

1. ENSIMMÄISEN ASTEEN YHTÄLÖ

Yhtälö säilyy yhtäpitävänä, kun

1. yhtälön puolet vaihdetaan
2. yhtälöön lisätään tai siitä vähennetään sama luku
3. yhtälö kerrotaan tai jaetaan nolasta eroavalla luvulla

Esim. 1 Ratkaise yhtälö $2(3 - x) = 4 + x$

<i>poistetaan sulut</i>	$6 - 2x = 4 + x$
<i>siirretään termit</i>	$6 - 4 = x + 2x$
<i>yhdistetään termit</i>	$2 = 3x$
<i>jaetaan x:n kertoimella</i>	$x = \frac{2}{3}$

Yhtälössä olevat (vakio-)nimittäjät saadaan poistetuiksi kertomalla yhtälö luvulla, joka on jaollinen kaikilla nimittäjillä. Helpointa on kertoa yhtälö nimittäjien pienimmällä yhteisellä jaettavalla.

Esim. 2 Ratkaise yhtälö $\frac{5x-1}{3} - \frac{2x+5}{2} = x - 2$

<i>kerrotaan 6:lla</i>	$6 \frac{5x-1}{3} - 6 \frac{2x+5}{2} = 6(x - 2)$
<i>supistetaan</i>	$2(5x - 1) - 3(2x + 5) = 6(x - 2)$
<i>poistetaan sulut</i>	$10x - 2 - 6x - 15 = 6x - 12$
<i>siirretään termit</i>	$10x - 6x - 6x = -12 + 2 + 15$
<i>yhdistetään termit</i>	$-2x = 5$

Itseisarvoyhtälön ratkaiseminen

$$|x| = a \Leftrightarrow x = -a \text{ tai } x = a \quad (a \geq 0)$$
$$|x| = |a| \Leftrightarrow x = -a \text{ tai } x = a$$

Esim. 3 Ratkaise yhtälö **a)** $|x| = 2$ **b)** $|x| = -3$

- a) yhtälön $|x| = 2$ toteuttavat ne luvut, joiden etäisyys nolasta on 2.
Siis $x = -2$ tai $x = 2$, eli lyhyesti $x = \pm 2$
- b) itseisarvo ei voi olla negatiivinen, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua

Esim. 4 Ratkaise yhtälö $|2x - 1| = 3$

$$|2x - 1| = 3 \Leftrightarrow$$

$$2x - 1 = -3$$

$$2x = -3 + 1$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

tai

tai

tai

tai

$$2x - 1 = 3$$

$$2x = 3 + 1$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Esim. 5 Ratkaise yhtälö $|2x - 1| = x$

Koska itseisarvon on oltava ≥ 0 , saamme ehdon $x \geq 0$

$$|2x - 1| = x \Leftrightarrow$$

$$2x - 1 = -x$$

$$2x + x = 1$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

tai

tai

tai

$$2x - 1 = x$$

$$2x - x = 1$$

$$x = 1$$

Kumpikin ratkaisu toteuttaa ehdon, joten ratkaisu on

$$x = \frac{1}{3} \text{ tai } x = 1$$

Esim. 6 Ratkaise yhtälö $|x - 6| = |2x|$

$$|x - 6| = 2x \Leftrightarrow$$

$$x - 6 = 2x$$

$$-6 = 2x - x$$

$$x = -6$$

tai

tai

tai

$$x - 6 = -2x$$

$$x + 2x = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

TEHTÄVÄT

Ratkaise yhtälö tehtävissä 1 – 5

1. a) $7 + 2(x - 3) = 3(x + 1)$

c) $3(x - 2(x + 1)) = 19$

b) $-3(3x - 4) = 6(2 + x)$

d) $2(4x - 16) + 5(x + 1) = 64$

2. a) $4(x - 2) = 6(3 - x)$

c) $5(x - 3) = 4(2x - 10) - 35$

b) $3x - 5(x - 6) = 3(9 - x)$

d) $3(7x - 3) + 4 = 4(10 - x)$

3. a) $\frac{x}{2} - 2 = 4$

c) $\frac{x-1}{4} - (x - 3) = 4$

b) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{3} = 4$

d) $\frac{22x-11}{5} = 0$

4. a) $\frac{1}{2}x = \frac{5}{8}x + 2$

c) $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + 1$

b) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} - \frac{x}{4}$

d) $\frac{1-2x}{4} + x = \frac{1}{2}$

5. a) $\frac{x}{3} = \frac{5}{2}$

c) $\frac{2-5x}{7} = \frac{3x-6}{4}$

b) $\frac{6}{5} = 2x$

d) $\frac{7+3x}{4} = \frac{6x-1}{8}$

6. a) Mikä on lausekkeen $3x - 2$ arvo, kun $x = \frac{7}{6}$?

b) Millä x :n arvolla tämän lausekkeen arvo on 25?

c) Millä x :n arvolla lausekkeilla $3x - 2$ ja $5(2x + 1)$ on sama arvo?

7. Ratkaise x :n suhteen yhtälö

a) $\frac{x}{5} - 2a = x + 3a$

c) $\frac{x}{2} = \frac{a}{3} + \frac{x}{4}$

b) $2(x + 3a) - \frac{x}{2} = a$

d) $\frac{3x}{4} - 3a = \frac{2x}{3}$

8. Otto on 48 vuoden kuluttua neljä kertaa niin vanha kuin nyt. Kuinka vanha hän on nyt?

9. Kolmen peräkkäisen kokonaisluvun summa on 1998. Mikä on suurin luvuista?

10. a) Millä vakion t arvolla yhtälön $x - (4x - t) = 5 - 3(x + t)$ ratkaisu on $x = -2$?

b) Millä vakion a arvolla yhtälön $\frac{a+2x}{3} - \frac{a+x}{4} = 1$ ratkaisu on $x = \frac{2}{5}$?

11. a) Mikä on lausekkeen $\frac{3}{2+x}$ arvo, kun $x = \frac{5}{6}$
b) Millä x :n arvolla tämän lausekkeen arvo on $\frac{15}{16}$
c) Millä x :n arvolla lausekkeilla $\frac{3}{2+x}$ ja $\frac{1}{x}$ on sama arvo?

Ratkaise yhtälö tehtävissä 12 – 13

12. a) $\frac{3x+7}{4} - \frac{3-4x}{3} = \frac{x}{12}$ b) $\frac{4x-3}{2} - \frac{12x-11}{10} = 3\frac{1}{5}$
c) $\frac{2x-5}{4} - \frac{3x-8}{6} = \frac{x}{12}$ [k86] d) $\frac{7x}{9} - \frac{5x-3}{4} = 3 - x$

13. a) $|2x + 1| = 2$ [s73] b) $|2x - 3| = 4x$ [k77]
c) $|2x - 1| = |3x + 2|$ [k94] d) $3x = 3 + |2x - 3|$ [s82]

14. Kuinka monta juurta on yhtälöllä $|x - 2| + 1 = 0$? [s74]

15. Millä luvun a arvolla yhtälöllä $2(ax - 1) = ax + 1$

a) on ratkaisuna $x = 2$

b) ei ole ratkaisua

16. Isä on 53 vuotta ja Otto 16 vuotta vanha. Kuinka monen vuoden kuluttua isä on kaksi kertaa niin vanha kuin Otto? Kuinka vanhoja he silloin ovat.

17. Tasakylkisen kolmion kantakulma on puolet huippukulmasta. Laske kolmion kulmat.

18. Pikajuna lähti Oulusta Kemiin klo 10.05. Viiden minuutin kuluttua lähti tavarajuna Kemistä Ouluun. Milloin ja missä junat kohtasivat, kun pikajuna ajoi nopeudella 120 km/h ja tavarajuna 96 km/h? Matka Oulusta Kemiin on 108 km.

19. Kolmen peräkkäisen parillisen luvun summa on 3654. Mitkä ovat nämä luvut?

20. Osoita, että yhtälö $x(x + 1) - x^2 = x + 1$ on identtisesti epätosi.

