

## 10 MURTOYHTÄLÖ

**Murtoyhtälö** sisältää nimittäjässä olevan tuntemattoman. Yhtälöä ratkaistessa on huolehdittava, että mikään nimittäjä ei tule nolaksi, eli että yhtälön *määrittelyehto* pysyy voimassa.

**Esim. 1** Sievennä  $\frac{6}{x-1} - x = 4$

Nimittäjä  $x - 1 \neq 0$ , joten määrittelyehto on  $x \neq 1$

*kerrotaan (-1):lla*  $6 - x(x - 1) = 4(x - 1)$

*poistetaan sulut*  $6 - x^2 + x = 4x - 4$

*sievennetään*  $x^2 + 3x - 10 = 0$

*ratkaistaan yhtälö*  $x = -5 \vee x = 2$

*tarkistetaan ehto* ratkaisut toteuttavat ehdon  $x \neq 1$

*vastaus*  $x = -5 \vee x = 2$

**Esim. 2** Ratkaise yhtälö  $\frac{2}{x-3} = \frac{6}{x^2-3x} + 1$

Määrittelyehto on  $x \neq 0$  ja  $x \neq 3$

*lavennetaan vasen puoli x:lla*  $\frac{2x}{x(x-3)} = \frac{6}{x(x-3)} + 1$

*kerrotaan x(x-3):lla*  $2x = 6 + x(x-3)$

*sievennetään*  $x^2 - 5x + 6 = 0$

*ratkaistaan yhtälö*  $x = 2 \vee x = 3$

*tarkistetaan ehto*  $x = 2$  toteuttaa ehdon  $x \neq 0$  ja  $x \neq 3$ , mutta

$x = 3$  ei toteuta molempia ehtoja

*vastaus*  $x = 2$

## TEHTÄVÄT

Ratkaise yhtälö tehtävissä 1 – 6

1. a)  $\frac{x-1}{2} = \frac{x}{3}$

b)  $\frac{2}{x} = 4$

c)  $\frac{2}{x+2} = \frac{1}{x}$

d)  $\frac{x}{2x-1} = \frac{3}{x}$

2. a)  $-\frac{2}{x} = \frac{8}{x^2}$

b)  $\frac{3x+2}{2x-3} = \frac{2x+1}{3x-2}$

c)  $\frac{x+4}{x-3} = \frac{7}{x-3}$

d)  $\frac{5x+5}{x-3} = \frac{3x+3}{x}$

3. a)  $\frac{x}{5} - \frac{2x}{7} = 1$

b)  $\frac{3}{x} - \frac{1}{2} = \frac{2}{x}$

c)  $\frac{15}{2x} - \frac{2}{x} = \frac{1}{6}$

d)  $\frac{7}{3x} - \frac{6}{5x} = \frac{2}{15}$

4. a)  $1 + \frac{2}{x} = x$

b)  $\frac{x^2-3x}{2x+3} = x - 3$

c)  $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x} = 1$

d)  $8 - \frac{3}{x-1} = \frac{2}{x}$

5. a)  $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{4}{x-3}$

b)  $\frac{x+1}{x-1} = 2 + \frac{4}{1-x}$

c)  $-\frac{x}{x+2} + x = \frac{2}{x+2}$

d)  $\frac{2x^2}{x+1} + 1 = \frac{2}{x+1}$

6. a)  $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-2} = 4$

b)  $\frac{1}{x^2+x} + \frac{17}{x} = \frac{x}{x+1}$

c)  $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1-x}$

d)  $\frac{2}{x} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$

7. Millä a:n arvoilla  $x = 2$  on yhtälön  $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2a}$  juuri?

8. Ratkaise yhtälö

a)  $\left(2 + \frac{3}{x}\right)\left(4 - \frac{1}{5x}\right) = 0$

b)  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 = 1$

9. Pasi ja Reino leikkaavat kesätyönään kaupungin keskuspuiston nurmikon joka maanantai. Pasi suoriutuu työstä ruohonleikkuutraktorilla 4,5 tunnissa. Jos Reino avustaa työnnettävällä leikkurilla, niin työ valmistuu 3,5 tunnissa. Kuinka kauan nurmikon leikkaaminen kestää, jos Reino leikkaa sen yksin työnnettävällä ruohonleikkurillaan?

10. Vene, jonka nopeus tyynessä vedessä on 10 km/h, kulkee eräässä joessa 5 km:n matkan myötävirtaan 3 minuuttia nopeammin kuin vastavirtaan. Määritä joen virtaamisnopeus.

## VASTAUKSET

- a)  $x = 3$                       b)  $x = \frac{1}{2}$                       c)  $x = 2$                       d)  $x = 3 \pm \sqrt{6}$
- a)  $x = -4$                       b)  $x = 1 \vee x = \frac{1}{5}$                       c) ei ratkaisua                      d)  $x = -1 \vee x = -\frac{9}{2}$
- a)  $x = -\frac{35}{3}$                       b)  $x = 2$                       c)  $x = 33$                       d)  $x = \frac{17}{2}$
- a)  $x = 1 \vee x = 2$                       b)  $x = \pm 3$                       c)  $x = -6$                       d)  $x = \frac{13 \pm \sqrt{105}}{16}$
- a)  $x = 2$                       b)  $x = 7$                       c)  $x = 1$                       d)  $x = \frac{1}{2}$
- a)  $x = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{8}$                       b)  $x = 18$                       c) ei ratkaisua                      d)  $x = -4$
- a)  $a = 0$  tai  $a = 4$
- a)  $x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{1}{20}$                       b)  $x = -\frac{1}{2}$
- 15h 45min
- 0,5 km/h