**11. MURTOLAUSEKKEEN SUPISTAMINEN**

**TEORIA**

**Summan ja erotuksen jakaminen käyttämällä osittelulakia**

$\frac{a\pm b}{c}=\frac{a}{c}\pm \frac{b}{c}$

**Tulo voidaan jakaa luvulla siten, että yksi tekijöistä jaetaan tällä luvulla**

$\frac{a∙b}{c}=\frac{a}{c}∙b$

**Polynomi voidaan kirjoittaa tulona, jos sen termeillä on yhteinen tekijä**

 ab + ac = a(b + c)

**Yhteenlasku on vaihdannainen**

a + b = b + a

**Vastapolynomien osamäärä on -1**

$\frac{a-b}{b-a}=\frac{a-b}{-(a-b)}=-1$

**Muistikaavoja voidaan käyttää supistamisen apuna**

**ESIMERKIT**

**Esim. 1 a)** $\frac{687+6870}{687}=\frac{687}{687}+\frac{6870}{687}=1+10=11$

 **b)** $\frac{6a-30}{3}=\frac{6a}{3}-\frac{30}{3}=2a-10$

**Esim. 2 a)** $\frac{687∙6870}{687}=\frac{687}{687}∙6870=1∙6870=6870$

 **b)** $\frac{18y∙9}{9}=18y∙\frac{9}{9}$

= 18y ∙ 1

 = 18y

**Esim. 3 a)** $\frac{6}{2a-4b}=\frac{6}{2(a-2b)}=\frac{3}{a-2b}$

 **b)** $\frac{3a+3b}{a+b}=\frac{3(a+b)}{a+b}=3$

**Esim. 4 a)** $\frac{a+b}{b+a}=\frac{a+b}{a+b}=1$

 **b)** $\frac{2a-2b}{3b-3a}=\frac{2(a-b)}{-3(a-b)}=-\frac{2}{3}$

**Esim. 5 a)** $\frac{(a+b)^{2}}{a+b}=\frac{(a+b)(a+b)}{a+b)}=a+b$

 **b)** $\frac{a^{2}-2ab+b^{2}}{a^{2}-b^{2}}=\frac{(a-b)^{2}}{(a+b)(a-b)}=\frac{a-b}{a+b}$

**TEHTÄVÄT**

Sievennä

1. a) $\frac{120a-12}{12}$ b) $\frac{6x+8}{2}$ c) $\frac{a^{2}-10a}{a}$

2. a) $\frac{24y∙24}{24}$ b) $\frac{6x∙8}{2}$ c) $\frac{15a∙25}{5}$

3. a) $\frac{81y^{9}}{9}$ b) $\frac{6x}{12x}$ c) $\frac{30y^{3}}{3y}$ d) $\frac{2x^{3}}{10x^{6}}$

4. a) $\frac{4a}{a}$ b) $\frac{35}{70a}$ c) $\frac{4a}{a^{2}}$ d) $\frac{5a+7a}{3a}$

5. a) $\frac{15a^{2}-9a}{3a}$ b) $\frac{a^{3}+a^{2}+a}{a}$ c) $\frac{8a^{2}-4a}{4a}$

6. a) $\frac{14x^{5}∙2x^{2}}{2x}$ b) $\frac{14x^{5}+2x^{2}}{2x}$ c) $\frac{50+x^{6}}{0,5}$

7. a) $\frac{-7a+14}{-7}+7a$ b) $\frac{6x^{2}-3x}{3x}-\frac{28x^{2}-21x}{7x}$ c) $15-\frac{9x-6}{3}$

8. a) $\frac{24x^{4}-24x^{3}}{-x}$ b) $\frac{6a^{3}-3a^{2}}{-3a^{2}}$

9. a) $\frac{x^{n}-x}{x}$ b) $\frac{x^{n+2}-x^{3n}}{x^{n}}$

Osoita

10. Jos neljän peräkkäisen kokonaisluvun summa jaetaan kahdella, tulos on aina pariton luku

11. Kolmen peräkkäisen luonnollisen luvun neliöiden summa ei ole koskaan jaollinen kolmella

12. Kahden peräkkäisen parittoman kokonaisluvun summa on aina jaollinen neljällä

Sievennä

13. a) $\frac{5(a+b)}{5a}$ b) $\frac{4a-4b}{a-b}$ c) $\frac{5}{15x-10y}$

14. a) $\frac{a^{2}+3a}{a+3}$ b) $\frac{6x}{x^{2}-6x}$ c) $\frac{y-5}{y^{2}-5y}$

15. a) $\frac{6a+8}{3a+4}$ b) $\frac{2x^{2}-2x}{x^{2}-x}$ c) $\frac{4x-8}{5x-10}$

16. a) $\frac{6x+2}{3x+2}$ b) $\frac{6x+2}{3x+1}$ c) $\frac{6x∙2}{3x+1}$

17. a) $\frac{a+2}{a-2}$ b) $\frac{a-2}{2-a}$ c) $\frac{a∙(-2)}{-a∙2}$

18. a) $\frac{5x+10}{15x}$ b) $\frac{10}{2x+8}$ c) $\frac{4x-8y}{12xy}$

19. a) $\frac{a^{2}+a}{a}$ b) $\frac{x+xy}{1+y}$ c) $\frac{3x^{2}+6x}{x+2}$

20. a) $\frac{4a-2}{2a-1}$ b) $\frac{4a-1}{1-4a}$ c) $\frac{4a-1}{1+4a}$

21. a) $\frac{3x-6}{4-2x}$ b) $\frac{15b-15a}{3a-3b}$ c) $\frac{16x-32}{4x+8}$

22. a) $\frac{ab-b}{a^{2}-a}$ b) $\frac{2u^{2}-4u}{u-2}$ c) $\frac{15a^{2}-10a}{20a-30a^{2}}$

23. a) $\frac{3x\left(x-7\right)-6x}{3x}$ b) $\frac{5\left(x+2\right)-3(x+2)}{2x+4}$

24. a) $\frac{x^{n+1}-x^{n}}{x^{n}}$ b) $\frac{9x^{n}-6x}{3x}$ c) $\frac{x^{2}}{x^{2n+2}-x^{2}}$

25. a) $\frac{x^{2}-y^{2}}{x-y}$ b) $\frac{a+b}{a^{2}-b^{2}}$ c) $\frac{x^{2}-2xy+y^{2}}{x-y}$

26. a) $\frac{a^{2}-25}{a+5}$ b) $\frac{a^{2}-81}{2a-18}$ c) $\frac{x^{2}+10x+25}{5x+25}$

27. a) $\frac{x^{2}-2xy+y^{2}}{x^{2}-y^{2}}$ b) $\frac{a^{2}-16}{a^{2}-8a+16}$ c) $\frac{x^{2}-14x+49}{x-7}$

28. a) $\frac{a^{2}-b^{2}}{3a+3b}$ b) $\frac{6x-6y}{x^{2}+y^{2}-2xy}$ c) $\frac{x^{3}-xy^{2}}{x^{2}-2xy+y^{2}}$

29. a) $\frac{3b-3a}{a^{2}-2ab+b^{2}}$ b) $\frac{4x^{2}-4y^{2}}{2x^{2}+4xy+2y^{2}}$ c) $\frac{x^{3}+x+2x^{2}}{x^{2}-x^{4}}$

**VASTAUKSET**

1. a) 10a – 1 b) 3x + 4 c) a – 10

2. a) 24y b) 24x c) 75a

3. a) 9y9 b) $\frac{1}{2}$ c) 10y2 d) $\frac{1}{5x^{3}}$

4. a) 4 b) $\frac{1}{2a}$ c) $\frac{4}{a}$ d) 4

5. a) 5a – 3 b) a2 + a + 1 c) 2a – 1

6. a) 14x6 b) 7x4 + x c) 100 + 2x6

7. a) 8a – 2 b) -2x + 2 c) -3x + 17

8. a) -24x3 + 24x2 b) -2a + 1

9. a) xn-1 – 1 b) x2 – x2n

10. 2x + 3, parilliseen lukuun lisätään luku kolme, joten ratkaisu on aina pariton

11. $x^{2}+2x+\frac{5}{3}$ ei ole jaollinen kolmella, koska $x\in N$ ja $\frac{5}{3}$ ei ole jaollinen kolmella

12. 4x + 4 on aina jaollinen neljällä

13. a) $\frac{a+b}{a}$ b) 4 c) $\frac{1}{3x-2y}$

14. a) a b) $\frac{6}{x-6}$ c) $\frac{1}{y}$

15. a) 2 b) 2 c) $\frac{4}{5}$

16. a) ei sievene b) 2 c) ei sievene

17. a) ei sievene b) -1 c) 1

18. a) $\frac{x+2}{3x}$ b) $\frac{5}{x+4}$ c) $\frac{x-2y}{3xy}$

19. a) a + 1 b) x c) 3x

20. a) 2 b) -1 c) ei sievene

21. a) $-1\frac{1}{2}$ b) -5 c) $\frac{4(x-2)}{x+2}$

22. a) $\frac{b}{a}$ b) 2u c) $-\frac{1}{2}$

23. a) x – 9 b) 1

24. a) x – 1 b) 3xn-1 – 2 c) $\frac{1}{x^{2n}-1}$

25. a) x + y b) $\frac{1}{a-b}$ c) x – y

26. a) a – 5 b) $\frac{a+9}{2}$ c) $\frac{x+5}{5}$

27. a) $\frac{x-y}{x+y}$ b) $\frac{a+4}{a-4}$ c) x – 7

28. a) $\frac{a-b}{3}$ b) $\frac{6}{x-y}$ c) $\frac{x(x+y)}{x-y}$

29. a) $\frac{3}{b-a}$ b) $\frac{2(x-y)}{x+y}$ c) $\frac{x+1}{x(1-x)}$