

8 MURTOLAUSEKKEET

Kahden kokonaisluvun m ja n osamäärä $\frac{m}{n}$ ($n \neq 0$) on murtoluku, eli rationaaliluku.

Kahden polynomin $p(x)$ ja $q(x)$ osamäärä $\frac{p(x)}{q(x)}$ on murtolauseke, eli rationaalilauseke

Murtolausekkeen määrittelemää funktiota $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ sanomme murtofunktioksi, eli rationaalifunktioksi. Murtofunktio on määritelty aina, kun nimittäjä EI ole nolla.

Murtofunktion nollakohdat ovat ne osoittajan nollakohdat, joissa nimittäjä ei ole nolla.

Esim. 1 Murtofunktio $y = \frac{2x}{x-3}$ on määritelty, kun $x \neq 3$. Yhtälöstä $2x = 0$ saamme funktion nollakohdaksi $x = 0$.

Esim. 2 Murtofunktio $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ on määritelty kaikilla x :n arvoilla. Yhtälöstä $x^2 - 1 = 0$ saamme nollakohdiksi $x = \pm 1$

Murtolausekkeitä supistetaan jakamalla osoittaja ja nimittäjä tekijöihin ja poistamalla yhteiset tekijät. Murtolausekkeen arvo ei tällöin muutu.

Esim. 3 Supista $\frac{2x+2y}{4x+4y}$

$$\frac{2x+2y}{4x+4y} = \frac{2(x+y)}{2 \cdot 2(x+y)} = \frac{1}{2} \quad \text{määrittelyehto on } x + y \neq 0, \text{ eli } x \neq -y$$

Esim. 4 Supista $\frac{3x+6}{x^2+4x+4}$

$$\frac{3x+6}{x^2+4x+4} = \frac{3(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{3}{x+2} \quad (x \neq -2)$$

Esim. 5 Supista $\frac{x-5}{5-x}$

$$\frac{x-5}{5-x} = \frac{x-5}{-1(x-5)} = \frac{1}{-1} = -1 \quad (x \neq 5)$$

TEHTÄVÄT

1. Millä x :n arvoilla seuraavat lausekkeet ovat määriteltyjä

a) $\frac{3x}{x+3}$

b) $\frac{2}{x+4} + \frac{1}{3-x}$

c) $\frac{x^2}{x-1} - 2$

d) $\frac{3x}{2x+6}$

e) $\frac{2x}{(x-1)(x+1)}$

f) $\frac{3x^2}{x^2+9}$

g) $\frac{x+2}{x^2-2x}$

h) $\frac{1}{x^2-4}$

Supista lausekkeet tehtävissä 2 - 6

2. a) $\frac{12x}{15}$

b) $\frac{5x}{30x(x+2)}$

c) $\frac{3x(x+1)}{6x^3(x+1)}$

d) $\frac{6(x-2)^3}{12x(x-2)}$

3. a) $\frac{4x-10}{2x}$

b) $\frac{2x}{x^2+3x}$

c) $\frac{3x^2+6x}{9x^2}$

4. a) $\frac{5x-10}{2x-4}$

b) $\frac{1-2x}{x-2x^2}$

c) $\frac{x^2-9}{x+3}$

5. a) $\frac{2-x}{x-2}$

b) $\frac{2x-6}{9-3x}$

c) $\frac{9x^2-1}{1-3x}$

d) $\frac{(3x-1)^2}{1-3x}$

6. a) $\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$

b) $\frac{x^2-36}{x^2+5x-6}$

c) $\frac{4x^2+12x+9}{2x^2+3x}$

d) $\frac{x^2-x}{x^3-x}$

7. Lavenna samannimisiksi

a) $\frac{x}{x-1}$ ja $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{x}$ ja $\frac{x^2}{x-3}$

c) $\frac{x}{x+1}$ ja $\frac{5}{(x-1)(x+1)}$

d) $\frac{3x}{x^2-2x}$ ja $\frac{x}{x^2-4}$

8. Ilmoita funktioiden määrittelyehdot ja nollakohdat

a) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

b) $x - \frac{3}{x+2}$

c) $\frac{2x^4+x^2-1}{x^2-1}$

9. Määritä c siten, että lauseke voidaan supistaa ja määritä supistettu muoto

a) $\frac{2x-6}{x+c}$

b) $\frac{x^2+c}{x-2}$

c) $\frac{x^2-8x+c}{2x-8}$

