa *kymmenesosia*,  
mutta luvussa on myös kokonaisosa, joten  $3,4 = 3 \frac{4}{10} = \frac{34}{10}$ .

Desimaaliluvuilla laskettaessa on kiinnitettävä huomiota tulosten oikeaan tarkkuuteen. Laskimella laskettaessa voimme saada lukuja, joiden paikalla voisi olla mitä tahansa lukuja. Kaikkien saatujen lukujen arvoihin ei voi luottaa. Merkitsevät numerot ilmoittavat mitkä luvun numeroista ovat vielä oikeita ja mitkä puppua.

Luvun merkitseviksi numeroiksi katsotaan *kaikki muut paitsi desimaaliluvun alussa ja kokonaisluvun lopussa olevat nollat*. Joissakin tapauksissa kokonaisluvun lopussakin olevat nollat voivat olla merkitseviä, mikä ilmenee asiayhteydestä.

### Esimerkki 2.

- a) Kokonaisluvussa 500 000 on yksi merkitsevä numero.
- b) Desimaaliluvussa 0,250 on kolme merkitsevää numeroa.
- c) Desimaaliluvussa 0,04 on yksi merkitsevä numero.
- d) Desimaaliluvussa 89,20 on neljä merkitsevää numeroa.
- e) Kokonaisluvussa 4005 on neljä merkitsevää numeroa.
- f) Kokonaisluvussa 540 on kaksi tai kolme merkitsevää numeroa riippuen siitä, onko luku pyöristetty.

Kun desimaaliluku katkaistaan, viimeinen mukaan tuleva numero korotetaan yhdellä, jos ensimmäinen pois jäävä numero on 5, 6, 7, 8 tai 9. Desimaalilukuja pyöristettäessä jätetään katkaisukohdan jälkeiset desimaalit pois. Kokonaislukuja pyöristettäessä korvataan katkaisukohdan jälkeiset numerot nolilla.

### **Esimerkki 3.**

Pyöristetään luvut annetulta kohdalta.

- a)  $4,57\overline{3}92 \approx 4,57$
- b)  $0,609\overline{7}5 \approx 0,610$
- c)  $514\overline{5}880 \approx 5150000$

Merkintä  $\approx$  luetaan ”likimäärin yhtä suuri kuin”.

## Tehtäviä

### 329.

Täydennä.

- a)  $4623 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + 20 + 3$   
b)  $8756 = 8000 + \underline{\quad} + \underline{\quad} + 6$   
c)  $238519 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$   
d)  $9814 = \underline{\quad} \cdot 1000 + \underline{\quad} \cdot 100 + \underline{\quad} \cdot 10 + \underline{\quad} \cdot 1$   
e)  $7652 = \underline{\quad} \cdot 1000 + \underline{\quad} \cdot 100 + \underline{\quad} \cdot 10 + \underline{\quad} \cdot 1$

### 330.

Muunna desimaaliluvuiksi.

- a)  $3\frac{1}{4}$   
b)  $1\frac{4}{50}$   
c)  $\frac{2}{50}$   
d)  $\frac{3}{24}$

### 331.

Muunna murtoluvuiksi.

- a) 0,001  
b) 0,12  
c) 1,75  
d) 0,333...

### 332.

Kirjoita murtolukumuodossa.

- a) 0,2  
b) 0,45  
c) 1,5  
d) 0,007

### 333.

Minkä lukuyksikön paikalla luvussa 4210,96 on

- a) 1  
b) 6  
c) 4  
d) 0.

### 334.

Minkä lukuyksikön paikalla numero 7 on seuraavissa luvuissa

- a) 978  
b) 7100  
c) 87 345  
d) 9,067.

**335.**

Kirjoita desimaalilukuna.

- a) 4 kokonaista 25 sadasosaa
- b) 30 kokonaista 86 tuhannesosaa
- c) 0 kokonaista 21 kymmenestuhannesosaa
- d) 12 kokonaista 14 miljoonasosaa
- e) 3 kokonaista 3 kymmenesosaa
- f) 200 kokonaista 555 tuhannesosaa

**336.**

Pyöristä yhden desimaalin tarkkuuteen.

- a) 0,741
- b) 0,652
- c) 6,55
- d) 5,916
- e) 3,45
- f) 9,05

**337.**

Kirjoita desimaalilukuna.

- a)  $\frac{8}{10}$
- b)  $\frac{23}{100}$
- c)  $\frac{729}{1000}$
- d)  $\frac{536}{1000}$

**338.**

Pyöristä kymmenesosan tarkkuuteen.

- a) 0,99
- b) 120,045
- c) 4685,05673
- d) 25 577,982

**339.**

Pyöristä kahden desimaalin tarkkuuteen.

- a) 5,473
- b) 3,0038
- c) 0,014
- d) 99,996
- e) 15,475

**340.**

Pyöristä ykkösten tarkkuuteen.

- a) 0,068096
- b) 2,0888

- c) 103,97666
- d) 0,50

**341.**

Pyöristä satojen tarkkuuteen.

- a) 687,089
- b) 32,57
- c) 52,23
- d) 8945

**342.**

Pyöristä viiden sentin tarkkuuteen.

- a) 12,347 €
- b) 801,3333 €
- c) 2,122 €
- d) 7,3611 €
- e) 92,859 €
- f) 1,575 €

**343.**

Pyöristä

- a) 465 kymmenien
  - b) 14769.3352 satojen
  - c) 4827 tuhansien
  - d) 16745.25845 tuhanneosien
  - e) 198.14556 sadaosien
- tarkkuuteen.

**344.**

Tarkastellaan lukua 1,04562735. Pyöristä luku

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

desimaalin tarkkuuteen.

**345.**

Tarkastellaan lukua 0,65458011. Ilmoita luku

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

merkitsevän numeron tarkkuudella.

**346.**

Kirjoita Suomen väkiluku 5 300 484 (31.12.2007)

- a) satojen
- b) satojen tuhansien



tarkkuudella.

**347.**

Ilmoita rahamäärä 14 393 €

- a) kymmenien
- b) satojen
- c) kymmenien tuhansien eurojen tarkkuudella.

**348.**

Pyöristä kahden merkitsevän numeron tarkkuuteen

- a) 104,98543
- b) 3,000356
- c) 0,0287
- d) 0,0012345

**349.**

Montako merkitsevää numeroa on likiarvoissa?

- a) 3,1582
- b) 4500
- c) 0,0284
- d) 18,0504
- e) 0,007730

**350. Laskintehtävä**

Laske laskimella potenssien likiarvot ja anna vastaukset kahden desimaalin tarkkuudella

- a)  $2,3^6$
- b)  $3,12^4$
- c)  $32,12^3$
- d)  $1,003^{17}$
- e)  $(-4,3)^8$

\_\_\_\_\_ soveltavat tehtävät \_\_\_\_\_

**351.**

Ilmoita valon nopeus 299 792 458 m/s neljän merkitsevän numeron tarkkuudella.

**352.**

Luettele kolme lukua, joiden likiarvo kahden merkitsevän numeron tarkkuudella on 250.

**353.**

Luettele kolme lukua, joiden likiarvo kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella on 0,0116.

\_\_\_\_\_ vaativat tehtävät \_\_\_\_\_

**354.**

Millä välillä luku  $x$  on, kun sen likiarvo

- a) yhden merkitsevän numeron tarkkuudella on 4

b) kahden merkitsevän numeron tarkkuudella on 5,3?

**355.**

Mäkihyppääjä Janne Ahosen hypyn pituudeksi ilmoitettiin puolen metrin tarkkuudella 97,5 m. Millä välillä on hypyn todellinen pituus?

**356.**

Osoita, että luvut  $3\frac{2}{5}$  ja  $-3,4$  ovat toistensa vastalukuja

**357.**

Osoita, että luvut  $0,6$  ja  $1\frac{2}{3}$  ovat toistensa käänteislukuja.

## 17. Lasketaan desimaaliluvuilla, pyöristyssäännöt

Kun lasketaan desimaaliluvuilla, on tulosten tarkkuuteen kiinnitettävä erityistä huomiota. Muutoin saatetaan vahingossa väittää tehtyjä mittauksia todellisuutta tarkemmiksi. Desimaaliluvuilla laskettaessa vastaukset pyöristetään sopivaan tarkkuuteen tiettyjen sääntöjen mukaisesti.

### Esimerkki 1.

Juho ajaa työmatkallaan 5 km kotoaan työpaikan parkkipaikalle. Parkkipaikalta on työpaikan ovelle 60 m ja ovelta 15 m Juhon työhuoneeseen. Kuinka pitkä Juhon työmatka on kokonaisuudessaan?

$$5 \text{ km} + 0,060 \text{ km} + 0,015 \text{ km} = 5,075 \text{ km}$$

Tarkastellaan vastauksen mielekkyyttä. Automatka on ilmoitettu kokonaisten kilometrien tarkkuudella. Sen todellinen arvo on välillä 4,5 km - 5,5 km, jolloin koko matkan pituus tulisi olemaan välillä 4,575 km – 5,575 km. Jos nyt Juhon työmatkan pituudeksi ilmoitetaan 5,075 km, tarkoittaa se, että matkan pituus on tarkasti 5 km ja 75 m. Saadun tuloksen kaikki desimaalit 0, 7 ja 5 voivat kuitenkin olla mitä tahansa numeroita, koska 5 km matkaa ei oltu mitattu metrien tarkkuudella. Ainoa järkevä vastaus työmatkan pituudeksi, jossa voidaan luottaa numeroiden paikkansapitävyyteen, on 5 km.

#### Desimaalilukujen yhteen- ja vähennyslasku

Vastaus esitetään korkeintaan yhtä monen *desimaalin tarkkuudella* kuin niitä on epätarkimmassa lähtöarvossa.

### Esimerkki 2.

Suoritetaan laskut ja annetaan vastaukset sopivalla tarkkuudella.

epätarkimmassa yksi desimaali

$$\begin{aligned} \text{a) } & 4,14 + 3,1 + 456,897 = 464,137 \approx 464,1 \\ \text{b) } & 562,456 - 401,12 = 161,336 \approx 161,34 \end{aligned}$$

epätarkimmassa kaksi desimaalia

### Desimaalilukujen kerto- ja jakolasku

Vastauksessa saa olla korkeintaan yhtä monta *merkitsevää numeroa* kuin niitä on epätarkimmassa lähtöarvossa.

### Esimerkki 3.

Suoritetaan laskut ja annetaan vastaukset sopivalla tarkkuudella.

a)  $0,12 \cdot 27,60 = 3,312 \approx 3,3$

epätarkimmassa kaksi merkitsevää numeroa

b)  $\frac{2004}{2,05} = 977,5609756 \approx 978$

epätarkimmassa kolme merkitsevää numeroa

### Tulosten tarkkuus

Jos tulos vaaditaan tietyllä tarkkuudella,

- on yhteen- ja vähennyslaskuissa kaikki lähtöarvot otettava vähintään *yhtä desimaalia tarkemmin* kuin haluttu tuloksen tarkkuus.
- on kerto- ja jakolaskuissa kaikki lähtöarvot otettava vähintään *yhtä merkitsevää numeroa tarkemmin* kuin haluttu tuloksen tarkkuus.

## Tehtäviä

### 358.

Montako merkitsevää numeroa luvuissa on?

- a) 1301
- b) 0,004
- c) 12,910
- d) 0,0220
- e) 22

### 359. Laskintehtävä

Laske ja pyöristä tulos kahden desimaalin tarkkuuteen.

- a)  $1,36783 + 4,09859 + 2,69838$
- b)  $2,8698 \cdot 3,0860 \cdot 1,9602$

### 360.

Montako desimaalia/merkitsevää numeroa voi olla enintään edellisen tehtävän laskujen vastauksissa? Miksi?

### 361.

Montako desimaalia tulee seuraavien yhteen- ja vähennyslaskujen vastauksiin?

- a)  $0,0024 + 0,2 - 0,00075$
- b)  $11,236 - 2,66 + 6,0002$
- c)  $-0,0013 + 3,141 - 12,2$

### 362. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän laskut ja pyöristä vastaus sopivaan tarkkuuteen.

### 363. Laskintehtävä

Laske ja kiinnitä huomiota vastauksen oikeaan tarkkuuteen.

- a)  $53,12 \text{ km} + 12,3 \text{ km}$
- b)  $300,2 \text{ km} - 120,0311 \text{ km}$
- c)  $8000 \text{ km} + 0,75 \text{ km}$
- d)  $0,097 \text{ km} - 0,0006 \text{ km}$

### 364.

Vanni norsun paino on huikeat 4000 kg. Vanni syö eräänä aamuna 33,75 kg heinää ja 12,5 kg hedelmiä. Paljonko Vanni painaa aamupalan jälkeen?

### 365.

Montako merkitsevää numeroa tulee seuraavien kerto- ja jakolaskujen vastauksiin?

- a)  $12 \cdot 0,5$
- b)  $0,1 \cdot 2,5$
- c)  $3,21 : 45$
- d)  $0,245 : 0,12$

### 366. Laskintehtävä

Laske edellisen tehtävän laskut ja pyöristä vastaus sopivaan tarkkuuteen

367.

Montako merkitsevää numeroa tulee kertolaskujen vastauksiin?

- a)  $5,26 \cdot 5,056 \cdot 0,0068$
- b)  $2,01263 \cdot 1,02$
- c)  $0,06 \cdot 7,014 \cdot 0,00581$

368. Laskintehtävä

Pyöristä lausekkeiden tulokset likiarvojen edellyttämiin tarkkuuksiin.

- a)  $3,10 \cdot 9,913$
- b)  $9,85 \cdot 21\,000$
- c)  $4,86 \cdot 1,54$

369. Laskintehtävä

Laske Suomen maapinta-ala sadan neliökilometrin tarkkuudella, kun Suomen läänien maapinta-alat ovat seuraavat:

Lääni	Maapinta-ala [km <sup>2</sup> ]
Etelä-Suomen lääni	30 229,10
Länsi-Suomen lääni	74 185,17
Itä-Suomen lääni	48 727,44
Oulun lääni	56 858,19
Lapin lääni	93 002,81
Ahvenanmaa	1 526,50

(Lähde: Tilastokeskus)

370.

Toskaomenoiden valmistusohje on tehty neljälle henkilölle. Muuta reseptin ainemäärät

- a) kahdelle
- b) kuudelle  
henkilölle.

**Toskaomenat**

4 kpl hapahkoja omenoita

Toskaseos:

75 g voita tai margariinia

1,5 dl fariinisokeria

2 rkl vehnäjäuhoja

2 rkl maitoa tai kermaa

70 g mantelilastuja

Laita kuoritut ja halkaistut omenat kupera puoli ylöspäin voideltuun uunivuokaan. Kiehauta tos-kaseokseen kuuluvat aineet kattilassa koko ajan sekoittaen. Kaada seos omenoiden päälle ja kuumenna 225°:ssa uunissa 15-20 minuuttia. Tarjoile hieman jäähtyneenä jäätelön kera.

- c) Keksitkö syitä, milloin voit joutua muuttamaan tai kannattaa vähän muuttaa valmistami-  
seen tarvittavia ainemääriä?

**371.**

Pyöräilijä painoi vaatteineen kilogramman tarkkuudella 72 kg. Pakattu reppu painoi kilogramman tarkkuudella 21 kg ja pyörä painoi gramman tarkkuudella 8,2 kg. Paljonko pyöräilijä painoi varusteineen?

**372.**

Kuinka tarkasti kolme yhteenlaskettavaa likiarvoa on mitattava, jotta summa saadaan varmasti oikein sadasosien tarkkuudella?

**373.**

Kuinka tarkasti molemmat likiarvot on mitattava, jos niiden tuloon vaaditaan kahden merkitsevän numeron tarkkuus?

**374. Laskintehtävä**

Yhden ruuvipaino on noin 2,27 g. Ruuvipakkauksen paino on 4 890 g. Montako ruuvia on pakkauksessa?

**375.**

Sinun on suoritettava kertolasku  $0,333... \cdot 19,123123...$ . Miten pyöristät luvut, jotta tulos saadaan varmasti oikein

- a) neljän
- b) kolmen

merkitsevän numeron tarkkuudella?

## Kalenterin matematiikkaa

Suomessa käytettiin 1700-luvulla Juliaanista kalenteria, joka on nimetty Julius Caesarin mukaan. Juliaanisessa kalenterissa vuodessa on 365 päivää, ja joka neljäs vuosi on karkausvuosi, johon lisätään karkauspäivä. Venäjällä kirkollisia juhlia vietetään edelleen juliaanisen kalenterin mukaisesti.

Maailmassa on käytössä noin 40 erilaista kalenteria. Gregoriaaninen kalenteri on näistä yleisin ja se on nykyisin myös meidän käytössämme. Kalenterimme on tällä hetkellä noin 13 vuorokautta Juliaanista kalenteria edellä. Gregoriaaninen kalenterivuosi on normaalisti pituudeltaan 365 päivää, mutta koska todellinen aurinkovuosi on 365,25 päivää pitkä, lisätään joihinkin vuosiin karkauspäivä 29. helmikuuta, jolloin kalenterivuoden pituudeksi tulee 366 päivää. Karkauspäivää vietetään neljällä jaollisina vuosina, lukuun ottamatta sadalla jaollisia vuosia, jotka eivät ole jaollisia 400:lla. Ongelma Gregoriaanisessa kalenterissa on etteivät viikonpäivät pysy samoina vuodesta toiseen, vaan siirtyvät vuodessa yleensä yhden päivän eteenpäin. Viikonpäivän voi laskea seuraavan kaavan avulla:

Huomaa, että kaavan jakolaskuissa kaikki luvut pyöristetään alaspäin!

$$a = \frac{14 - \text{kuukausi}}{12}$$

$$y = \text{vuosi} - a$$

$$m = \text{kuukausi} + 12a - 2$$

$$d = \text{jakojäännös, kun } \left( \text{päivä} + y + \frac{y}{4} - \frac{y}{100} + \frac{y}{400} + \frac{31m}{12} \right) \text{ jaetaan luvulla 7}$$

$d$  kertoo viikonpäivän: 0 = sunnuntai, 1 = maanantai, ...

Islamilaisissa maissa käytetään Gregoriaanisen kalenterin kanssa rinnakkain Hijra-kalenteria. Hijra-kalenterissa on 354 tai 355 päivää ja kaksitoista kuukautta, ja kuukaudessa on 29 tai 30 päivää. Jokainen uusi kuukausi alkaa uudenkuun myötä. Kuukausi vastaa siis kuun kierrosta. Koska uusikuu tulee näkyviin eri ajankohtina eri puolilla maapalloa, ei sama kuukausi ala kaikkialla samana päivänä. Saman kuukauden päivien määrä saattaa vaihdella vuodesta toiseen. Yhdeksäs kuukausi on nimeltään Ramadan ja se on paastokuukausi. Annettaessa päivämäärä Hijra-kalenterin mukaan on tapana kirjoittaa H vuosiluvun jälkeen. Gregoriaaninen vuosi (M) voidaan muuntaa likimäärin Hijra-vuodeksi (H) seuraavan kaavan avulla:

$$H = \frac{34 \cdot (M - 622)}{33}$$

Kiinassa Gregoriaanisen kalenterin rinnalla käytetään kiinalaista kalenteria, jonka mukaan vietetään perinteisiä vuotuisia juhlia, kuten kiinalaista uuttavuotta. Kiinalainen kalenteri perustuu kuun ja auringon liikkeisiin. Kuun kierto on keskimäärin 29,5 päivän pituinen ja tietyn väliajoin kiinalaiseen kalenteriin lisätään ylimääräinen kuukausi, jotta se pysyisi auringon kulkuun perustuvan kalenterin tahdissa. Kiinalaisessa kalenterissa vuodet ovat nimetty 12



eläimen mukaan: rotta, härkä, tiikeri, jänis, lohikäärme, käärme, hevonen, lammas, apina, kukko, koira ja sika. Lisäksi käytössä on viisi elementtiä: vesi, tuli, maa, puu ja rauta. Näin kiinalainen kalenteri toistuu 60 vuoden välein (kaksitoista eri eläinten vuotta kertaa viisi eri elementtiä).

## 18. Aikaväli ja aikalaskut

Aika-käsitteen avulla pystytään laittamaan tapahtumahetket järjestykseen. Ensimmäiset ajanmääritykset perustuvat päivän ja yön vaihteluun sekä vuodenaikoihin. Minuutteja ja sekunteja on käytetty 1600-luvulta lähtien. Tarve niille tuli vasta tähtitieteen kehittymisen myötä. Kymmenjärjestelmästä poikkeava tunnin ja minuutin jako kuuteenkymmeneen on peräisin babylonialaisilta.

Maailmanaikana käytetään Englannin Greenwichin aikaa (GMT = Greenwich Mean Time), jossa puolenpäivän hetki määrätään Lontoon läheltä kulkevan 0-pituuspiirin mukaan. Suomessa noudatetaan toista aikavyöhykettä Greenwichistä itään, jota kutsutaan Itä-Euroopan ajaksi (GMT + 2). Kun kello on Greenwichissä 12.00, on se meillä 14.00. Suomen virallinen aika saadaan Espoon Otaniemestä, Valtion teknillisen tutkimuskeskuksen sähkötekniikan laboratorion kautta.

1 tunti = 60 minuuttia  
1 minuutti = 60 sekuntia  
1 vuosi = 52 viikkoa = 365 vuorokautta

### Esimerkki 1.

Lasketaan paljonko on kolme viidesosaa  $\frac{4}{9}$  tunnista.

Luvusta otetaan tietty osa siten, että luku kerrotaan kyseisellä osalla.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} \text{ h} = \frac{\cancel{3} \cdot 4}{5 \cdot \cancel{9}_3} \text{ h} = \frac{4}{15} \text{ h}$$

Tunnissa on 60 minuuttia, joten vastaus minuutteina saadaan ottamalla neljä viidestoistaosaa 60 minuutista.

$$\frac{4}{15} \cdot 60 \text{ min} = \frac{4 \cdot \cancel{60}^4}{\cancel{15}_3 \cdot 1} \text{ min} = 8 \text{ min}$$

Kellonaikalaskuja helpottaa tuntien ja minuuttien erittelemine. Aikoja voidaan laskea allekkain yhteen ja vähentää toisistaan, kunhan muistetaan ettei kyseessä ole tuttu kymmenjärjestelmäkäytäntö vaan 1 h = 60 min. Lasku aloitetaan aina pienimmistä ajanmääreistä.

### Esimerkki 2.

Juna lähtee asemalta 6.35 ja matka kestää 3 tuntia 46 minuuttia. Moneltako juna on perillä?

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ h} \\
 6 \text{ h} \\
 + 3 \text{ h} \\
 \hline
 10 \text{ h}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 35 \text{ min} \\
 46 \text{ min} \\
 \hline
 21 \text{ min}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 81 \text{ min} = 60 \text{ min} + 21 \text{ min} \\
 = 1 \text{ h } 21 \text{ min}
 \end{array}$$

Vastaus: Juna on perillä kello 10.21.

### Esimerkki 3.

Yöjuna saapui asemalle 4.12. Moneltako se lähti, jos matka kesti 2 tuntia 48 minuuttia?

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \cancel{4} \text{ h} \\
 - 2 \text{ h} \\
 \hline
 1 \text{ h}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 60 + 12 = 72 \\
 \cancel{12} \text{ min} \\
 48 \text{ min} \\
 \hline
 24 \text{ min}
 \end{array}$$

Vastaus: Juna lähti kello 1.24.

## Tehtäviä

### 376.

Muunna sekunneiksi.

- a) 4 min
- b) 23 min 35 s
- c) 2 h 55 min 13 s
- d) 4 min 56 s
- e) 12 h 4 s
- f) 3 h 12 min 1 s

### 377.

Ilmoita ajat sellaisessa muodossa, että siinä näkyy kokonaiset tunnit, minuutit ja sekunnit (esimerkiksi 1 h 12 min 9 s)

- a) 3789 s
- b) 370 s
- c) 3490 s
- d) 92 200 s
- e) 410 s

### 378.

Montako kuukautta on

- a)  $\frac{1}{2}$  vuotta
- b)  $\frac{1}{6}$  vuotta
- c)  $\frac{3}{4}$  vuotta?

### 379.

Montako minuuttia on

- a)  $\frac{1}{6}$  tunti
- b)  $\frac{1}{4}$  tunti
- c)  $\frac{4}{5}$  tunti ?

### 380.

Kuinka monta

- a) minuuttia on 24 h
- b) tuntia on 16 d 21 h
- c) kuukautta on 18 a 6 kk
- d) sekuntia on 1 viikko?

### 381.

Täydennä.

- a) 1 karkausvuosi = \_\_\_\_\_ vuorokautta
- b) 2 vuosisataa = \_\_\_\_\_ vuotta

- c) 8 minuuttia = \_\_\_\_\_ sekuntia  
d) 4 viikkoa = \_\_\_\_\_ vuorokautta  
e) 156 viikkoa = \_\_\_\_\_ vuotta  
f) 3 vuosituhatta = \_\_\_\_\_ vuotta  
g) 2 vuotta = \_\_\_\_\_ vuorokautta

\_\_\_\_\_ soveltavat tehtävät \_\_\_\_\_

**382.**

Amerikassa on käytössä 12-tuntinen kello. Muuta kellonajat 24-tuntisen kellon ajoiksi.

- a) 10.30 am  
b) 1.45 pm  
c) 7.55 am  
d) 11.30 pm

**383.**

Muuta 24-tuntisen kellon ajat 12-tuntisen kellon ajoiksi.

- a) 14.17  
b) 05.10  
c) 17.20  
d) 03.03

**384.**

Helmin koulupäivä alkaa 8.15 ja päättyy 14.45. Montako tuntia Helmi viettää koulussa?

**385.**

Laske.

- a) 2 h 30 min + 4 h 30 min  
b) 6 h 20 min + 5 h 19 min  
c) 12 h 44 min + 8 h 12 min  
d) 6 h 34 min + 7 h 39 min

**386.**

Laske.

- a) 12 h 30 min - 7 h 16 min  
b) 19 h 46 min - 6 h 39 min  
c) 7 h 23 min - 4 h 41 min  
d) 10 h 50 min - 5 h 56 min

**387.**

Vanhin ihminen, jonka iästä on kiistaton todiste, on ollut Ranskalainen Jeanne Calment. Hän syntyi 21.2.1875 ja kuoli 4.8.1997. Kuinka vanhaksi hän eli?

**388.**

Matka junalla Birminghamista Oxfordiin kestää 1 h 42 min. Laske mihin aikaan juna on perillä Oxfordissa, jossa juna lähtee Birminghamista kello

- a) 8.30  
b) 9.43  
c) 11.06

- d) 13.18
- e) 15.26.

**389.**

Laske kuinka pitkä aika on seuraavien kellonaikojen välissä.

- a) 7.00 ja 13.05
- b) 8.45 ja 15.55
- c) 10.24 ja 18.00
- d) 15.35 ja 21.40
- e) 22.05 ja 23.55

---

vaativat tehtävät

---

**390.**

- a) Montako päivää olet elänyt?
- b) Montako tuntia olet elänyt?
- c) Oletko elänyt vielä miljoona minuuttia?
- d) Kuinka monta sekuntia olet elänyt, kun olet 60 vuotias?

**391.**

Jos viime torstai oli 25.9, mikä viikonpäivä oli syyskuun ensimmäinen päivä?

**392.**

Montako vuotta on vuosien 3 eKr. ja 3 jKr. välissä?

**393.**

Kreikkalainen filosofi Platon syntyi vuonna 427 eKr. ja kuoli vuonna 349 eKr.

- a) Minkä ikäisenä hän kuoli?
- b) Montako vuotta on kulunut hänen syntymästään?

**394.**

Muunna Gregoriaaniset vuodet Hijra-vuodeksi (muunnoskaavan löydät kappaletta edeltävästä tarinasta)

- a) 1970
- b) 2008

**395.**

Lasketaan mikä viikonpäivä oli (muunnoskaavan löydät kappaletta edeltävästä tarinasta)

- a) 9.6.2008
- b) 18.6.2009

## 19. Kertaustehtäviä

### Lukujoukot ja laskutoimitukset

**396.**

Muodosta ja laske lukujen 36 ja 6

- a) summa
- b) erotus
- c) tulo
- d) osamäärä.

**397.**

Esitä lukusuoran avulla seuraavat lukujoukot

- a) reaalityöt
- b) luonnolliset luvut
- c) kokonaisluvut

**398.**

Mihin lukujoukkoihin luku kuuluu?

- a) -6
- b)  $\frac{1}{9}$
- c) 0.239781...
- d) 0,25
- e) 5

**399.**

Päättele mikä luku sopii tyhjään ruutuun?

- a)  $\_ + 4 = 12$
- b)  $26 - \_ = 18$
- c)  $80 : \_ = 16$
- d)  $\_ \cdot 3 = 54$

**400.**

Päättele mikä on luku  $x$ , kun luvun 78 ja luvun  $x$

- a) summa on 90
- b) tulo on 234
- c) erotus on 69
- d) osamäärä on 39.

**401.**

Kun eräs luku kerrotaan luvulla 10, on se 21 suurempi kuin sama luku kerrottuna luvulla 3. Mikä luku on kyseessä?

**402.**

Kahden luvun summa on 112 ja erotus 36. Mitkä luvut ovat kyseessä?

**403.**

Tarhassa on yhteensä 22 eläintä, kanoja ja kaniineja. Niillä on yhteensä 68 jalkaa. Montako kumpaakin lajia on?

### Lukujen suuruusvertailua

**404.**

Järjestä luvut suuruusjärjestykseen, pienin ensin.

- a) 0,6 6,6 6,06 0,006 6,006
- b) 3,13 3,113 31,13 311,3 0,3113
- c) 1,7 1,07 1,007 7,01 7,001

**405.**

Valitse sopiva merkki: < tai >

- a) 2 \_ 2.1
- b) -5 \_ -4
- c) 0,9999 \_ 1
- d) 16 \_ 16,001
- e) 1,99 \_ 1,98

**406.**

Päättele puuttuva luku.

- a)  $\frac{\quad}{5} = 2$
- b)  $\frac{\quad}{8} = 10$
- c)  $\frac{\quad}{1} = 9$
- d)  $\frac{\quad}{23} = 0$
- e)  $\frac{\quad}{5} = 20$

**407.**

Onko väite tosi vai epätosi?

- a)  $1 \geq 4$
- b)  $7 < 3$
- c)  $3 \geq -3$
- d)  $2 \geq 2$
- e)  $1 \neq 4$
- f)  $5 \leq 8$

**408.**

Merkitse lukusuoralle ne reaalityluvut, jotka ovat

- a) lukujen 1 ja 5 välissä
- b) suurempia kuin luku -3
- c) positiivisia
- d) suuruudeltaan enintään 3.



**409.**

Mitkä luvuista -1, 4, 8 ja 12 toteuttavat ehdon

- a)  $x < 4$
- b)  $-2 < x \leq 8$
- c)  $x \geq 7$
- d)  $x \neq 8$ ?

**410.**

Mitkä luonnolliset luvut  $x$  toteuttavat ehdon

- a)  $x \leq 3$
- b)  $-1 < x < 4$
- c)  $x < 2$
- d)  $0 \leq x < 5$ ?

**411.**

Taulukossa on aikuisten painoindeksiluokat.

Painoindeksi P	Tulkinta
$P \leq 18,4$	Normaalia alhaisempi paino
$18,4 < P \leq 24,9$	Normaali paino
$24,9 < P \leq 29,9$	Lievä lihavuus
$29,9 < P \leq 34,9$	Merkittävä lihavuus
$34,9 < P \leq 39,9$	Vaikea lihavuus
$P > 39,9$	Sairaalloinen lihavuus

Mitä voit sanoa henkilön painosta, jos hänen painoindeksinsä on

- a) 24,9
- b) 25
- c) 32
- d) 18,1?

### Itseisarvo ja vastaluku

**412.**

Määritä lukujen etäisyys nolasta.

- a) 5
- b) -8
- c) 0
- d) -12
- e)  $x$

**413.**

Jäljennä taulukko vihkoosi ja täydennä puuttuvat luvut.

luku	vastaluku	itseisarvo
$\frac{1}{5}$		
$-\frac{2}{3}$		
-12		
	$\frac{6}{7}$	
	$-\frac{8}{5}$	

**414.**

Sievennä.

- a)  $|-3|$
- b)  $-|2|$
- c)  $-|-7|$
- d)  $-|+9|$

**415.**

Merkitse ja laske lukujen -9 ja 6 itseisarvojen

- a) summa
- b) erotus
- c) tulo.

**416.**

Luettele ne kokonaisluvut, jotka toteuttavat ehdon  $|\text{luku}| < 4$ .

**417.**

Mikä luku sopii  $x$ :n paikalle?

- a)  $|x| = 6$
- b)  $|x| < 6$
- c)  $|x| \geq 6$
- d)  $|x| = -6$

**418.**

Mitkä ovat lukujen vastaluvut?

- a) 2,1
- b)  $5a$
- c) -6
- d)  $a-1$

**419.**

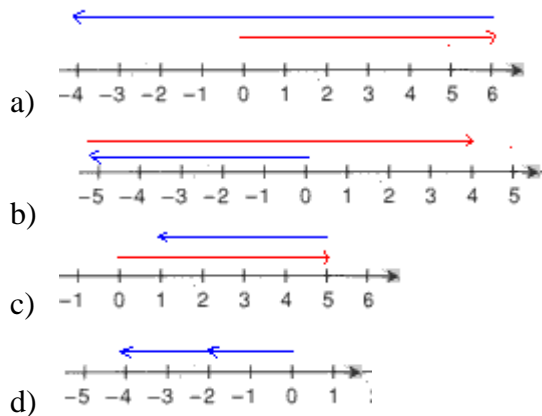
Lauseke  $|x - a|$  ilmaisee luvun  $x$  etäisyyden luvusta  $a$ . Tutki lukusuoran avulla, mitkä luvut toteuttavat

- a) ehdon  $|x - 1| = 4$
- b) ehdon  $|x - 1| < 4$

### Kokonaislukujen yhteen- ja vähennyslasku

**420.**

Kirjoita lukusuoralla kuvatut laskutoimitukset lausekkeena ja suorita ne.



**421.**

Mikä lämpötila on kolme astetta enemmän kuin

- a)  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$
- b)  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$
- c)  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$
- d)  $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

**422.**

Mikä lämpötila on viisi astetta vähemmän kuin

- a)  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$
- b)  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$
- c)  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$
- d)  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

**423.**

● kuvaa lukua 1 ja ● kuvaa lukua -1. Mitä lukua seuraavat mallit kuvaavat?

a)



b)



c)



**424.**

Kirjoita laskulauseke ja ratkaise loppulämpötila.

- a) Lämpötila kohoaa  $-2$  asteesta  $5$  astetta.
- b) Lämpötila laskee  $-4$  asteesta  $8$  astetta.
- c) Lämpötila laskee  $3$  asteesta  $12$  astetta.
- d) Lämpötilaa kohoaa  $1$  asteesta  $9$  astetta.

**425.**

Päättele mikä luku sopii tyhjään ruutuun?

- a)  $\_ - 4 = -15$
- b)  $3 - \_ = -5$
- c)  $-5 + \_ = 2$
- d)  $\_ + 8 = -15$

**426.**

Käyttötilin saldo oli kuukauden alussa  $921,95$  €. Laske tilin saldo kuukauden lopussa, kun tilitapahtumat oli seuraavat:

talletus	150 €
otto	60 €
otto	220 €
otto	40 €
talletus	1258,80 €
otto	612 €
otto	319 €
otto	60 €

**427.**

Laske seuraavien lukujen summa: voitto  $7000$  euroa ja tappio  $5400$  euroa.

### **Merkkiyhdistelmien sieventäminen**

**428.**

Sievennä

- a)  $+(-7)$
- b)  $+(+2)$
- c)  $- (+8)$
- d)  $-(-2)$

**429.**

Laske

- a)  $1 + (+1)$
- b)  $1 + (-1)$
- c)  $1 - (+1)$
- d)  $1 - (-1)$

**430.**

Laske.

- a)  $3 - (-7)$
- b)  $9 - (-16)$
- c)  $1 - (-8)$
- d)  $1 - (-4)$

**431.**

Laske.

- a)  $-4 - (17)$
- b)  $-3 + (-5)$
- c)  $-2 - (-6)$
- d)  $2 + (-8)$

**432.**

Kopio taulukko vihkoosi ja täydennä.

<b>+</b>	<b>3</b>	<b>-5</b>	<b>-10</b>
<b>-2</b>			
<b>6</b>			
<b>-9</b>			

**433.**

Osoita laskemalla, että luvut ovat toistensa vastalukuja.

- a) 4 ja  $-4$
- b)  $-7$  ja 7
- c)  $-99$  ja 99
- d) 1000 ja  $-1000$

**434.**

Merkitse ja laske lukujen  $-12$  ja  $-4$

- a) summa
- b) erotus
- c) vastalukujen erotus.

**435.**

Merkitse ja laske lukujen erotus.

- c) 9,  $-7$  ja  $-3$
- d)  $-12$ ,  $-5$  ja 4

### Kokonaislukujen kerto- ja jakolasku

**436.**

Onko vastaus positiivinen vai negatiivinen?

a)  $-3 \cdot 5 \cdot (-3) \cdot 2$

b)  $9 \cdot (-5) \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-8)$

c)  $\frac{6}{-2}$

d)  $\frac{-20}{-10}$

**437.**

Laske edellisten tehtävän laskutoimitukset.

**438.**

Päättele puuttuva luku.

a)  $\frac{\quad}{2} = -4$

b)  $\frac{\quad}{-8} = 3$

c)  $\frac{\quad}{-5} = -8$

d)  $\frac{\quad}{5} = -4$

e)  $\frac{\quad}{-5} = 2$

**439.**

Kopio taulukko vihkoosi ja täydennä.

kertaa	6	-4	-9
-3			
5			
-8			

**440.**

Mikä on vastaus, kun

a) lukujen 6 ja -3 tuloon listään -2?

b) lukujen -20 ja -2 osamäärä kerrotaan luvulla -3?

c) lukujen -7 ja -8 tulosta vähennetään lukujen -8 ja 2 osamäärä?

**441.**

Täydennä puuttuvat luvut.

a)  $-4 \cdot 5 \cdot x = 120$

- b)  $-2 \cdot x \cdot 11 = 88$   
 c)  $-84 = -3 \cdot 7 \cdot x$

**442.**

Keksi

- a) kertolasku, jonka tulos on -18  
 b) jakolasku, jonka tulos on -3.

**443.**

Etsi kaksi sellaista lukua, joiden

- a) summa on -7 ja tulo 12  
 b) summa on -1 ja tulo on -6

### Potenssimerkintä

**444.**

Kopioi taulukko vihkoosi ja täydennä.

potenssimuoto	kantaluku	eksponentti	normaalimuoto
$3^4$			
$0^{16}$			
$1^{25}$			
$10^3$			
$-4^3$			
$(-5)^2$			
$(-6)^3$			

**445.**

Laske.

- a)  $2^3$   
 b)  $-2^2$   
 c)  $(-2)^2$   
 d)  $(-2)^3$   
 e)  $(-3)^2$   
 f)  $3^3$   
 g)  $-3^2$

**446.**

Merkitse ja laske.

- a) luvun 5 neliö  
 b) luvun 5 kuutio  
 c) luvun 5 vastaluvun neliö  
 d) luvun 5 neliön vastaluku

**447.**

Onko väittämä tosi vai epätosi?

- a) Luvun kaksi kuutio on neljä.
- b) Kokonaislukuja on enemmän kuin luonnollisia lukuja.
- c) Minkä tahansa luonnollisen luvun kuutio on aina positiivinen.
- d) Kahden samanmerkkisen luvun tulo on aina positiivinen.
- e) Negatiivisen luvun neliö on aina negatiivinen.
- f) Mikä luku tahansa korotettuna potenssiin yksi on yhtä kuin yksi.

**448.**

Merkitse ja laske.

- a) luvun  $-3$  neliö
- b) luvun  $-3$  kuutio
- c) luvun  $-3$  vastaluvun kuutio
- d) luvun  $-3$  kuution vastaluku

**449.**

Laske.

- a)  $(-4)^2$
- b)  $-4^2$
- c)  $(-4)^3$
- d)  $-(-4)^3$

**450.**

Laske.

- a)  $3^2 + 2^3$
- b)  $5^3 - 5^2$
- c)  $6^2 + 2^3 - 4^2$

**451.**

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

- a)  $(-5)^2$
- b)  $(-9)^3$
- c)  $-p^3$
- d)  $-ab^6$
- e)  $(-xyz)^4$

## Monikerrat ja jaollisuus

**452.**

Luettele lukujen neljä ensimmäistä monikertaa.

- a) 1
- b) 3
- c) 8
- d) 10

**453.**

Mitkä luvuista 20, 33, 54 ja 550 ovat jaollisia

- a) kahdella
- b) kolmella



- c) viidellä
- d) kuudella
- e) kymmenellä?

**454.**

Kopioi taulukko vihkoosi ja rastita, jos luku jaollinen ensimmäisellä rivillä olevalla luvulla.

Luku	2	3	5	6	9	10
175						
1836						
10000						
12003						
22401						

**455.**

Ohessa on lista luvun 5 monikerroista, täydennä puuttuvat luvut.

5, 10,  $\_$ ,  $\_$ ,  $\_$ ,  $\_$ ,  $\_$ ,  $\_$ , 50

**456.**

Täydennä seuraavat lauseet.

- a) Parillinen luku on aina jaollinen...
- b) Jos luvun viimeinen numero on 0 tai 5, luku on jaollinen...
- c) Jos luvun numeroiden summa on jaollinen kolmella, luku on jaollinen...
- d) Jos luku päättyy numeroon 0, on luku jaollinen...
- e) Jos luku on jaollinen sekä luvuilla 2 että 3, on luku jaollinen myös...

**457.**

Olen negatiivinen luku, suurempi kuin -8 ja jaollinen luvulla 5. Mikä luku olen?

**458.**

Keksi neljä lukua, jotka ovat jaollisia sekä kahdella että kolmella.

**459.**

Keksi kolme lukua, jotka ovat jaollisia luvuilla 2, 5 ja 7.

### Luvun jakaminen tekijöihin

**460.**

Onko jälkimmäinen luku ensimmäisen luvun tekijä?

- a) 10, 5
- b) 16, 8
- c) 7, 21
- d) 82, 9
- e) 169, 13

**461.**

Täydennä puuttuva tekijä.

- a)  $5 \cdot \_ = 35$
- b)  $4 \cdot \_ = 44$
- c)  $\_ \cdot 7 = 49$
- d)  $\_ \cdot 6 = 42$

**462.**

Mikä on pienin luku, jonka alkutekijät ovat 2, 3, 5 ja 7?

**463.**

- a) Mikä luku on kaikkien lukujen tekijä?
- b) Kuinka monta tekijää on alkuluvuilla?
- c) Luettele kolme sellaista lukua, jotka ovat suurempia kuin 4 ja joilla on vain kaksi tekijää.

**464.**

Jaa luvut tekijöihin.

- a) 13
- b) 17
- c) Mitä lukuja nämä ovat?

**465.**

Jaa luvut alkutekijöihin.

- a) 98
- b) 33
- c) 525
- d) 38

**466.**

Pakkauksessa on 348 kukan taimea. Koulun myyjäisiä varten taimet pakataan pienempiin pakkauksiin. Meneekö taimet tasan, jos kuhunkin pakkaukseen laitetaan

- a) 6
  - b) 14
- kukan taimea?

**467.**

Noora toi juhliin 30 donitsia. Luettla miten hän voi järjestää donitsit tarjottimelle riveihin, niin että jokaisessa rivissä on sama määrä donitseja?

## Murtoluvut

**468.**

Muunna sekaluvuiksi.

- a)  $\frac{5}{3}$
- b)  $\frac{12}{5}$
- c)  $\frac{30}{8}$

d)  $\frac{100}{15}$

**469.**

Muunna epämurtoluviiksi.

a)  $3\frac{1}{2}$

b)  $4\frac{5}{6}$

c)  $1\frac{5}{11}$

d)  $10\frac{3}{4}$

**470.**

Muunna epämurtoluviiksi.

a)  $-2\frac{1}{3}$

b)  $-3\frac{5}{7}$

c)  $-1\frac{6}{13}$

d)  $-5\frac{2}{5}$

**471.**

Supista murtoluviit.

a)  $\frac{4}{12}$

b)  $\frac{8}{9}$

c)  $\frac{50}{5}$

d)  $\frac{6}{24}$

e)  $\frac{12}{168}$

**472.**

Supista murtoluviit.

a)  $\frac{-10}{2}$

b)  $\frac{5}{-15}$

c)  $-\frac{4}{80}$

d)  $-\frac{1}{8}$

e)  $\frac{-22}{-220}$

**473.**

Järjestä murtoluvut suuruusjärjestykseen  $\frac{2}{5}, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{5}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{10}$ .

**474.**

Täydennä.

a)  $\frac{6}{14} = \frac{3}{\quad}$

b)  $\frac{4}{5} = \frac{\quad}{250}$

c)  $\frac{12}{\quad} = \frac{3}{8}$

d)  $\frac{\quad}{20} = \frac{16}{80}$

**475.**

Lavenna samannimisiksi.

a)  $\frac{1}{3}$  ja  $\frac{5}{6}$

b)  $\frac{3}{20}$  ja  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{1}{2}$  ja  $\frac{4}{3}$

d)  $\frac{3}{2}$  ja  $\frac{5}{11}$

### Murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

**476.**

Laske.

a)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

b)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

c)  $\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4}$

d)  $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4}$

**477.**

Laske.

a)  $\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$

b)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

c)  $1\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

d)  $2\frac{1}{2} - \frac{5}{6}$

**478.**

Määritä lukujen  $\frac{1}{3}$  ja  $2\frac{1}{2}$

a) summa

b) erotus.

**479.**

Laske  $\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{16}$ .

**480.**

Keksi murtolukujen

a) yhteenlasku,

b) vähennyslasku,

jonka tulos on  $-\frac{2}{5}$ .

**481.**

Mehutiivisteestä saadaan mehua sekoittamalla yhteen osan tiivistettä viisi osaa vettä. Kuinka paljon mehua saadaan  $\frac{1}{3}$  litran pullollisesta tiivistettä?

**482.**

Laske.

a)  $\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{4}\right)$

b)  $-\frac{2}{5} + \left(-\frac{5}{4}\right)$

c)  $-\frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

**483.**

Laske.

a)  $4\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{8}$

b)  $-\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$

c)  $\frac{7}{8} - 5\frac{4}{7}$

### Murtolukujen kertolasku

**484.**

Kerro luku  $1\frac{1}{2}$  luvulla

a) 2

b) 10

c)  $\frac{4}{5}$

d)  $\frac{1}{10}$ .

**485.**

Laske.

a)  $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5}$

b)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21}$

c)  $1\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}$

d)  $3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{5}$

**486.**

Laske.

a)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

b)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{9}$

c)  $2\frac{1}{3} \cdot 5\frac{4}{7}$

d)  $3\frac{1}{5} \cdot 6\frac{2}{5}$

**487.**

Montako desilitraa on

- a)  $\frac{3}{4}l$
- b)  $\frac{1}{3}l$
- c)  $\frac{1}{4}l?$

**488.**

Auto kulkee 1 litralla bensiiniä 8 km. Kuinka monta kilometriä auto kulkee  $3\frac{1}{2}$  litralla polttoainetta?

**489.**

Koulussa on 400 oppilasta ja heistä  $\frac{7}{8}$ :lla on sisaruksia. Monnellako oppilaalla ei ole siskoa tai veljeä?

**490.**

Laske, paljonko on

- a) neljäsosa 96 eurosta
- b) viidesosa 475 eurosta
- c) kaksi kolmasosaa 16,5 kilogrammasta.

**491.**

Laske.

- a)  $\frac{5}{2a} \cdot \frac{2a}{3}$
- b)  $\frac{6}{a} \cdot \frac{a}{2}$
- c)  $\frac{2b}{15} \cdot \frac{5}{b}$

### Murtolukujen jakolasku

**492.**

Muodosta lukujen käänteisluvut.

- a)  $\frac{1}{6}$
- b) -5
- c)  $-\frac{7}{8}$
- d) 9

**493.**

Muodosta lukujen käänteisluvut.

- a) 6
- b)  $\frac{1}{9}$
- c) -5
- d)  $-\frac{2}{3}$

**494.**

Jaa  $2\frac{3}{4}$  luvulla

- a) 2
- b) 3
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{2}{3}$

**495.**

Jaa seuraavat luvut luvulla  $2\frac{3}{4}$ .

- a) 2
- b) 3
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{2}{3}$

**496.**

Laske.

- a)  $\frac{5}{6} : \frac{1}{2}$
- b)  $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$
- c)  $2\frac{3}{8} : \frac{7}{8}$
- d)  $\frac{7}{8} : 4\frac{2}{3}$

**497.**

Laske.

- a)  $\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$
- b)  $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$
- c)  $\frac{7}{8} : 2\frac{3}{8}$



d)  $4\frac{2}{3} : \frac{7}{8}$

**498.**

Määritä lukujen  $\frac{1}{3}$  ja  $2\frac{1}{2}$

- a) tulo
- b) osamäärä.

**499.**

Määritä lukujen osamäärä

- a)  $-1\frac{5}{7}$  ja  $\frac{1}{5}$
- b)  $-6$  ja  $-1\frac{5}{7}$
- c)  $2\frac{1}{3}$  ja  $-1\frac{1}{2}$ .

### Laskujärjestys

**500.**

Laske.

- a)  $85 - 18 : 9 + 10$
- b)  $(85 - 18) : (9 + 10)$
- c)  $65 + 11 \cdot 4$
- d)  $(65 + 11) \cdot 4$

**501.**

Laske.

- a)  $8 + 3 \cdot 5 + 9$
- b)  $(8 + 3) \cdot (5 + 9)$
- c)  $35 - 12 : 6 - 3$
- d)  $(35 - 12) : (6 - 3)$

**502.**

Laske.

- a)  $10 \cdot (9 - 4) : (7 - 5)$
- b)  $(34 + 14) : 6$
- c)  $86 + 2 \cdot (28 - 8 \cdot 2)$
- d)  $8 \cdot (28 + 8) : 2$

**503.**

Laske.

- a)  $-1 - 2 - 3 - 4$
- b)  $-1 - (2 - 3 - 4)$

- c)  $-(1-2-3)-4$   
d)  $-1-[2-(3-4)]$

**504.**

Laske.

- a)  $25 : (-5) \cdot (-4) - (-3)$   
b)  $-3 + (-15) : 5 \cdot (-6)$   
c)  $-36 : (-4) - 6 \cdot (-5) : 3$   
d)  $-2[(-7) \cdot (-3) - 5 \cdot 0 + 2 \cdot (-1)]$

**505.** Laske.

- a)  $-5 + 18 : 6 + 2 \cdot (-3)$   
b)  $(-17) - (-8)$   
c)  $(-6 + 12) : 6 + 4 \cdot (-6)$   
d)  $\frac{(-7) \cdot 6}{-4 + 3 \cdot 2}$

**506.**

Laske  $1 - 3 + 5 - 7 + \dots + 997 - 999$ .

**507.**

Laske  $1 + 3 + \dots + 997 + 999$ .

### Desimaaliluvut ja merkitsevät numerot

**508.**

Kirjoita desimaalilukuna.

- a)  $\frac{6}{10}$   
b)  $\frac{89}{100}$   
c)  $9\frac{3}{100}$   
d)  $6\frac{5}{10}$

**509.**

Kirjoita murtolukuna supistetussa muodossa.

- a) 0,75  
b) 0,8  
c) 0,105  
d) 2,03  
e) 15,21

**510.**

Pyöristä sadasosien tarkkuuteen.

- a) 23,4567
- b) 99,9999
- c) 100,4445
- d) 12,01
- e) 180,125456

**511.**

Pyöristä lähimpään sataan.

- a) 53
- b) 12345
- c) 8552
- d) 12
- e) 49,999

**512.**

Tarkastellaan lukua 0,050508. Ilmoita luku

- a) 1 desimaalin
- b) 1 merkitsevän numeron
- c) 4 desimaalin
- d) 4 merkitsevän numeron tarkkuudella.

**513. Laskintehtävä**

Laske laskimella potenssien likiarvot ja anna vastaukset kahden desimaalin tarkkuudella.

- a)  $6,7^4$
- b)  $-4,6^2$
- c)  $(-3,09)^2$
- d)  $1,09^{-3}$

**514.**

Montako merkitsevää numeroa on likiarvoissa?

- a) 200
- b) 0,0040
- c) 120,09
- d) 0,238
- e) 1800

**515.**

Montako merkitsevää numeroa on luvuissa?

- a) 3000
- b) 4,00
- c) 0,0150
- d) 2,009

**516.**

Osoita, että luvut  $2\frac{4}{5}$  ja  $-2,8$  ovat toistensa vastalukuja.

## Lasketaan desimaaliluvuilla, pyöristyssäännöt

**517.**

Montako desimaalia tulee yhteen- ja vähennyslaskujen vastauksiin?

- a)  $2,345 + 3,2$
- b)  $1,568 + 1,05 + 2,03333$
- c)  $50,125 - 25,3$
- d)  $100 - 23,5 - 44,23$

**518. Laskintehtävä**

Laske edellisen tehtävän laskut ja anna vastaukset sopivalla tarkkuudella.

**519.**

Kolmen laatikon massat ovat 2,5 kg, 3,46 kg ja 8,9 kg. Paljonko laatikot painavat yhteensä?

**520.**

Suorakulmion pituus on 8,987 m ja leveys 3,7 m. Laske suorakulmion ympärysmitta.

**521.**

Montako merkitsevää numeroa tulee kertolaskujen vastaukseen?

- a)  $23 \cdot 105,3$
- b)  $101 \cdot 0,5$
- c)  $12,2 \cdot 5,15 \cdot 0,2$
- d)  $0,003 \cdot 2004 \cdot 13,2356$

**522. Laskintehtävä**

Laske edellisen tehtävän kertolaskut ja anna vastaukset sopivalla tarkkuudella.

**523.**

Montako merkitsevää numeroa tulee jakolaskujen vastaukseen?

- a)  $\frac{123}{0,12}$
- b)  $\frac{102,5}{12,3}$
- c)  $\frac{56}{0,2}$
- d)  $\frac{9,234}{0,030}$

**524. Laskintehtävä**

Laske edellisen tehtävän jakolaskut ja anna vastaukset sopivalla tarkkuudella.

## Aikaväli ja aikalaskut

**525.**

Täydennä lauseet

- a) Vuodessa on \_\_\_\_\_ vuorokautta.
- b) Karkausvuodessa on \_\_\_\_\_ vuorokautta.
- c) Vuodessa on \_\_\_\_\_ viikkoa.
- d) Tunnissa on \_\_\_\_\_ minuuttia.
- e) Minuutissa on \_\_\_\_\_ sekuntia.
- f) Tunnissa on \_\_\_\_\_ sekuntia.

**526.**

Montako minuuttia on

- a)  $\frac{1}{2}$  h
- b)  $\frac{3}{4}$  h
- c)  $\frac{1}{6}$  h
- d)  $\frac{1}{5}$  h ?

**527.**

Montako minuuttia on

- a) 0,5 h
- b) 0,2 h
- c) 0,1 h
- d) 0,3 h?

**528.**

Montako tuntia on (ilmoita vastaus murtolukuna)

- a) 45 min
- b) 120 min
- c) 10 min
- d) 12 min?

**529.**

Täydennä.

- a) 3 vuotta = \_\_\_\_\_ vuorokautta
- b) 2 karkausvuotta = \_\_\_\_\_ vuorokautta
- c) 5 vuosisataa = \_\_\_\_\_ vuotta
- d) 9 minuuttia = \_\_\_\_\_ sekuntia
- e) 312 viikkoa = \_\_\_\_\_ vuotta

**530.**

Paljonko kello on

- a) 20 minuuttia kello 10.30 jälkeen
- b) 15 minuuttia ennen kello 5. 45
- c) 3 tuntia ennen kello 21.10
- d) 32 minuuttia kello 17.44 jälkeen
- e) 10 minuuttia ennen kello 18?

**531.**

Kuinka pitkä aika on kellonaikojen välissä?

- a) 22.00 ja 23.30
- b) 3.30 ja 5.20
- c) 5.10 ja 18.00
- d) 11.23 ja 23.11
- e) 1.20 ja 19.12

**532.**

Ari Ahkera nukkui arkipäivisin noin  $\frac{1}{3}$  vuorokaudesta. Opintoihin häneltä kului aikaa  $\frac{2}{5}$  vuorokaudesta.

- a) Kuinka suuren osan vuorokaudesta hän kulutti muihin toimiin?
- b) Montako tuntia Arilla oli aikaa käytettävänä muuhun kuin nukkumiseen tai opiskeluun?

## Harjoituskoe I (kappaleet 2 - 10)

**1.**

Merkitse ja laske lukujen 10 ja -5

- a) erotus
- b) osamäärä
- c) tulo.

**2.**

Mikä on potenssimerkintöjen kantaluku?

- a)  $\left(-\frac{4}{5}\right)^3$
- b)  $(a-1)^2$
- c)  $\frac{2x^8}{3}$

Kirjoita potenssimuodossa.

- d)  $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
- e)  $-3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
- f)  $\frac{5}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}$

**3.**

Onko väite tosi vai epätosi? Jos väite on epätosi, korjaa se.

- a) Luku 6 kuuluu rationaalilukujen joukkoon.
- b) Jos kertolaskussa on pariton määrä negatiivisia tekijöitä, tulo on positiivinen.
- c) Luvun itseisarvo on aina positiivinen.
- d) Luku 20 hajoaa alkutekijöihin seuraavasti  $4 \cdot 5$ .

**4.**

Laske.

- a)  $-5 - 6$
- b)  $9 - 14$
- c)  $-8 + 5$
- d)  $\frac{-10}{-2}$
- e)  $-2 \cdot 8 \cdot (-1)$
- f)  $(-2)^3$

**5.**

Poista sulkeet ja laske.

- a)  $8 - (-4) + (-3)$
- b)  $-10 - (+5) - (-7)$
- c)  $-(-2) - 3 + (+6)$

**6.**

- a) Mitä ovat alkuluvut?

b) Jaa luku 105 alkutekijöihin.



## Harjoituskokeen I ratkaisut

1.

a)  $10 - (-5) = 15$

b)  $\frac{10}{-5} = -2$

c)  $10 \cdot (-5) = -50$

2.

a) Koska potenssimerkinnässä on sulkeet, on kantalukuna  $-\frac{4}{5}$

b)  $a - 1$

c) Koska lausekkeessa ei ole sulkuja, korotetaan pelkkä  $x$  potenssiin 8, joten kantalukuna on  $x$ .

d)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

e)  $-3^5$  Miinusmerkki ei kuulu kantalukuun.

f)  $\frac{5}{7^4}$

3.

a) tosi

b) epätosi, Jos kertolaskussa on pariton määrä negatiivisia tekijöitä, tulo on negatiivinen.

c) tosi

d) epätosi,  $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

4.

a)  $-5 - 6 = -11$

b)  $9 - 14 = -5$

c)  $-8 + 5 = -3$

d)  $\frac{-10}{-2} = 5$

e)  $-2 \cdot 8 \cdot (-1) = 16$

f)  $(-2)^3 = -8$

5.

Poista sulkeet ja laske.

a)  $8 - (-4) + (-3) = 8 + 4 - 3 = 9$

b)  $-10 - (+5) - (-7) = -10 - 5 + 7 = -5$

c)  $-(-2) - 3 + (+6) = 2 - 3 + 6 = 5$

6.

a) Alkuluku on lukua 1 suurempi luonnollinen luku, joka on jaollinen ainoastaan luvulla 1 ja itsellään.

b)  $105 = 3 \cdot 35 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

## Harjoituskoe II (kappaleet 11 – 18)

1.

Laske.

a)  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$

b)  $\frac{1}{4} - \frac{2}{4}$

c)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

d)  $\frac{3}{10} - \frac{1}{5}$

2.

Muodosta ja laske lukujen  $-2\frac{1}{3}$  ja  $\frac{4}{5}$

a) tulo

b) osamäärä.

3.

a) Kannussa on 1,75 litraa vettä. Jos juomalasin tilavuus on  $\frac{1}{4}$  litraa, montako lasillista vettä kannusta saa kaadetuksi?

b) Samilla on 18 kappaletta  $\frac{1}{3}$  litran juomatölkkiä. Montako litraa juomaa on yhteensä?

4.

Laske ja kiinnitä huomiota vastausten oikeaan tarkkuuteen.

a)  $5,2345 + 2,25 - 1,436$

b)  $2,102 \cdot 0,043 \cdot 1003$

c)  $\frac{410,23}{2,5}$

5.

a) Montako minuttia on 0,4 h?

b) Montako tuntia on 12 min? (Ilmoita vastaus murtolukuna.)

c) Laske 4 h 15 min – 2 h 38 min.

6.

Laske.

a)  $\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$

b)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$

## Harjoituskokeen II ratkaisut

1.

a)  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$

b)  $\frac{1}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1-2}{4} = -\frac{1}{4}$

c)  ${}^2)\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

d)  $\frac{3}{10} - {}^2)\frac{1}{5} = \frac{3}{10} - \frac{2}{10} = \frac{1}{10}$

2.

a)  $-2\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{-7 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{-28}{15} = -1\frac{13}{15}$

b)  $-2\frac{1}{3} : \frac{4}{5} = -\frac{7}{3} : \frac{4}{5} = -\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-7 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{-35}{12} = -2\frac{11}{12}$

3.

a) Muunnetaan 1,75 ensin murtoluvuksi  $1,75 = 1\frac{75}{100} = 1\frac{3}{4}$ , vastaus saadaan jakolaskulla

$$1\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{7}{4} : \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{1} = \frac{7 \cdot 4}{4 \cdot 1} = \frac{7}{1} = 7 \text{ lasillista}$$

b) Vastaus saadaan kertolaskulla

$$18 \cdot \frac{1}{3} = \frac{18}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{18 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{6}{1} = 6 \text{ litraa}$$

4.

a)  $5,2345 + 2,25 - 1,436 = 6,0485 \approx 6,05$

Vastaukseen kaksi desimaalia, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on kaksi desimaalia.

b)  $2,102 \cdot 0,043 \cdot 1003 = 90,657158 \approx 91$

Vastaukseen kaksi merkitsevää numeroa, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on kaksi merkitsevää numeroa.

c)  $\frac{410,23}{2,5} = 164,092 \approx 160$

Vastaukseen kaksi merkitsevää numeroa, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on kaksi merkitsevää numeroa.

5.

a)  $0,4 \cdot 60 \text{ min} = 24 \text{ min}$

b)  $\frac{12}{60} \text{ h} = \frac{1}{5} \text{ h}$

$$\begin{array}{r}
 \text{c)} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 4 \text{ h} \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \\ 15 \text{ min} \end{array} \\
 - \quad \begin{array}{r} 2 \text{ h} \\ 38 \text{ min} \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 1 \text{ h} \\ 37 \text{ min} \end{array}
 \end{array}$$

Vastaus: 1 h 37 min

**6.**

$$\text{a)} \quad \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left( \overset{4)}{1} \frac{1}{3} - \overset{3)}{1} \frac{1}{4} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{4}{12} - \frac{3}{12} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 12} = \frac{1}{2 \cdot 6} = \frac{1}{12}$$

$$\text{b)} \quad \frac{7}{9} - \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{7}{9} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{7}{9} - \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{7}{9} - \frac{1 \cdot 2}{3} = \frac{7}{9} - \overset{3)}{2} \frac{2}{3} = \frac{7}{9} - \frac{6}{9} = \frac{7-6}{9} = \frac{1}{9}$$

## Vastaukset

1.

-

2.

Ottamalla kaapista 4 kenkää ja 3 sukkaa.

3.

Asetetaan vaakaan kummallekin puolelle aluksi 3 sormusta ja punnitaan. Kolmas kolmen ryhmä on vaa'an ulkopuolella. Rihkamasormus kuuluu punnittavista ryhmistä kevyempään. Jos vaaka on tasapainossa, rihkamasormus on siinä ryhmässä, joka ei ole punnituksessa mukana. Nyt tiedetään, missä kolmen ryhmässä rihkamasormus on. Asetetaan näistä kolmesta sormuksesta kaksi vaa'alle, jolloin kevyin sormus löytyy.

4.

Pikkumyy ja Muumi (2 min), Muumi takaisin (1 min), Nipsu ja Niiskuneiti (5 min), Pikkumyy takaisin (2 min), Pikkumyy ja Muumi (2 min). Yhteensä 12 min.

5.

Paimen tietää, että ainoa vaaraton ratkaisu on jättää susi ja kaali keskenään. Siis hän tekee näin: vie lampaan joen yli, palaa ja vie kaalin (aikomuksenaan jättää kaali ja susi toiselle puolelle), tuo lampaan takaisin, vie suden, jättää suden ja kaalin ja palaa hakemaan lampaan.

6.

Ota 9 l astia täyteen vettä. Kaada 9 l astiasta 4 l vettä pienempään astiaan ja kaada 4 l pois. Toista kohta 2 uudelleen ja näin sinulle jää 9 l astiaan 1 l vettä. Siirrä 1 l vettä 4 l:n astiaan. Täytä 9 l astia uudelleen vedellä ja kaada vesi 4 l astiaan, jossa on ennestään 1 l vettä. Näin isompaan astiaan jää 6 l vettä.

7.

Pulman juju on siinä, että kupit **vaihtavat** paikkaa. Niitä ei arvota satunnaisesti uuteen järjestykseen. Näin ollen keskimmaisessä kupissa on joko kaksi mustaa tai kaksi valkoista palloa. Poimi siitä yksi pallo. Jos se on musta, kupit ovat (VM), (MM), (VV). Jos se on valkoinen, kupit ovat (MM), (VV), (VM).

8.

Ongelman idea on, että hehkulamppu hehkuu, eli tuottaa valon lisäksi lämpöä. Laita katkaisija A päälle. Odota viisi minuuttia. Laita A pois ja B päälle. Mene yläkertaan. Katkaisijaan A kytketty lamppu on sammuksissa mutta lämmin, B on päällä, C on sammuksissa ja viileä.

9.

Koska alkuoletuksessa kahdeksan apinaa syö kahdeksan banaania, jokainen apina syö yhden banaanin. Siten apinalta kuluu aikaa banaanin syömiseen kahdeksan minuuttia (olettaen, että kaikki apinat syövät samalla nopeudella). Jokainen neljästä apinasta syö yhden banaanin, joten aikaa kuluu kahdeksan minuuttia. Apina syö kahdeksassa minuutissa yhden banaanin. Kuudessatoista minuutissa apina ehtii siis popsia kaksi banaania. Siten tarvitaan kahdeksan apinaa 16 banaanin syömiseen.

10.

- a)  $12, \frac{8}{4}, 8$
- b)  $-3, 12, -5, \frac{8}{4}, 8$
- c) kaikki

**11.**

- a)  $80 + 5 = 85$
- b)  $80 - 5 = 75$
- c)  $80 \cdot 5 = 400$
- d)  $80 : 5 = 16$

**12.**

- a)  $11 - 9 = 2$
- b)  $6 + 79 = 85$
- c)  $110 : 5 = 22$
- d)  $12 \cdot 4 = 48$

**13.**

- a) kokonaisluvut
- b) luonnolliset luvut
- c) reaalityluvut

**14.**

Kaikki

**15.**

- a) 12
- b) 45
- c) 14
- d) 0
- e) Ei mahdollinen

**16.**

- a) reaali- ja rationaaliluvut
- b) reaali- ja rationaaliluvut
- c) reaali-, rationaali- ja kokonaisluvut
- d) reaalityluvut
- e) reaali-, rationaali-, kokonais- ja luonnolliset luvut

**17.**

- a) 15
- b) 2
- c) 5
- d) 11

**18.**

luonnollisten lukujen joukko (positiivisten tai negatiivisten kokonaislukujen joukot ovat vieläkin suppeampia, koska niissä ei ole nollaa mukana)

**19.**

- a) reaali-, rationaali- ja kokonaisluvut
- b) reaali-, rationaali-, kokonais- ja luonnolliset luvut
- c) reaali- ja rationaaliluvut
- d) reaalityluvut

**20.**

- a) 17
- b) 15
- c) 19
- d) 44
- e) 16

**21.**

- a) 13468
- b) 86431

**22.**

- a) 999
- b) 99999
- c) 99999999

**23.**

8, huolimatta siitä, minkä seitsemännumeroisen luvun valitsit.

**24.**

- a) 18, 21, 24, 27, 30
- b) 35, 42, 49, 56, 63
- c) 28, 24, 20, 16, 12

**25.**

13,6 m

**26.**

179 €

**27.**

263,80 €

**28.**

- a) 41
- b) 5
- c) 11
- d) 30

**29.**

$888+88+8+8+8$

**30.**

(25,0,0), (20,5,0), (10,10,5), (10,8,7), (9,9,7) ja (9,8,8)

**31.**



**32.**

42 290 €

**33.**

10 776 €

**34.**

Hiirellä on koloonsa matkaa 50 hiiren askelta ja kissalla on hiiren koloon matkaa 50 hiiren askelta + 10 kissan askelta eli yhteensä 100 hiiren askelta. Samassa ajassa kun hiiri juoksee 50 hiiren askelta, juoksee kissa 16,7 kissan askelta eli 83,3 hiiren askelta. Hiiri ehtii kololleen ennen kissaa.

**35.**

Numerot on aakkosjärjestyksessä.

**36.**

-

**37.**

- a)  $3,4 < 4,3$
- b)  $0,81 < 1,1$
- c)  $0,05 > 0,0015$
- d)  $-4 < 3$
- e)  $-98 > -100$

**38.**

- a) Savi
- b) Siltti
- c) Hiekka
- d) Sora
- e) Kivet

**39.**

- a) 7 ja 8
- b) 16, 17, 18
- c) sellaisia lukuja ei ole olemassa

**40.**

- a) epätosi
- b) tosi



- c) tosi
- d) tosi
- e) tosi
- f) epätosi

41.

- a)  $3 < 6$
- b)  $3 > 1$
- c)  $1 > 0$
- d)  $-1 < 0$
- e)  $2 \neq 3$
- f) hinta  $\leq 100$  €
- g) matka  $\geq 2$  km
- h) lämpötila  $\leq -20$  °C, tai pakkasta  $\geq 20$  °C
- i)  $15$  °C  $\leq$  lämpötila  $\leq 25$  °C

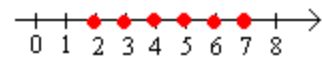
42.

- a) 0 ja 3
- b) 3 ja 5
- c) 3, 5 ja 7

43.



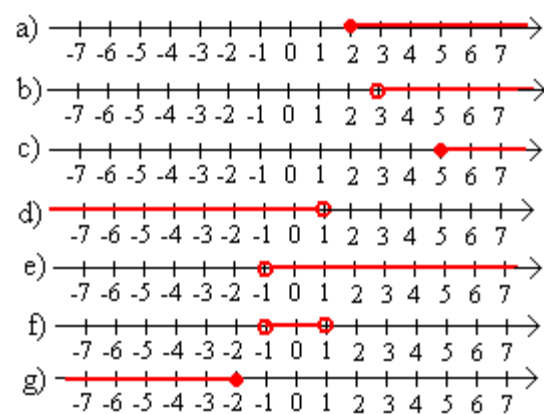
44.



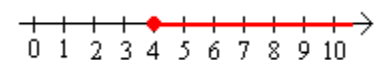
45.

- a) 0, 1, 2, 3, 4, 5
- b) 0, 1, 2, 3
- c) 2, 3, 4
- d) 78, 79, 80, 81, 82

46.



47.



48.

- a) epätosi
- b) tosi
- c) epätosi
- d) epätosi
- e) tosi
- f) epätosi

49.

- a)  $k \leq 500$  kpl
- b)  $x > 4000$ €
- c)  $n \geq 8$  hlö
- d)  $250\text{€} \leq x \leq 550\text{€}$

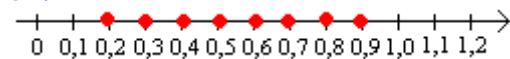
50.

- a) 1, 3, 5, 7
- b) 2, 4, 6, 8

51.

6,81 6,82 6,83 6,84 6,85 6,86 6,87 6,88 6,89 6,90

52.



53.

4 €

54.

Vähintään 369 laatikkoa.

55.

Vuokraamon A perimä vuokra:  $25 \text{ €} + 0,30 \frac{\text{€}}{\text{km}} \cdot 400 \text{ km} = 145 \text{ €}.$

Vuokraamon B perimä vuokra:  $0,42 \frac{\text{€}}{\text{km}} \cdot 400 \text{ km} = 168 \text{ €},$  joten vuokraamo A on edullisempi.

56.

Lasketaan litrahinnat

$$\text{A: } \frac{2,15 \text{ €}}{0,71} \approx 3,07 \frac{\text{€}}{\text{l}}$$

$$\text{B: } \frac{1,80 \text{ €}}{0,61} = 3,0 \frac{\text{€}}{\text{l}}$$

Vastaus: B on edullisempaa.

57.

- a) Alas
- b) Pohjoiseen
- c) Länteen
- d) Hävitä 100 euroa
- e) Neljä kerrosta ylös
- f) Lyhentää 50 cm
- g) 60 m meren tason alapuolella

**58.**

- a) 4
- b) 6
- c) 0
- d) 3

**59.**

- a) 58
- b) 5
- c) 7
- d) 0
- e) 16,7

**60.**

- a)  $|+13| = 13$
- b)  $|-32| = 32$
- c)  $|16| = 16$

**61.**

luku	vastaluku	itseisarvo
75	-75	75
-23	23	23
-6	6	6
34	-34	34
$-(-4)$	-4	4

**62.**

- a) 2
- b) -8
- c) 1020
- d) -256 d
- e) -200 €
- f)  $9,81 \text{ m/s}^2$
- g) -80 km/h

**63.**

- a) 22
- b) -9
- c) yhtä suuret
- d) 9,02

**64.**

- a) 14
- b) -9
- c) -25
- d) 8,91

**65.**

- a) 7
- b) 7
- c) 4
- d) 4

**66.**

$$-(+3) - 2 \left| +\frac{1}{2} \right| 2,2 -(-6) 8$$

**67.**

- a) -5
- b) -(+5)
- c) -(-5)

**68.**

- a) -13
- b) -(-100)
- c) -5,5
- d) 0
- e)  $-(-\frac{2}{3})$
- f)  $-(+3\frac{1}{4})$

**69.**

- a) 9
- b) 23
- c) 256

**70.**

- a)  $|-18| + |-7| = 25$
- b)  $|-18| - |-7| = 11$
- c)  $|-18| \cdot |-7| = 126$

**71.**

Luvut -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

**72.**

- a) 29
- b) 13

c) 9

**73.**

kaikki kokonaisluvut jotka ovat pienempiä tai yhtäsuuria kuin  $-4$  tai kaikki kokonaisluvut jotka ovat suurempia tai yhtäsuuria kuin  $4$

**74.**

luvut  $2, 3, 4, 5, 6, 7$  sekä luvut  $-2, -3, -4, -5, -6, -7$

**75.**

- a)  $-1, 0, 1$
- b)  $0$
- c)  $-5, -6, 5, 6$
- d)  $-95, -96, -97, -98, 95, 96, 97$

**76.**

- a)  $x = -3$  tai  $x = 7$
- b)  $x = 2$  tai  $x = 4$
- c)  $x = -4$  tai  $x = 2$

**77.**

$-12\text{ °C}, -3\text{ °C}, 0\text{ °C}, +1\text{ °C}$  ja  $+5\text{ °C}$

**78.**

- a) Ada  $9\text{ €}$  velkaa
- b) Sinä  $1\text{ €}$  velkaa

**79.**

- a)  $7 - 5 = 2$
- b)  $-2 + 1 - 3 = -4$

**80.**

$5\text{ €}$

**81.**

$2\text{ °C}$

**82.**

- a)  $0\text{ °C}$
- b)  $11\text{ °C}$
- c)  $-1\text{ °C}$
- d)  $3\text{ °C}$

**83.**

- a)  $1\text{ °C}$
- b)  $-3\text{ °C}$
- c)  $-4\text{ °C}$
- d)  $-15\text{ °C}$

**84.**

- a)  $-13\text{ }^{\circ}\text{C}$
- b)  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$
- c)  $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$

**85.**

- a) -3
- b) -1
- c) -8
- d) 3

**86.**

- a) 3
- b) -4
- c) -6
- d) -2

**87.**

- a) -3
- b) 4
- c) 2
- d) -1

**88.**

- a)  $2 - 5 = -3$
- b)  $-1 - 4 = -5$
- c)  $-4 + 9 = 5$
- d)  $-7 + 4 = -3$

**89.**

- a) -2
- b) -7
- c) -5
- d) -4

**90.**

- a) -49
- b) 28
- c) -66
- d) -42

**91.**

- a) -11
- b) 0
- c) -2
- d) -14

**92.**

- a) -9
- b) -2

- c) -1
- d) 11

**93.**

- a) -15
- b) 1
- c) -23

**94.**

- e) -13
- f) -10
- g) -88
- h) 4

**95.**

- a) 2
- b) 0
- c) -1
- d) -2

**96.**

-10

**97.**

5. kerroksessa

**98.**

- a)  $-3 + 7 = 4$
- b)  $3 - 7 = -4$
- c)  $-3 - 7 = -10$

**99.**

7. kerroksessa

**100.**

- a) 710 °C
- b) 10 °C
- c) 460 °C

**101.**

- a) 9
- b) -15
- c) -24

**102.**

- a) -5
- b)  $\frac{5}{7}$
- c) -24

**103.**

- a) 6
- b) -4
- c) 24
- d) -14

**104.**

- a) 10
- b) 13
- c) -5
- d) -22

**105.**

- a) -8
- b) -3
- c) 7
- d) -6

**106.**

- a) -
- b) +
- c) -
- d) +

**107.**

- a) 2
- b) 10
- c) -10
- d) -2

**108.**

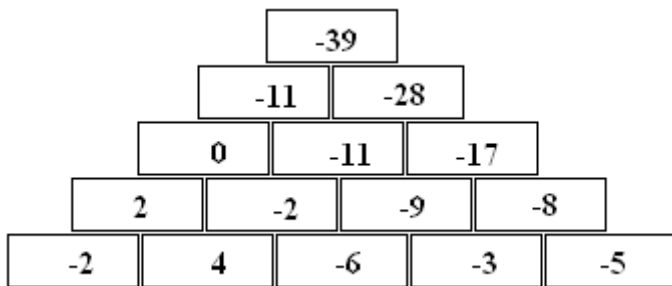
- a) 5
- b) 21
- c) 22
- d) 2

**109.**

- d) -18
- e) -5
- f) 7
- g) -2

**110.**





**111.**

kaikissa –

**112.**

a)  $-10 + (-12) = -22$

b)  $-10 - (-12) = 2$

**113.**

+	<b>4</b>	<b>-7</b>	<b>-11</b>
<b>-3</b>	1	-10	-14
<b>8</b>	12	1	-3
<b>-12</b>	-8	-19	-23

**114.**

$-3 + (-1) + 2 = -2$

**115.**

$-5 - (-6) - 2 = -1$

**116.**

Kaikkissa lukujen summa on 1.

**117.**

$-8 + [ -(-8) ] = -8 + (+8) = -8 + 8 = 0$

**118.**

a)  $-10 + (-4) = -14$

b)  $-10 - (-4) = -6$

c)  $-(-10) - (-(-4)) = 6$

**119.**

a)  $9 - (-4) - (-3) = 16$

b)  $-12 - (-7) - 4 = -9$

**120.**

Luvut ovat toistensa vastalukuja.

**121.**

- a) -1
- b) 13
- c) -3

**122.**

- a)  $5 + (-5) = 5 - 5 = 0$
- b)  $-5 + [-(-5)] = -5 + 5 = 0$

**123.**

- a)  $2 \cdot 10 - 10 = 10$
- b)  $2 \cdot (-10) - (-10) = -10$

**124.**

- a) 2, 4, 6, 8, 10
- b) 1, 3, 5, 7, 9

**125.**

- a) positiivinen
- b) negatiivinen
- c) positiivinen

**126.**

- a) positiivinen
- b) positiivinen
- c) negatiivinen
- d) negatiivinen
- e) negatiivinen
- f) positiivinen

**127.**

- a) 4
- b) 4
- c) -4
- d) -4
- e) -8
- f) 16

**128.**

- a) -7
- b) 0
- c) -12
- d) 0
- e) 1
- f) 8

**129.**

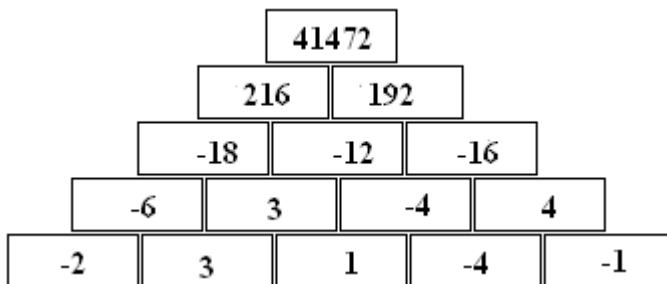
- a) 24
- b) -6

- c) 200
- d) -6
- e) 1
- f) 0

**130.**

- a) -104
- b) 96
- c) -400
- d) 400

**131.**



**132.**

- a) positiivinen
- b) negatiivinen

**133.**

- a) positiivinen
- b) negatiivinen
- c) negatiivinen
- d) positiivinen

**134.**

- a) -2
- b) 4
- c) -3
- d) -6
- e) 10
- f) -5

**135.**

- a) -10
- b) 20
- c) -1

**136.**

- a) -6
- b) -18
- c) -3
- d) 9

**137.**

- a)  $27 + (-3) = 24$
- b)  $27 - (-3) = 30$
- c)  $27 \cdot (-3) = -81$
- d)  $\frac{27}{-3} = -9$

**138.**

Kun negatiivisen luvun kertoja pienenee, tulo suurenee.

**139.**

- a)  $<$
- b)  $>$
- c)  $=$

**140.**

- a)  $-10$
- b)  $6$
- c)  $-32$

**141.**

-

**142.**

- a) epätosi
- b) tosi
- c) epätosi
- d) tosi
- e) tosi
- f) epätosi

**143.**

- a)  $-10$
- b)  $-4$
- c)  $5$
- d)  $4$

**144.**

- a)  $4$
- b)  $12$
- c)  $-14$
- d)  $-4$

**145.**

luvut ovat  $-4$  ja  $-7$

**146.**

$x + y = 18$  ja  $\frac{x}{y} = -4$ , luvut ovat  $24$  ja  $-6$

**147.**

$x - y = 13$  ja  $x \cdot y = -42$ , luvut ovat 6 ja  $-7$

**148.**

- a) 25
- b) 1
- c) 8
- d) 10000

**149.**

- a)  $6^2 = 36$
- b)  $10^2 = 100$
- c)  $2^4 = 16$

**150.**

- a)  $5 \cdot 5 \cdot 5$
- b)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
- c)  $5 \cdot 5$
- d)  $234 \cdot 234 \cdot 234$
- e)  $25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25$

**151.**

- a)  $9^3$
- b)  $3^2$
- c)  $8^5$
- d)  $7^4$

**152.**

- a)  $3^2 = 9$
- b)  $3^3 = 27$

**153.**

- a)  $3^3$
- b)  $12^2$
- c)  $10^4$
- d)  $11^3$
- e)  $a^3$
- f)  $e^5$

**154.**

- a)  $2^4$
- b)  $10^3$
- c)  $11^2$
- d)  $4^8$
- e)  $a^3$
- f)  $y^6$

**155.**

- a) 100
- b)  $b \cdot b \cdot b$
- c)  $m \cdot m \cdot m \cdot m$
- d)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

**156.**

- a) on
- b) ei
- c) ei

**157.**

- a) -3
- b) -2
- c) 3
- d) 1
- e) -1

**158.**

- a) 25
- b) -25
- c) -125
- d) 125

**159.**

- a) 9
- b) -8
- c) -27
- d) -1
- e) 1

**160.**

- a) -32
- b) -81
- c) -1
- d) 1

**161.**

- a)  $(-2)^3$
- b)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
- c)  $-\left(\frac{1}{3}\right)^5$
- d)  $\frac{5^3}{7}$
- e)  $(1+x)^4$

**162.**

- a) 216

- b) 243
- c) 810000
- d) 625
- e) 3375
- f) 476
- g) 100000000

**163.**

- a)  $(-5)^2 = 25$
- b)  $(-5)^3 = -125$

**164.**

- a)  $\frac{2}{5}$
- b) 2
- c)  $-\frac{1}{3}$
- d)  $2 - \frac{1}{3}$
- e)  $a+7$
- f) a

**165.**

- a) 49
- b) 59
- c) 101
- d) 123

**166.**

8 ja 9

**167.**

- a)  $2 \cdot 4, 4^2, 2^4, 24, 42$
- b)  $5 \cdot 2, 5^2, 25, 2^5, 52$

**168.**

- a)  $x = 2$
- b)  $x = 4$
- c)  $x = 10$
- d)  $x = 3$

**169.**

- a) 4
- b) -8
- c) 16

**170.**

Rahaa on 12 viikon jälkeen säästössä  $2^{12} \text{ €} = 4096 \text{ €}$ , sillä rahamäärällä saa montakin sohvaa!

**171.**

96 000

**172.**

59049 kerroksesta

**173.**

- a) On
- b) Ei
- c) On
- d) On
- e) Ei

**174.**

- a) 0, 0, 0
- b) 2, 3, 4
- c) 6, 9, 12
- d) 24, 36, 48
- e) 30, 45, 60

**175.**

- a) 4, 6, 8, 10
- b) 10, 15, 20, 25
- c) 18, 27, 36, 45
- d) 22, 33, 44, 55
- e) 26, 39, 52, 65

**176.**

a)

Luku	Monikerrat
2	2, 4, 6, 8, <u>10</u>
5	5, <u>10</u> , 15, 20, 25

b)

Luku	Monikerrat
3	3, 6, 9, <u>12</u> , 15
4	4, 8, <u>12</u> , 16, 20

c)

Luku	Monikerrat
6	6, 12, 18, <u>24</u> , 30
8	8, 16, <u>24</u> , 32, 40
12	12, <u>24</u> , 36, 48, 60

**177.**

- a) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80
- b) 7, 14, 21, 28, 35

**178.**

- a), c) ja e)



**179.**

a), b), e) ja f)

**180.**

b) ja e)

**181.**

b), c), e)

**182.**

a) on

b) on

c) ei

d) on

e) ei

**183.**

a) 1, 5

b) 1, 2, 3, 6

c) 1, 2, 4, 8

d) 1, 2, 5, 10

**184.**

Luku	2	3	5	6	9	10
386	X					
483		X				
2520	X	X	X	X	X	X
7338	X	X		X		
9270	X	X	X	X	X	X

**185.**

a) mikä tahansa luvun 36 monikerta käy vastaukseksi

b) mikä tahansa luvun 12 monikerta käy vastaukseksi

**186.**

a) 0

b) 1

c) 0

d) 1

e) 1

**187.**

a) 1, 2, 3, 4, 6, 12

b) 1, 2, 3, 6, 9, 18

c) 1, 3, 7, 21

d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

**188.**

a) 1, 2, 4, 8, 16, 32

b) 1, 3, 13, 39

- c) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
- d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

**189.**

- a) Esimerkiksi 39 ja 282.
- b) Koska 12 on luvun 3 monikerta, ovat luvut jaollisia kolmella.

**190.**

- a) Esimerkiksi 297 ja 8604
- b) Koska 18 on luvun 3 monikerta, ovat luvut jaollisia kolmella. Ja koska 18 on myös luvun 9 monikerta, ovat luvut jaollisia myös luvulla 9.

**191.**

-

**192.**

- a) parillinen
- b) parillinen
- c) pariton
- d) parillinen

**193.**

Esimerkiksi 30, 60, 90, 120 (mikä tahansa luvun 30 monikerta käy vastaukseksi)

**194.**

- a) 0
- b) 1
- c) 4
- d) 5
- e) 15

**195.**

-

**196.**

60

**197.**

- a) 5
- b) 11

**198.**

- a) Mies, 1990, M
- b) Nainen, 1970, Y
- c) Mies, 2002, 3
- d) Nainen, 1899, R

**199.**

- a) On
- b) On

- c) Ei
- d) Ei
- e) On
- f) On

**200.**

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 22 ja 23.

**201.**

47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 101

**202.**

- a)  $2 \cdot 66$
- b)  $4 \cdot 33$
- c)  $6 \cdot 22$
- d)  $11 \cdot 12$

**203.**

- a) 3
- b) 6
- c) 9
- d) 7
- e) 4
- f) 11

**204.**

a)

Luku	Tekijät
6	<u>1</u> , <u>2</u> , 3, 6
8	<u>1</u> , <u>2</u> , 4, 8

b)

Luku	Tekijät
10	<u>1</u> , <u>2</u> , <u>5</u> , <u>10</u>
20	<u>1</u> , <u>2</u> , 4, <u>5</u> , <u>10</u> , 20

c)

Luku	Tekijät
9	<u>1</u> , <u>3</u> , 9
12	<u>1</u> , <u>2</u> , <u>3</u> , 4, 6, 12
24	<u>1</u> , 2, <u>3</u> , 4, 6, 8, 12, 24

**205.**

- a) 1, 2, 3, 6, 9, 18
- b) 1, 2, 4, 5, 20, 25, 50, 100
- c) 1, 29
- d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144
- e) 1, 3, 7, 9, 21, 63

**206.**

- a) 1, 2, 4, 8
- b) 1, 2, 3, 4, 6, 12
- c) 1, 2, 4

**207.**

- a) 12
- b) 675
- c) 315
- d) 210

**208.**

- a) alkuluku
- b)  $2 \cdot 5$
- c) alkuluku
- d)  $3 \cdot 7$

**209.**

- a)  $2^2 \cdot 3$
- b)  $2 \cdot 3^2$
- c)  $2^2 \cdot 5$
- d)  $2^3 \cdot 3$

**210.**

Luvut ovat alkulukuja.

**211.**

4, 6, 8, 9, 18

**212.**

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108

**213.**

- a)  $2^3 \cdot 5$
- b)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5$

**214.**

- a) 2
- b) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
- c) 29, 31, 37

**215.**

- a)  $2 \cdot 3$
- b)  $3 \cdot 5$
- c)  $2^3 \cdot 3$
- d)  $2 \cdot 5$
- e)  $2^2 \cdot 5^2$

**216.**

127, 131, 137, 139

**217.**

- a) ei
- b) kllä
- c) kyllä

**218.**

2, 3, 4, 6, 8, 12 tai 24 vierasta

**219.**

- a) 11
- b) 1089

**220.**

$$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11$$

**221.**

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$$

**222.**

- a)  $13 + 3$
- b)  $23 + 23$
- c)  $37 + 43$
- d)  $97 + 3$

**223.**

- a)  $\frac{3}{8}$
- b)  $\frac{7}{8}$
- c)  $\frac{5}{16}$

**224.**

-

**225.**

- a)  $\frac{8}{7}, \frac{15}{1}$
- b)  $2\frac{3}{4}, 5\frac{6}{5}$

**226.**

- a)  $3\frac{1}{3}$
- b)  $2\frac{3}{5}$

c)  $7\frac{1}{7}$

d)  $7\frac{1}{3}$

**227.**

a)  $\frac{5}{2}$

b)  $\frac{17}{3}$

c)  $\frac{69}{11}$

d)  $\frac{107}{6}$

**228.**

a)  $-\frac{3}{2}$

b)  $-\frac{27}{5}$

c)  $-\frac{43}{10}$

d)  $-\frac{67}{6}$

**229.**

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{4}$

c)  $\frac{1}{3}$

d)  $\frac{1}{3}$

**230.**

$\frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}$

**231.**

a)  $\frac{3}{7}$

b)  $\frac{1}{9}$

c)  $\frac{8}{15}$

d)  $\frac{4}{9}$

**232.**

a)  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

b)  $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

c)  $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$

d)  $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

e)  $\frac{8}{20} = \frac{4}{10}$

**233.**

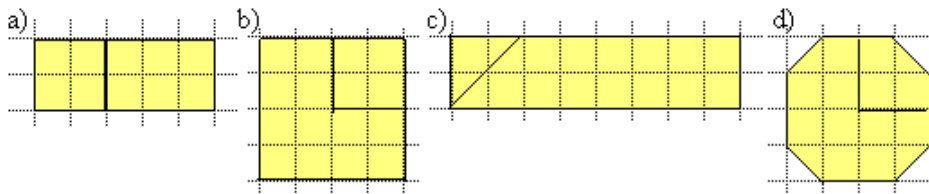
a)  $\frac{2}{6}$  ja  $\frac{3}{6}$

b)  $\frac{9}{15}$  ja  $\frac{4}{15}$

c)  $\frac{9}{18}$  ja  $\frac{8}{18}$

d)  $\frac{55}{77}$  ja  $\frac{63}{77}$

**234.**



**235.**

a)  $A = \frac{5}{8}, B = \frac{9}{16}$

b)  $A = \frac{7}{16}, B = \frac{3}{8}$

c)  $A = \frac{3}{14}, B = \frac{9}{43}$

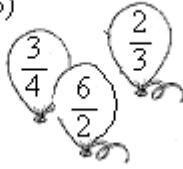
d)  $A = \frac{4}{6}, B = \frac{2}{5}$

**236.**

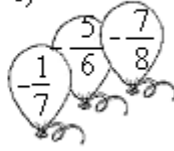
a)



b)



c)



**237.**

$$\frac{1}{6}, \frac{3}{9}, \frac{5}{12}, \frac{9}{18}, \frac{2}{3}$$

**238.**

a)  $\frac{11}{21}$

b)  $-\frac{2}{5}$

c)  $\frac{11}{20}$

d)  $-\frac{11}{15}$

**239.**

a) -2

b) 2

c) -1

d) -20

**240.**

a) 2

b) 3

c) 1

d) 2

**241.**

a)  $a = 35$   $b = 42$

b)  $a = 12$   $b = 21$

c)  $a = 16$   $b = 18$

d)  $a = 24$   $b = 54$

**242.**

a) 5 ja 1

b) 7 ja 5

**243.**

a)  $\frac{a}{2a}$  ja  $\frac{3}{2a}$




b)  $\frac{2}{3b}$  ja  $\frac{12}{3b}$









c)  $\frac{b}{ab}$  ja  $\frac{a}{ab}$

d)  $\frac{3b}{2ab}$  ja  $\frac{10a}{2ab}$

244.

a)  +  = 

b)  +  = 

c)  +  = 




245.




a)  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$




b)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

246.

a)  -  = 

b)  -  = 

c)  -  = 

247.

a)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

b)  $\frac{4}{4} - \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$

c)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

248.

a)  $\frac{6}{7}$

b)  $\frac{5}{6}$

c)  $\frac{2}{3}$

d)  $\frac{3}{4}$

**249.**

a) 1

b)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{1}{10}$

d)  $\frac{33}{100}$

**250.**

a)  $\frac{2}{3}$

b)  $\frac{2}{5}$

c)  $\frac{1}{2}$

d)  $\frac{1}{8}$

**251.**

a)  $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} = 1\frac{1}{2}$

b)  $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

**252.**

a)  $1\frac{1}{6}$

b)  $-\frac{2}{15}$

c)  $1\frac{7}{12}$

d)  $-\frac{1}{24}$

**253.**

a)  $-1\frac{1}{3}$

b)  $\frac{1}{10}$

c)  $1\frac{7}{10}$

**254.**

$10\frac{3}{20}$  kg

**255.**

a)  $\frac{3}{4}$

b)  $-2\frac{1}{20}$

c)  $\frac{3}{20}$

d)  $-\frac{13}{16}$

**256.**

a)  $7\frac{3}{8}$

b)  $-7\frac{11}{36}$

c)  $-2\frac{25}{56}$

**257.**

16

**258.**

a)  $2\frac{1}{12}$

b)  $\frac{1}{40}$

**259.**

a) 11 kupillista

b) 3 litraa

**260.**

a)  $\frac{2}{3}$

b)  $\frac{4}{5}$

**261.**

a)  $\frac{3}{x}$

- b)  $\frac{8}{a}$
- c)  $\frac{5}{b}$
- d)  $\frac{2}{2y} = \frac{1}{y}$

**262.**

- a)  $\frac{5}{a}$
- b)  $\frac{3}{10x}$
- c)  $\frac{1}{6b}$
- d)  $\frac{5}{6y}$

**263.**

- a)  $\left| -3\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} \right| = 5\frac{1}{6}$
- b)  $\left| -3\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} \right| = 2\frac{1}{2}$

**264.**

- a)  $\frac{ad+bc}{bd}$
- b)  $\frac{ad-bc}{bd}$

**265.**

- a) 1
- b) 1
- c) 1
- d) 1

**266.**

- a) 1
- b) 1
- c) 1
- d) 1

**267.**

- a)  $3\frac{1}{3}$
- b)  $\frac{2}{5}$

c)  $\frac{4}{7}$

d)  $\frac{4}{15}$

**268.**

a)  $1\frac{1}{2}$  €

b)  $3\frac{3}{4}$  €

c) 9 €

d) 15 €

**269.**

a)  $\frac{1}{6}$

b)  $\frac{5}{9}$

c) 1

**270.**

a)  $\frac{8}{15}$

b)  $\frac{13}{15}$

c)  $5\frac{1}{2}$

**271.**

a)  $\frac{1}{8} \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{16}$

b)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$

c)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$

d)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{18}{30}$

**272.**

4 litraa

**273.**

-

**274.**

a) 2

b) -1

c)  $\frac{4}{15}$

d)  $\frac{8}{15}$

**275.**

a) 12€

b) 190€

c) 550 g

d)  $23\frac{1}{7}$  kg

**276.**

a)  $8\frac{9}{10}$  tuntia

b) 57.85 euroa

**277.**

8 litraa

**278.**

480

**279.**

$$\frac{18}{24} \cdot 4 \text{ g} = 3 \text{ g}$$

**280.**

161

**281.**

80 kolikkoa

**282.**

$$\frac{5}{9}$$

**283.**

a)  $\frac{10}{3a}$

b) 4

c)  $1\frac{1}{4}$

d)  $\frac{3}{10}$

**284.**

Koska 5 on kuudesosa 30:stä, Alku tekee 5 minuutissa kuudesosan työstä. Siis Kelpo tekee viidessä minuutissa viisi kuudesosaa. Koko työhön häneltä kuluisi siten 6 minuuttia.

**285.**

$$\text{Maan sisällä oleva osa} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vedessä oleva osa} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Veden pinnalla oleva osa} = 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) = \frac{1}{10}$$

$\frac{1}{10}$  pylväästä on 70 cm, joten pylvään kokonaismitta on  $10 \cdot 70 \text{ cm} = 700 \text{ cm} = 7 \text{ m}$ .

**286.**

$$\frac{ac}{bd}$$

**287.**

a)  $\frac{8}{3}$

b)  $-5$

c)  $\frac{1}{4}$

d)  $\frac{1}{100}$

**288.**

a) 4

b) 6

c) 10

d) 18

**289.**

a)  $\frac{1}{4}$

b)  $\frac{1}{6}$

c)  $\frac{1}{10}$

d)  $\frac{1}{18}$

**290.**

a) 9

b)  $\frac{1}{4}$

c)  $1\frac{1}{5}$

d)  $\frac{9}{7}$

**291.**

a)  $1\frac{1}{4}$

b)  $1\frac{1}{4}$

c)  $\frac{1}{6}$

d)  $\frac{25}{64}$

**292.**

a)  $\frac{4}{5}$

b)  $\frac{4}{5}$

c) 6

d)  $2\frac{14}{25}$

**293.**

a)  $1\frac{5}{18}$

b)  $-\frac{7}{18}$

c)  $\frac{10}{27}$

d)  $\frac{8}{15}$

**294.**

9

**295.**

a)  $-10\frac{2}{3}$

b)  $\frac{1}{3}$

c)  $-\frac{1}{2}$

d) 2



**296.**

-

**297.**

a)  $-\frac{5}{8}$

b)  $-\frac{7}{8}$

c)  $-\frac{3}{32}$

d) -6

**298.**

a)  $\frac{1}{4}$

b)  $-\frac{1}{9}$

c)  $2\frac{1}{2}$

d)  $\frac{3}{13}$

e)  $\frac{b}{a}$

f)  $\frac{1}{a+1}$ , ( $a \neq -1$ )

**299.**

$\frac{3}{16}$

**300.**

a) 22 pulloa

b) 5 dl

**301.**

a) on

b) ei

c) on

**302.**

a)  $\frac{1}{8}$

b)  $\frac{4}{3}$

c)  $\frac{2}{3}$

d)  $\frac{3}{4}$

**303.**

-

**304.**

a)  $\frac{5}{18}$

b)  $\frac{8}{9}$

c)  $\frac{8}{10}$  ja  $\frac{2}{3}$

**305.**

a)  $\frac{1}{5}$

b)  $\frac{5}{11}$

c)  $-\frac{1}{9}$

**306.**

a)  $\frac{2}{a}$

b)  $2b$

c)  $\frac{ab}{4}$

d)  $\frac{20}{ab}$

**307.**

$\frac{ad}{bc}$

**308.**

a) 95

b) 24

c) 34

d) 90

**309.**

a)  $\frac{1}{4}$

b)  $4\frac{1}{2}$

c)  $\frac{1}{6}$

d)  $\frac{1}{12}$

**310.**

a) 35

b) 23

c) 45

d) 93

**311.**

a)  $(20+1) \cdot 4 = 84$

b)  $(15-5) \cdot 7 = 70$

**312.**

a) 6

b)  $-\frac{3}{2}$

c) 3

d) 4

**313.**

a) 36

b) 147

c) -13

d) 2

**314.**

a)  $(20+8) : 4 = 7$

b)  $(16-2) : 7 = 2$

**315.**

a)  $\frac{1}{12}$

b)  $\frac{5}{24}$

c)  $\frac{22}{45}$

d)  $\frac{35}{72}$

**316.**

a) -15

b) 1

c) 100

d) 1296

e) 1

**317.**

- a)  $(12+3) \cdot 0 = 0$
- b)  $(16-7) \cdot 5 = 45$
- c)  $14+(8-6) \cdot 3 = 20$
- d)  $80-3 \cdot (2+4) = 62$

**318.**

- a) 34
- b) 10
- c) 52
- d) -7

**319.**

- a) 146
- b) 26
- c) 42
- d) 66

**320.**

- a)  $72:(12-3)+2=10$
- b)  $(24+26):(4+6)=5$
- c)  $[(144:12)-7] \cdot 3=15$
- d)  $100:(5-3)+6=56$

**321.**

- a) 130
- b) 13
- c) 263
- d) 160

**322.**

Esimerkiksi  $8 \cdot 4 : 1 - 6$

**323.**

- a) 328
- b) -2
- c) 9
- d) 17

**324.**

- a) -45
- b) 5
- c) 1

**325.**

- a) epätosi
- b) tosi

- c) tosi
- d) tosi

**326.**

- a)  $1\frac{1}{2}$
- b)  $1\frac{2}{3}$
- c)  $1\frac{3}{5}$

**327.**

$$(1+1) \cdot \left(1+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1+\frac{1}{50}\right)$$
$$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{50}{49} \cdot \frac{51}{50} = 51$$

**328.**

- a)  $1\frac{5}{6}$
- b)  $\frac{5}{14}$
- c)  $\frac{3}{14}$

**329.**

- a)  $4623 = 4000 + 600 + 20 + 3$
- b)  $8756 = 8000 + 700 + 50 + 6$
- c)  $238519 = 200000 + 30000 + 8000 + \underline{\quad}500 + 10 + 9$
- d)  $9814 = 9 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 1$   
 $7652 = 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$

**330.**

- a) 3,25
- b) 1,08
- c) 0,04
- d) 0,125

**331.**

- a)  $\frac{1}{1000}$
- b)  $\frac{3}{25}$
- c)  $1\frac{3}{4}$
- d)  $\frac{1}{3}$

**332.**

- a)  $\frac{1}{5}$
- b)  $\frac{9}{20}$
- c)  $\frac{3}{2}$
- d)  $\frac{7}{1000}$

**333.**

- a) kymmenien
- b) sadasosien
- c) tuhansien
- d) ykkösten

**334.**

- a) kymmenien
- b) tuhansien
- c) tuhansien
- d) tuhannesosien

**335.**

- a) 4,25
- b) 30,086
- c) 0,0021
- d) 12,000014
- e) 3,3
- f) 200,555

**336.**

- a) 0,7
- b) 0,7
- c) 6,6
- d) 5,9
- e) 3,5
- f) 9,1

**337.**

- a) 0,8
- b) 0,23
- c) 0,729
- d) 0,536

**338.**

- a) 1,0
- b) 120,0
- c) 4685,1
- d) 25 578,0

**339.**

- a) 5,47
- b) 3,00
- c) 0,01
- d) 100,00
- e) 15,48

**340.**

- a) 0
- b) 2
- c) 104
- d) 1

**341.**

- a) 700
- b) 0
- c) 100
- d) 8900

**342.**

- a) 12,35 €
- b) 801,35 €
- c) 2,10 €
- d) 7,35 €
- e) 92,85 €
- f) 1,60 €

**343.**

- a) 470
- b) 14800
- c) 5000
- d) 17745.258
- e) 198.15

**344.**

- a) 1,0
- b) 1,05
- c) 1,046
- d) 1,0456
- e) 1,04563

**345.**

- a) 0,7
- b) 0,65
- c) 0,655
- d) 0,6546
- e) 0,65458

**346.**

- a) 5 300 500
- b) 5 300 000

**347.**

- a) 14 390 €
- b) 14 400 €
- c) 10 000 €

**348.**

- a) 100
- b) 3,0
- c) 0,029
- d) 0,0012

**349.**

- a) viisi
- b) kaksi
- c) kolme
- d) kuusi
- e) neljä

**350.**

- a) 148,04
- b) 94,76
- c) 33138,02
- d) 1,05
- e) 116882,00

**351.**

299 800 000 m/s

**352.**

-

**353.**

-

**354.**

- a)  $3,5 \leq x < 4,5$
- b)  $5,25 \leq x < 5,35$

**355.**

97,25 m – 97,75 m

**356.**

Jos luvut ovat toistensa vastalukuja, on niiden summa 0.

Muutetaan  $-3,4$  murtolukumuotoon:  $-3,4 = -3\frac{4}{10} = -3\frac{2}{5}$



$$3\frac{2}{5} + \left(-3\frac{2}{5}\right) = 3\frac{2}{5} - 3\frac{2}{5} = 0 \text{ eli luvut ovat toistensa vastalukuja}$$

**357.**

Jos luvut ovat toistensa käänteislukuja, on niiden tulo 1.

$$\text{Muutetaan } 0,6 \text{ murtolukumuotoon: } 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3+2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{15}{15} = 1.$$

**358.**

- a) 4
- b) 1
- c) 5
- d) 3
- e) 2

**359.**

- a) 8,16
- b) 17,36

**360.**

- a) Neljä desimaalia, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on neljä desimaalia.
- b) Neljä merkitsevää numeroa, koska epätarkimmassa lähtöarvossa on neljä merkitsevää numeroa.

**361.**

- a) 1
- b) 2
- c) 1

**362.**

- a) 0,2
- b) 14,58
- c) -9,1

**363.**

- a) 65,4 km
- b) 180,2 km
- c) 8001 km
- d) 0,096 km

**364.**

4046 kg

**365.**

- a) 1
- b) 1
- c) 2

d) 2

**366.**

- a) 6
- b) 0,3
- c) 0,071
- d) 2,0

**367.**

- a) 2
- b) 3
- c) 1

**368.**

- a) 30,7
- b) 210 000
- c) 7,48

**369.**

304 500 km<sup>2</sup>

**370.**

- a) 2 kpl omenoita, 37,5g voita, 0,75 dl fariinisokeria, 1 rkl vehnä jauhoja, 1 rkl maitoa, 35 g mantelilastuja
- b) 6 kpl omenoita, 112,5g voita, 2,25 dl fariinisokeria, 3 rkl vehnä jauhoja, 3 rkl maitoa, 105 g mantelilastuja.

**371.**

101 kg

**372.**

tuhannesosien tarkkuudella

**373.**

Kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

**374.**

2154 ruuvia

**375.**

- a)  $0,33333 \cdot 19,123$
- b)  $0,3333 \cdot 19,12$

**376.**

- a) 240 s
- b) 1415 s
- c) 10513 s
- d) 296 s
- e) 43204 s
- f) 11521 s

**377.**

- a) 1 h 3 min 9 s
- b) 6 min 10 s
- c) 58 min 10 s
- d) 25 h 36 min 40 s
- e) 6 min 50 s

**378.**

- a) 6 kuukautta
- b) 2 kuukautta
- c) 9 kuukautta

**379.**

- a) 10min
- b) 15min
- c) 48min

**380.**

- a) 1440 min
- b) 405 h
- c) 222 kk
- d) 604800 s

**381.**

- a) 366
- b) 200
- c) 480
- d) 28
- e) 3
- f) 3000
- g) 730

**382.**

- a) 10.30
- b) 13.45
- c) 07.55
- d) 23.30

**383.**

- a) 2.17 pm
- b) 5.10 am
- c) 5.20 pm
- d) 3.03 am

**384.**

6,5 h

**385.**

- a) 7 h

- b) 11 h 39 min
- c) 20 h 56 min
- d) 14 h 13 min

**386.**

- a) 5 h 14 min
- b) 13 h 7 min
- c) 2 h 42 min
- d) 4 h 54 min

**387.**

122-vuotiaaksi

**388.**

- a) 10.12
- b) 11.25
- c) 12.48
- d) 15.00
- e) 17.08

**389.**

- a) 6 h 5 min
- b) 7 h 10 min
- c) 7 h 36 min
- d) 6 h 5 min
- e) 1h 50 min

**390.**

-

**391.**

maanantai

**392.**

5 vuotta, ajanlaskussamme ei ole vuotta nolla

**393.**

- a) 78-vuotiaana
- b) 2434 vuotta (vuonna 2008)

**394.**

- a) 1389
- b) 1428

**395.**

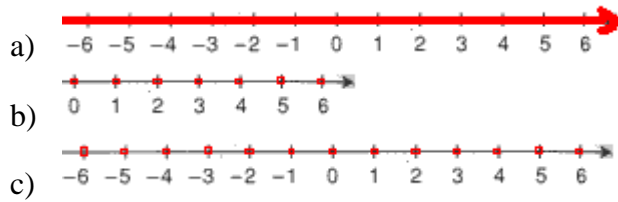
- a) keskiviikko
- b) torstai

**396.**

- a) 42

- b) 30
- c) 216
- d) 6

**397.**



**398.**

- a) Reaalil-, rationaali- ja kokonaislukuihin
- b) Reaali- ja rationaalilukuihin
- c) Reaalilukuihin
- d) Reaali- ja rationaalilukuihin
- e) Reaalil-, rationaali-, kokonais- ja luonnollisiin lukuihin

**399.**

- a) 8
- b) 8
- c) 5
- d) 18

**400.**

- a) 12
- b) 3
- c) 9
- d) 2

**401.**

3

**402.**

74 ja 38

**403.**

10 kanaa ja 12 kania.

**404.**

- a) 0,006 0,6 6,006 6,06 6,6
- b) 0,3113 3,113 3,13 31,13 311,3
- c) 1,007 1,07 1,7 7,001 7,01

**405.**

- a) <
- b) <
- c) <
- d) <
- e) >

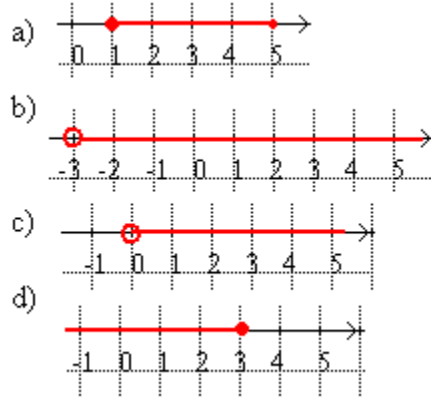
406.

- a) 10
- b) 80
- c) 9
- d) 0
- e) 100

407.

- a) epätosi
- b) epätosi
- c) tosi
- d) tosi
- e) tosi
- f) tosi

408.



409.

- a) -1
- b) -1, 4 ja 8
- c) 8 ja 12
- d) -1, 4 ja 12

410.

- a) 0, 1, 2, 3
- b) 0, 1, 2, 3
- c) 0, 1
- d) 0, 1, 2, 3, 4

411.

- a) Normaalipainoinen
- b) Lievästi lihava
- c) Merkittävästi lihava
- d) Paino on normaalia alhaisempi

412.

- a) 5
- b) 8

- c) 0
- d) 12
- e)  $|x|$

**413.**

luku	vastaluku	itseisarvo
$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
-12	12	12
$-\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7}$
$\frac{8}{5}$	$-\frac{8}{5}$	$\frac{8}{5}$

**414.**

- a) 3
- b) -2
- c) -7
- d) -9

**415.**

- a)  $|-9| + |6| = 15$
- b)  $|-9| - |6| = 3$
- c)  $|-9| \cdot |6| = 54$

**416.**

Luvut -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

**417.**

- a)  $x = 6$  tai  $x = -6$
- b)  $-6 < x < 6$
- c)  $x \leq -6$  tai  $x \geq 6$
- d) mahdoton

**418.**

- a) -2,1
- b)  $-5a$
- c) 6
- d)  $1-a$

**419.**

- a)  $x = -3$  tai  $x = 5$
- b)  $-3 < x < 5$

**420.**

- a)  $6 - 10 = -4$
- b)  $-5 + 9 = 4$
- c)  $5 - 4 = 1$
- d)  $-2 - 3 = -5$

**421.**

- a)  $3^{\circ}\text{C}$
- b)  $6^{\circ}\text{C}$
- c)  $1^{\circ}\text{C}$
- d)  $-4^{\circ}\text{C}$

**422.**

- a)  $-3^{\circ}\text{C}$
- b)  $-5^{\circ}\text{C}$
- c)  $-8^{\circ}\text{C}$
- d)  $-15^{\circ}\text{C}$

**423.**

- a) -1
- b) 1
- c) -2

**424.**

- a)  $-2 + 5 = 3$
- b)  $-4 - 8 = -12$
- c)  $3 - 12 = -9$
- d)  $1 + 9 = 10$

**425.**

- a) -11
- b) 8
- c) 7
- d) -23

**426.**

1019,75 €

**427.**

1600 euroa

**428.**

- a) -7
- b) 2
- c) -8
- d) +2

**429.**



- a) 2
- b) 0
- c) 0
- d) 2

**430.**

- a) 10
- b) 25
- c) 9
- d) 5

**431.**

- a) -21
- b) -8
- c) 4
- d) -6

**432.**

<b>+</b>	<b>3</b>	<b>-5</b>	<b>-10</b>
<b>-2</b>	1	-7	-12
<b>6</b>	9	1	-4
<b>-9</b>	-6	-14	-19

**433.**

Kaikkissa lukujen summa on 1.

**434.**

- a)  $-12 + (-4) = -16$
- b)  $-12 - (-4) = -8$
- c)  $-(-12) - (-(-4)) = 8$

**435.**

- c)  $9 - (-7) - (-3) = 19$
- d)  $-12 - (-5) - 4 = -11$

**436.**

- a) Positiivinen
- b) Negatiivinen
- c) Negatiivinen
- d) Postiivinen

**437.**

- a) 90
- b) -1080
- c) -3
- d) 2

**438.**

- a) -8
- b) -24
- c) 40
- d) -20
- e) -10

**439.**

<b>kertaa</b>	<b>6</b>	<b>-4</b>	<b>-9</b>
<b>-3</b>	-18	12	27
<b>5</b>	30	-20	-45
<b>-8</b>	-48	32	72

**440.**

- a) -20
- b) -30
- c) 60

**441.**

- a) -6
- b) -4
- c) 4

**442.**

-

**443.**

- a) -3 ja -4
- b) -3 ja 2

**444.**

<b>potenssimuoto</b>	<b>kantaluku</b>	<b>eksponentti</b>	<b>normaalimuoto</b>
$3^4$	3	4	81
$0^{16}$	0	16	0
$1^{25}$	1	25	1
$10^3$	10	3	1000
$-4^3$	4	3	-64
$(-5)^2$	-5	2	25
$(-6)^3$	-6	3	-216

**445.**

- a) 8
- b) -4
- c) 4
- d) -8
- e) 9
- f) 27

g) -9

**446.**

a)  $5^2 = 25$

b)  $5^3 = 125$

c)  $(-5)^2 = 25$

d)  $-5^2 = -25$

**447.**

a) epätosi

b) tosi

c) tosi

d) tosi

e) epätosi

f) epätosi

**448.**

a)  $(-3)^2 = 9$

b)  $(-3)^3 = 27$

c)  $(-(-3))^3 = 27$

d)  $-(-3)^3 = 27$

**449.**

a) 16

b) -16

c) -64

d) 64

**450.**

a) 1

b) 1000

c) 28

**451.**

a) -5

b) -9

c)  $p$

d)  $b$

e)  $-xyz$

**452.**

a) 1, 2, 3, 4

b) 3, 6, 9, 12

c) 8, 16, 24, 32

d) 10, 20, 30, 40

**453.**

a) 20, 54, 550

- b) 33, 54
- c) 20, 550
- d) 54
- e) 20, 550

**454.**

Luku	2	3	5	6	9	10
175			X			
1836	X	X		X	X	
10000	X		X			X
12003		X				
22401		X			X	

**455.**

15, 20, 25, 30, 35, 40, 45

**456.**

- a) kahdella
- b) viidellä
- c) kolmella
- d) kymmenellä
- e) kuudella

**457.**

-5

**458.**

Kaikki kuuden monikerrat käy vastaukseksi.

**459.**

Kaikki luvun 70 monikerrat käy vastaukseksi.

**460.**

- a) on
- b) on
- c) ei
- d) ei
- e) on

**461.**

- a) 7
- b) 11
- c) 7
- d) 7

**462.**

210

**463.**

- a) 1

- b) 2
- c) 5, 7 ja 11

**464.**

- a) 1, 13
- b) 1, 17
- c) alkulukuja

**465.**

- a)  $2 \cdot 7^2$
- b)  $3 \cdot 11$
- c)  $3 \cdot 5^2 \cdot 7$
- d)  $2 \cdot 19$

**466.**

- a) kyllä
- b) ei

**467.**

1 rivi: 30 donitisia rivillä, 2 riviä: 15 donitisia rivillä, 3 riviä: 10 donitisia rivillä, 5 riviä: 6 donitisia rivillä, 6 riviä: 5 donitsia rivillä, 10 riviä: 3 donitsia rivillä, 15 riviä: 2 donitisia rivillä, 30 riviä: 1 donitsi rivillä

**468.**

- a)  $1\frac{2}{3}$
- b)  $2\frac{2}{5}$
- c)  $3\frac{3}{4}$
- d)  $6\frac{2}{3}$

**469.**

- a)  $\frac{7}{2}$
- b)  $\frac{29}{6}$
- c)  $\frac{16}{11}$
- d)  $\frac{43}{4}$

**470.**

- a)  $-\frac{7}{3}$

b)  $-\frac{26}{7}$

c)  $-\frac{19}{13}$

d)  $-\frac{27}{5}$

**471.**

a)  $\frac{1}{3}$

b) Ei voi supistaa

c) 10

d)  $\frac{1}{4}$

e)  $\frac{1}{14}$

**472.**

a) -5

b)  $-\frac{1}{3}$

c)  $-\frac{1}{20}$

d) Ei voi supistaa

e)  $\frac{1}{10}$

**473.**

$-\frac{1}{2}, -\frac{2}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}$

**474.**

a) 7

b) 200

c) 32

d) 4

**475.**

a)  $\frac{2}{6}$  ja  $\frac{5}{6}$

b)  $\frac{3}{20}$  ja  $\frac{16}{20}$

c)  $\frac{3}{6}$  ja  $\frac{8}{6}$

d)  $\frac{33}{22}$  ja  $\frac{19}{22}$

**476.**

a)  $1\frac{4}{15}$

b)  $\frac{11}{15}$

c)  $3\frac{1}{12}$

d)  $3\frac{7}{12}$

**477.**

a)  $\frac{5}{24}$

b)  $\frac{1}{6}$

c)  $1\frac{1}{12}$

d)  $1\frac{2}{3}$

**478.**

a)  $2\frac{5}{6}$

b)  $-2\frac{1}{6}$

**479.**

$1\frac{11}{16}$

**480.**

-

**481.**

21

**482.**

a)  $1\frac{1}{4}$

b)  $-1\frac{13}{20}$

c)  $-\frac{3}{16}$

**483.**

- a)  $5\frac{5}{8}$
- b)  $-3\frac{7}{12}$
- c)  $-4\frac{39}{56}$

**484.**

- a) 3
- b) 15
- c)  $1\frac{1}{5}$
- d)  $\frac{3}{20}$

**485.**

- a)  $\frac{12}{35}$
- b)  $\frac{2}{7}$
- c)  $\frac{1}{2}$
- d) 9

**486.**

- a)  $\frac{9}{40}$
- b)  $\frac{64}{105}$
- c) 13
- d)  $20\frac{12}{25}$

**487.**

- a) 7,5 dl
- b) 3,3 dl
- c) 2,5 dl

**488.**

28 km

**489.**

50

**490.**

- a) 24€
- b) 95€



c) 11kg

**491.**

a)  $1\frac{2}{3}$

b) 3

c)  $\frac{2}{3}$

**492.**

a) 6

b)  $-\frac{1}{5}$

c)  $-\frac{8}{7}$

d)  $\frac{1}{9}$

**493.**

a)  $\frac{1}{6}$

b) 9

c)  $-\frac{1}{5}$

d)  $-\frac{3}{2}$

**494.**

a)  $1\frac{3}{8}$

b)  $\frac{11}{12}$

c) 11

d)  $4\frac{1}{8}$

**495.**

a)  $\frac{8}{11}$

b)  $\frac{12}{11}$

c)  $\frac{1}{11}$

d)  $\frac{8}{33}$

**496.**

- a)  $\frac{5}{3}$
- b)  $1\frac{1}{15}$
- c)  $2\frac{5}{7}$
- d)  $\frac{3}{16}$

**497.**

- a)  $\frac{3}{5}$
- b)  $\frac{15}{16}$
- c)  $\frac{7}{19}$
- d)  $5\frac{1}{3}$

**498.**

- a)  $\frac{5}{6}$
- b)  $\frac{2}{15}$

**499.**

- a)  $-8\frac{4}{7}$
- b)  $3\frac{1}{2}$
- c)  $-1\frac{5}{9}$

**500.**

- a) 93
- b)  $3\frac{10}{19}$
- c) 109
- d) 304

**501.**

- a) 32
- b) 154
- c) 30
- d)  $7\frac{2}{3}$

**502.**

- a) 25
- b) 8
- c) 62
- d) 144

**503.**

- a) -10
- b) 4
- c) 0
- d) -4

**504.**

- a) 23
- b) 15
- c) 19
- d) -38

**505.**

- a) -8
- b) -9
- c) -23
- d) -21

**506.**

$$\begin{aligned} & 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + 997 - 999 \\ & = -2 + (-2) + \dots + (-2) \\ & = 250 \cdot (-2) = -500 \end{aligned}$$

Tehtävässä on käytetty hyväksi sitä, että välillä 1 ... 999 on parittomia lukuja  $1000/2=500$  kappaletta. Näistä saadaan kahden luvun pareja  $500/2=250$  kappaletta.

**507.**

$$\begin{aligned} & 1 + 3 + \dots + 997 + 999 \\ & = (1 + 999) + (3 + 997) + \dots + (449 + 451) \\ & = 250 \cdot 1000 = 250000 \end{aligned}$$

Tehtävässä on käytetty hyväksi sitä, että välillä 1 ... 999 on parittomia lukuja  $1000/2=500$  kappaletta. Näistä saadaan kahden luvun pareja  $500/2=250$  kappaletta.

**508.**

- a) 0,6
- b) 0,89
- c) 9,03
- d) 6,5

**509.**

- a)  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{21}{200}$

d)  $\frac{203}{100}$

e)  $\frac{1521}{100}$

**510.**

- a) 23,46
- b) 100,00
- c) 100,44
- d) 12,01
- e) 180,13

**511.**

- a) 100
- b) 12300
- c) 8600
- d) 0
- e) 0

**512.**

- a) 0,1
- b) 0,05
- c) 0,0505
- d) 0,05051

**513.**

- a) 2014,11
- b) -21,16
- c) 9,55
- d) 0,77

**514.**

- a) 1
- b) 2
- c) 5
- d) 3
- e) 2

**515.**

- a) 1
- b) 1
- c) 3
- d) 4

**516.**

Muutetaan  $-2,8$  murtolukumuotoon:  $-2\frac{8}{10} = -2\frac{4}{5}$ .

$2\frac{4}{5} + \left(-2\frac{4}{5}\right) = 0$ , joten luvut ovat toistensa vastalukuja.

**517.**

- a) 1
- b) 2
- c) 1
- d) 0

**518.**

- a) 5,5
- b) 4,65
- c) 24,8
- d) 32

**519.**

14,9 kg

**520.**

25,4 m

**521.**

- a) 2
- b) 1
- c) 1
- d) 1

**522.**

- a) 2400
- b) 50
- c) 10
- d) 80

**523.**

- a) 2
- b) 3
- c) 1
- d) 2

**524.**

- a) 1000
- b) 8,33
- c) 300
- d) 300

**525.**

- a) 365
- b) 366
- c) 52
- d) 60
- e) 60
- f) 3600

**526.**

- a) 30 min
- b) 45 min
- c) 10 min
- d) 12 min

**527.**

- a) 30 min
- b) 12 min
- c) 6 min
- d) 18 min

**528.**

- a)  $\frac{3}{4}$  h
- b) 2 h
- c)  $\frac{1}{6}$  h
- d)  $\frac{1}{5}$  h

**529.**

- a) 1095
- b) 732
- c) 500
- d) 540
- e) 6

**530.**

- a) 10.50
- b) 5.30
- c) 18.10
- d) 18.16
- e) 17.50

**531.**

- a) 1 h 30 min
- b) 1 h 50 min
- c) 12 h 50 min
- d) 11 h 48 min
- e) 17 h 52min

**532.**

a)  $\frac{4}{15}$

b) 6,4 h