

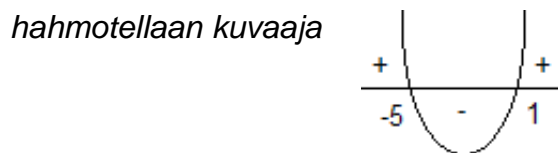
## 6 TOISEN ASTEEN EPÄYHTÄLÖ

### Toisen asteen epäyhtälön ratkaiseminen

1. Muunnetaan epäyhtälö perusmuotoon  $ax^2 + bx + c > 0$  (tai  $\geq, \leq, <$ )
2. Määritetään nollakohdat ratkaisemalla yhtälö  $ax^2 + bx + c = 0$
3. Hahmotellaan paraabeli nollakohtien ja aukeamissuunnan perusteella
4. Päätellään ratkaisujoukko

**Esim. 1** Ratkaise epäyhtälö  $x^2 + 4x - 5 \geq 0$

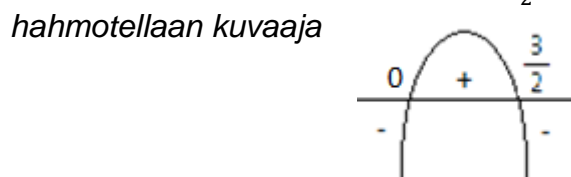
ratkaistaan yhtälö  $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$   
 $x = -5 \vee x = 1$



päätellään ratkaisu  $x \leq -5 \vee x \geq 1$

**Esim. 2** Ratkaise epäyhtälö  $3x > 2x^2$

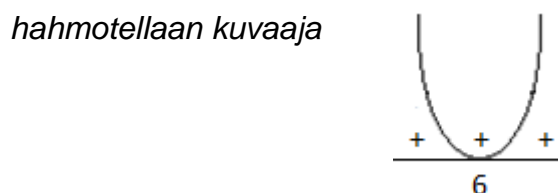
siirretään termit  $-2x^2 + 3x > 0$   
ratkaistaan yhtälö  $x(-2x + 3) = 0$   
 $x = 0 \vee x = \frac{3}{2}$



päätellään ratkaisu  $0 < x < \frac{3}{2}$

**ESIM 3.** Ratkaise epäyhtälö  $-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 18 < 0$

kerrotaan (-2):lla  $x^2 - 12x + 36 > 0$   
ratkaistaan yhtälö  $x^2 - 12x + 36 = 0$   
 $x = 6$



päätellään ratkaisu  $x \neq 6$

## TEHTÄVÄT

Ratkaise epäyhtälö tehtävissä 1 – 7

1. a)  $x^2 < 1$   
c)  $4 - x^2 \leq 0$
2. a)  $x^2 - x - 2 < 0$   
c)  $-x^2 + x + 6 > 0$
3. a)  $2x^2 - 7x + 3 \geq 0$   
c)  $x^2 + x + \frac{2}{9} < 0$
4. a)  $(x + 1)(x - 2) \leq 0$   
c)  $(x - 1)^2 > (1 + 2x)(1 - 2x)$
5. a)  $x^2 + 4x - 2 \leq 0$
6. a)  $(x - 1)^2 > 1$  [s87]
7. a)  $2x^2 - 3x + 4 < 0$
8. Millä  $x$ :n arvoilla lauseke on määritelty  
a)  $\sqrt{3 + 2x - x^2}$   
b)  $\sqrt{x^2 - 9}$
9. Millä välillä paraabeli  $y = 2 - 3x - 4x^2$  on suoran  $y = 1$  yläpuolella
10. Osoita, että funktion  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  kaikki arvot ovat positiivisia
11. Määritä  $a$  siten, että yhtälöllä  $3x^2 - 2ax + a = 0$  ei ole ratkaisuja
12. Ratkaise epäyhtälö  
a)  $2x + 7 \geq x^2$   
c)  $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 4 < 0$   
b)  $5 < 2x^2 + 4x$   
d)  $x < x^2 + 1$
13. Ratkaise kaksoisepäyhtälö  $x - 1 < \frac{3}{2} - \frac{3}{2}x < x^2 + x$
14. Millä  $x$ :n arvoilla paraabeli  $y = x^2 - 3x + 7$  on suoran  $y = 4x - 3$  alapuolella
15. Millä  $a$ :n arvoilla yhtälön  $(3a + 1)x + 81 = 0$  juuret ovat reaaliset? [k88]
16. Ratsastustallin seinustalle rajataan suorakulmion muotoinen aitaus. Millä välillä aitauksen pituus (tallin seinän suunnassa) voi vaihdella, kun aitauksen ala täytyy olla vähintään  $140 \text{ m}^2$  ja aita on käytettävissä  $34 \text{ m}$ ?
17. Kahdeksan metrin pituiset tikapuut asetetaan seinää vasten siten, että tikkaiden yläpää on vähintään  $5 \text{ m}$  ja enintään  $7 \text{ m}$  korkeudella maanpinnasta. Kuinka kauas seinästä alapää voidaan asettaa?
18. Suorakulmion muotoisen huoneen ympäröimä on  $32 \text{ m}$ . Osoita, että tämän huoneen pinta-ala on enintään  $64 \text{ m}^2$ .
19. Minkä kahden peräkkäisen kokonaisluvun tulo on lukujen  $15000$  ja  $16000$  välissä?

## VASTAUKSET

1. a)  $-1 < x < 1$       b)  $x \leq 0 \vee x \geq 2$       c)  $x \leq -2 \vee x \geq 2$       d) ei ratkaisua
2. a)  $-1 < x < 2$       b)  $x \leq -5 \vee x \geq -2$       c)  $-2 < x < 3$       d)  $x \leq -6 \vee x \geq 1$
3. a)  $x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 3$       b)  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$       c)  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$       d)  $x \leq -2 \vee x \geq \frac{1}{7}$
4. a)  $-1 \leq x \leq 2$       b)  $x < -\frac{2}{3} \vee x > 4$       c)  $x < 0 \vee x > \frac{2}{5}$       d)  $x < 8$
5. a)  $-2 - \sqrt{6} \leq x \leq -2 + \sqrt{6}$       b)  $x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3}$
6. a)  $x < 0 \vee x > 2$       b)  $\frac{4}{5} < x < 6$
7. a) ei ratkaisua      b)  $x \in R$
8. a)  $-1 \leq x \leq 3$       b)  $x \leq -3 \vee x \geq 3$
9.  $-1 < x < \frac{1}{4}$
10. -
11.  $0 < a < 3$
12. a)  $1 - 2\sqrt{2} \leq x \leq 1 + 2\sqrt{2}$       b)  $x < \frac{-2 - \sqrt{14}}{2} \vee x > \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}$   
c)  $x \neq 4$       d)  $x \in R$
13.  $x < -3 \vee \frac{1}{2} < x < 1$
14.  $2 < x < 5$
15.  $a \leq -6\frac{1}{3} \vee a \geq 5\frac{2}{3}$
16.  $14m - 20m$
17.  $3,9m - 6,2m$
18. -