

9 MURTOLAUSEKKEIDEN LASKUTOIMITUKSET

Murtolausekkeiden *yhteen- ja vähennyslaskussa* lausekkeet lavennetaan samannimisiksi.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

Esim. 1 Sievennä $\frac{x^2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-x}$

$$\frac{x^2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{x^2-1}{x^2-x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x+1}{x} \quad (x \neq 0, 1)$$

Esim. 2 Sievennä $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x}$

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{x}{x(x-2)} - \frac{x-2}{x(x-2)} = \frac{x-x+2}{x(x-2)} = \frac{2}{x(x-2)} \quad (x \neq 0, 2)$$

Murtolausekkeiden *kertolaskussa* osoittajat kerrotaan keskenään ja nimittäjät keskenään

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Esim. 3 Sievennä $\frac{2a}{a-1} \cdot \frac{3}{a+1}$

$$\frac{2a}{a-1} \cdot \frac{3}{a+1} = \frac{2a \cdot 3}{(a-1)(a+1)} = \frac{6a}{a^2-1} \quad (a \neq \pm 1)$$

Esim. 4 Sievennä $\frac{a^2-16}{2a+6} \cdot \frac{2a}{a^2-4a}$

$$\frac{a^2-16}{2a+6} \cdot \frac{2a}{a^2-4a} = \frac{2a(a^2-16)}{(2a+6)(a^2-4a)} = \frac{2a(a+4)(a-4)}{2(a+3)a(a-4)} = \frac{a+4}{a+3} \quad (a \neq -3, 0, 4)$$

Murtolausekkeiden *jakolasku* muutetaan kertolaskuksi muuttamalla jakaja käänteisluvuksi

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Esim. 5 Sievennä $\frac{x^2-4}{4x^2} : \frac{2+x}{x}$

$$\frac{x^2-4}{4x^2} : \frac{2+x}{x} = \frac{x^2-4}{4x^2} \cdot \frac{x}{x+2} = \frac{x(x-2)(x+2)}{4x^2(x+2)} = \frac{x-2}{4x} \quad (x \neq -2, 0)$$

TEHTÄVÄT

Sievennä lausekkeet tehtävissä 1 – 8

1. a) $\frac{5a}{12} + \frac{a}{12} - \frac{2a}{12}$ b) $\frac{3}{2x} - \frac{15}{2x}$ c) $\frac{x^2}{x+3} - \frac{9}{x+3}$ d) $\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x-1}{x^2-1}$

2. a) $\frac{3}{x} - \frac{9-x}{3x}$ b) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ c) $\frac{x^2-1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x-1}$ d) $x - \frac{x^2}{x+1}$

3. a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+x}$ b) $\frac{2}{x^2+2x} + \frac{x-1}{x}$ c) $\frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{1}{x-1}$ d) $\frac{x^2}{x^2+1} - 1$

4. a) $\frac{3x+6}{8} \cdot \frac{2}{x+2}$ b) $\frac{2-x}{3x^2} \cdot \frac{12x}{x-2}$ c) $\frac{x+6}{5x} \cdot \frac{x}{(x+6)^2}$ d) $2x \cdot \frac{x}{x-9}$

5. a) $\frac{2x-1}{4x} \cdot \frac{16x^2}{4x^2-1}$ b) $(x+2) \cdot \frac{2x}{x^2-4}$ c) $\frac{5-10x}{x-3} \cdot \frac{x^2-9}{2x^2-x}$ d) $\left(\frac{1}{x} - 1\right) \left(1 - \frac{x}{x-1}\right)$

6. a) $\frac{4x^2}{15} : \frac{8x^3}{25}$ b) $\frac{16}{9x^2} : \frac{8}{3x}$ c) $x : \frac{6x}{5}$ d) $\frac{x}{x+3} : \frac{x+2}{3+x}$

7. a) $\frac{2x+4}{3x} : \frac{x+2}{6x}$ b) $\frac{4-x^2}{x^3} : \frac{x-2}{2x}$ c) $(x^2 - 25) : \frac{x+5}{x}$ d) $\frac{1-x}{3} : \frac{x^2-2x+1}{6x}$

8. a) $\frac{1}{x^2-ax} + \frac{2}{a^2-x^2}$ b) $\frac{\frac{2}{x}-1}{\frac{2}{x}+1}$ c) $\frac{x+2+\frac{1}{x}}{x-\frac{1}{x}}$ d) $\left(x - \frac{a}{x}\right) : \left(x + \frac{1}{x} - 2a\right)$

9. Määritä lausekkeen $\frac{\frac{1}{x}+x}{x^{-1}+1}$ arvo sievennettynä, kun $x = \frac{1}{3}$

10. Sievennä lauseke $(x^{-2} - y^{-2}) : (y - x)$ ja laske sen arvo, kun $x = \frac{3}{4}$ ja $y = -\frac{2}{3}$

11. Määritä lausekkeen $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : (x + y)$ tarkka arvo, kun $x = \frac{7}{3}$ ja $y = \frac{3}{7}$

12. Laske lausekkeen $x^2 + \frac{1}{x^2}$ arvo, kun $x + \frac{1}{x} = 3$

VASTAUKSET

1. a) $\frac{a}{3}$ b) $\frac{6}{x}$ b) $x - 3$ d) $\frac{x-1}{x+1}$
2. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{x^2+x}$ c) $\frac{-2x}{x-1}$ d) $\frac{x}{x+1}$
3. a) $\frac{x}{x+1}$ b) $\frac{x+1}{x+2}$ c) $\frac{1}{x}$ d) $-\frac{1}{x^2+1}$
4. a) $\frac{3}{4}$ b) $-\frac{4}{x}$ c) $\frac{1}{5x+30}$ d) $\frac{2x^2}{x-9}$
5. a) $\frac{4x}{2x+1}$ b) $\frac{2x}{x-2}$ c) $-\frac{5x+15}{x}$ d) $\frac{1}{x}$
6. a) $\frac{5}{6x}$ b) $\frac{2}{3x}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{x}{x+2}$
7. a) 4 b) $-\frac{2x+4}{x^2}$ c) $x^2 - 5x$ d) $\frac{2x}{1-x}$
8. a) $-\frac{1}{x^2+ax}$ b) $\frac{2-x}{2+x}$ c) $\frac{x+1}{x-1}$ d) $\frac{x^2-a}{x^2-2ax+1}$
9. $\frac{5}{6}$
10. $\frac{x+y}{(xy)^2}, \frac{1}{3}$
11. $\frac{40}{21}$
12. 7