1 PERUSLASKUTAITOJA

ALOITA PERUSTEISTA

1A. **a)** $4 - 5 \cdot 3 = 4 - 15 = -11$

Vastaus: -11

b) $-2 \cdot (-6 + 5) = -2 \cdot (-1) = 2$

Vastaus: 2

c) $\frac{12}{3} - 10 \cdot 2 = 4 - 20 = -16$

Vastaus: -16

d) $8 + 2 \cdot 3 - 28 : 4 = 8 + 6 - 7 = 7$

Vastaus: 7

2A. **a)** $\dfrac{43+2\cdot 3}{7\cdot 7}=\dfrac{43+6}{49}=\dfrac{49}{49}=1$

Vastaus: 1

b) $^{5)}\dfrac{2}{3}+{}^{3)}\dfrac{4}{5}=\dfrac{10}{15}+\dfrac{12}{15}=\dfrac{22}{15}$

Vastaus: $\dfrac{22}{15}$

c) $\dfrac{3}{\cancel{2}_{1}}\cdot\dfrac{\cancel{4}^{2}}{5}=\dfrac{6}{5}$

Vastaus: $\dfrac{6}{5}$

d) $\dfrac{2}{5}:\dfrac{3}{5}=\dfrac{2}{\cancel{5}_{1}}\cdot\dfrac{\cancel{5}^{1}}{3}=\dfrac{2}{3}$

Vastaus: $\dfrac{2}{3}$

3A. **a)** Muunnetaan prosenttiluvut desimaaliluvuiksi.

24 % = 0,24
6 % = 0,06
137 % = 1,37

Vastaus: 0,24; 0,06 ja 1,37

b) Muunnetaan prosenttiluvut murtoluvuiksi.

$$17\ \% = \frac{17}{100}$$

$$75\ \% = {}^{(25}\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$56\ \% = {}^{(4}\frac{56}{100} = \frac{14}{25}$$

Vastaus: $\frac{17}{100}, \frac{3}{4}$ ja $\frac{14}{25}$

c) Muunnetaan murtoluvut prosenttiluvuiksi.

$$\frac{90}{100} = 90\%$$

$$\frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\%$$

$$\frac{3}{2} = 1{,}5 = 150\%$$

Vastaus: 90 %, 60 % ja 150 %

4A. Koska $(2^2)^3 = 2^{2\cdot 3} = 2^6$, niin lausekkeet A ja II kuuluvat yhteen.

Koska $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$, niin lausekkeet B ja IV kuuluvat yhteen.

Koska $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$, niin lausekkeet C ja III kuuluvat yhteen.

Koska $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$, niin lausekkeet D ja V kuuluvat yhteen.

Koska $\frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2^1 = 2$, niin lausekkeet E ja I kuuluvat yhteen.

Vastaus: A: II, B: IV, C: III, D: V ja E: I

5A. **a)** $1^9 \cdot 9^1 = 1 \cdot 9 = 9$

Vastaus: 9

b) $-3^2 + (-5)^2 + (-2)^3 = -9 + 25 - 8 = 8$

Vastaus: 8

c) $0^4 - 4^0 + 4^{-2} = 0 - 1 + \frac{1}{4^2} = -1 + \frac{1}{16} = -\frac{15}{16}$

Vastaus: $-\frac{15}{16}$

d) $5^3 \cdot 5^0 \cdot 5^{-2} = 5^{3+0-2} = 5^1 = 5$

Vastaus: 5

e) $\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^5} = \frac{3^{3+4}}{3^5} = \frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$

Vastaus: 9

f) $[(-1)^3]^4 = (-1)^{3\cdot 4} = (-1)^{12} = 1$

Vastaus: 1

6A. **a)** Sievennetään lauseke.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}= {}^{4)}\frac{1}{2}+{}^{2)}\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

Vastaus: $\frac{7}{8}$

b) Lasketaan lausekkeen $\frac{x^2-2x+1}{x-1}$ arvo, kun $x = 3$.

$$\frac{3^2-2\cdot 3+1}{3-1}=\frac{9-6+1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Vastaus: 2

7A. Koska porkkanan massa on noin 50 grammaa = 0,05 kg = $5 \cdot 10^{-2}$ kg, niin A ja IV kuuluvat yhteen.

Koska hiuksen kasvunopeus on noin
$1\text{ cm/kk} = 10\text{ mm/kk} = \frac{10}{30}\text{ mm/päivä} \approx 0{,}3\text{ mm/päivä}$,
niin B ja I kuuluvat yhteen.

Koska Suomen valtion vuositulot ovat noin
50 miljardia euroa = 50 000 000 000 € = $5 \cdot 10^{10}$ €, niin C ja V kuuluvat yhteen.

Koska henkilön sydän lyö 60 kertaa minuutissa, on lyöntejä 18 vuoden aikana noin $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 18 = 567\,648\,000 \approx 6 \cdot 10^8$. Näin ollen D ja II kuuluvat yhteen.

Koska ämpärillinen vettä on noin 10 litraa = 10 000 ml
= $1 \cdot 10^4$ ml, niin E ja III kuuluvat yhteen.

Vastaus: A: IV, B: I, C: V, D: II ja E: III

8A. **a)** Minuutissa on 60 sekuntia, joten 37 min = 37 · 60 s = 2220 s.

Vastaus: 2220 s

b) Tunnissa on 60 minuuttia, joten $37\ \text{min} = \frac{37}{60}\ \text{h}$.

Vastaus: $\frac{37}{60}$ h

c) Vuorokaudessa on 24 tuntia, joten b-kohdan perusteella
$37\ \text{min} = \frac{37}{60}\ \text{h} = \frac{37}{60} \cdot \frac{1}{24}\ \text{d} = \frac{37}{1440}\ \text{d}$.

Vastaus: $\frac{37}{1440}$ d

9A. **a)** Laskussa on tehty laskujärjestysvirhe. Kertolasku suoritetaan ennen yhteenlaskua.

$3 + 5 \cdot 2 = 3 + 10 = 13$

Vastaus: 13

b) Jakolaskussa jaettava on kerrottava jakajan käänteisluvulla. Laskussa on jakaja kerrottu jaettavan käänteisluvulla.

$$\frac{4}{7} : \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

Vastaus: $\frac{6}{7}$

c) Negatiivinen potenssi 4^{-2} tarkoittaa luvun 4^2 käänteislukua.

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

Vastaus: $\frac{1}{16}$

d) Supistaessa murtoluvun osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla. Tässä tehtävässä osoittajilla ja nimittäjillä ei ole yhteisiä tekijöitä, joilla voisi supistaa, joten suoritetaan murtolukujen kertolasku kertomalla osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään.

$$\frac{9}{16} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{32}$$

Vastaus: $\frac{27}{32}$

10A. **a)** Lasketaan 42 prosenttia 34,50 eurosta prosenttikertoimen 42 % = 0,42 avulla.
$0{,}42 \cdot 34{,}50\ € = 14{,}49\ €$

Vastaus: 14,49 euroa

b) Lasketaan 7 prosenttia 1500,23 eurosta prosenttikertoimen 7 % = 0,07 avulla.
$0{,}07 \cdot 1500{,}23\ € = 105{,}0161\ € \approx 105{,}02\ €$

Vastaus: 105,02 euroa

c) Lasketaan 0,23 prosenttia 58,90 eurosta prosenttikertoimen 0,23 % = 0,0023 avulla.
$0{,}0023 \cdot 58{,}90\ € = 0{,}135\ldots\ € \approx 0{,}14\ €$

Vastaus: 0,14 euroa

d) Lasketaan 130 prosenttia 8,00 eurosta prosenttikertoimen 130 % = 1,3 avulla.
$1{,}3 \cdot 8{,}00\ € = 10{,}40\ €$

Vastaus: 10,40 euroa

11A. **a)** Suolapitoisuus on suolan massan ja koko meetvurstin massan osamäärä.

$$\frac{9}{250} = 0{,}036 = 3{,}6\ \%$$

Vastaus: 3,6 %

b) Koska $\frac{1\,300\,000}{5\,500\,000} = 0{,}23623...,$ niin Viron asukasluku oli 23,623… % Suomen asukasluvusta. Virossa oli siis
100 % − 23,623… % = 76,363… % ≈ 76 % vähemmän asukkaita kuin Suomessa.

Vastaus: 76 %

12A. Sievennetään lauseke.
$x(4x - 2) - 3x(x - 1) - x$
$= x \cdot 4x + x \cdot (-2) - 3x \cdot x - 3x \cdot (-1) - x$
$= 4x^2 - 2x - 3x^2 + 3x - x$
$= x^2$

Lasketaan lausekkeen arvo, kun $x = -1$.
$(-1)^2 = 1$

Vastaus: 1

13A. **a)** Sievennetään lauseke.
$5a^2 - (2a)^2 = 5a^2 - 2^2a^2 = 5a^2 - 4a^2 = a^2$

Vastaus: a^2

b) Sievennetään lauseke.
$(5 + x^2) - (4x^2 + x) = 5 + x^2 - 4x^2 - x = -3x^2 - x + 5$

Lasketaan sievennetyn lausekkeen arvo, kun $x = -2$.
$-3 \cdot (-2)^2 - (-2) + 5 = -3 \cdot 4 + 2 + 5 = -5$

Vastaus: -5

14A. Muodostetaan polynomien $-x^2 + 2x$ ja $2x^2 - 3x + 1$ summa.
$(-x^2 + 2x) + (2x^2 - 3x + 1) = -x^2 + 2x + 2x^2 - 3x + 1 = x^2 - x + 1$

Muodostetaan polynomien $-x^2 + 2x$ ja $2x^2 - 3x + 1$ tulo.
$(-x^2 + 2x)(2x^2 - 3x + 1)$
$= -x^2 \cdot 2x^2 - x^2 \cdot (-3x) - x^2 \cdot 1 + 2x \cdot 2x^2 + 2x \cdot (-3x) + 2x \cdot 1$
$= -2x^4 + 3x^3 - x^2 + 4x^3 - 6x^2 + 2x$
$= -2x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 2x$

Vastaus: $x^2 - x + 1$ ja $-2x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 2x$

15A. Jos luku b on 50 % suurempi kuin luku a, niin luku b on 100 % + 50 % = 150 % luvusta a. Siis $b = 1{,}5a$, joten väite A ja kaava 3 liittyvät toisiinsa.

Jos luku a on neljäsosa luvusta b, niin luku b on nelinkertainen lukuun a nähden. Siis $b = 4a$, joten väite B ja kaava 5 liittyvät toisiinsa.

Jos luku b on puolet luvusta a, niin $b = \frac{1}{2}a = 0{,}5a.$ Väite C ja kaava 2 liittyvät siis toisiinsa.

Jos luku b on 25 % suurempi kuin luku a, niin luku b on 100 % + 25 % = 125 % luvusta a. Siis $b = 1{,}25a = \frac{125}{100}^{(25}a = \frac{5}{4}a,$ joten väite D ja kaava 6 liittyvät toisiinsa.

Jos luku b on kaksinkertainen lukuun a verrattuna, niin $b = 2a$. Väite E ja kaava 1 liittyvät siis toisiinsa.

Jos luku a on nelinkertainen lukuun b verrattuna, niin luku b on neljäsosa luvusta a. Siis $b = \frac{1}{4}a,$ joten väite F ja kaava 4 liittyvät toisiinsa.

Vastaus:

Sanallinen muoto	A	B	C	D	E	F
Kaavan numero	3	5	2	6	1	4

16A. $^{9)}\frac{5}{7} - {}^{7)}\frac{6}{9} = \frac{45}{63} - \frac{42}{63} = \frac{3}{63} > 0,$ joten $\frac{5}{7} > \frac{6}{9}.$

Vastaus: $\frac{5}{7}$

VAHVISTA OSAAMISTA

17A. **a)** Luvun -1 vastaluku on $-(-1) = 1$.

Vastaus: 1

b) Luvun 5 käänteisluku on $\frac{1}{5}$.

Vastaus: $\frac{1}{5}$

c) Luvun -1 vastaluvun ja luvun 5 käänteisluvun keskiarvo on

$$\frac{1+\frac{1}{5}}{2}=\frac{\frac{6}{5}}{2}=\frac{6}{5}:2=\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{5}$$

Vastaus: $\frac{3}{5}$

18A. **a)** $\frac{1}{2}:\frac{2}{3}-\frac{3}{\cancel{4}_1}\cdot\frac{\cancel{4}^1}{5}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}-\frac{3}{5}={}^{5)}\frac{3}{4}-{}^{4)}\frac{3}{5}=\frac{15}{20}-\frac{12}{20}=\frac{3}{20}$

Vastaus: $\frac{3}{20}$

b)

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{6}:\left(2\frac{1}{6}-3\frac{2}{3}\right)$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{5}{6}:\left(\frac{13}{6}-{}^{2)}\frac{11}{3}\right)$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{5}{6}:\left(\frac{13}{6}-\frac{22}{6}\right)$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{5}{6}:\left(-\frac{9}{6}\right)$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{5}{\cancel{6}_1}\cdot\left(-\frac{\cancel{6}^1}{9}\right)$$
$$={}^{9)}\frac{3}{4}+{}^{4)}\frac{5}{9}$$
$$=\frac{27}{36}+\frac{20}{36}$$
$$=\frac{47}{36}$$

Vastaus: $\frac{47}{36}$

c)

$$-\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{8}\cdot\frac{6}{7}+\frac{1}{4}:\frac{7}{9}$$
$$=-\frac{1}{\cancel{3}_{1}}\cdot\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{8}_{4}}\cdot\frac{\cancel{6}^{3}}{7}+\frac{1}{4}\cdot\frac{9}{7}$$
$$=-{}^{7)}\frac{9}{4}+\frac{9}{28}$$
$$=-\frac{63}{28}+\frac{9}{28}$$
$$=-\frac{54}{28}^{(2}$$
$$=-\frac{27}{14}$$

Vastaus: $-\frac{27}{14}$

19B. Pojista lyhyen matematiikan aikoo kirjoittaa $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$. Koska poikia on $\frac{5}{9}$ abiturienteista, lyhyen matematiikan kirjoittavia poikia on $\frac{5}{9}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2}{9}$ abiturienteista.

Tytöistä lyhyen matematiikan aikoo kirjoittaa $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$. Koska tyttöjä on $\frac{4}{9}$ abiturienteista, lyhyen matematiikan kirjoittavia tyttöjä on $\frac{4}{\cancel{9}_{3}}\cdot\frac{\cancel{3}^{1}}{7}=\frac{4}{21}$ abiturienteista.

Abiturienteista lyhyen matematiikan kirjoittaa
$${}^{7)}\frac{2}{9}+{}^{3)}\frac{4}{21}=\frac{14}{63}+\frac{12}{63}=\frac{26}{63}.$$

Vastaus: $\frac{26}{63}$

20A. Luvut 27 ja 31 voidaan kirjoittaa summina 20 + 7 ja 30 + 1.

$$\begin{aligned}27 \cdot 31 &= (20+7)(30+1)\\ &= 20 \cdot 30 + 20 \cdot 1 + 7 \cdot 30 + 7 \cdot 1\\ &= 20 \cdot 30 + 7 \cdot 30 + 20 \cdot 1 + 7 \cdot 1\\ &= 600 + 210 + 20 + 7\\ &= 837,\end{aligned}$$

joten Jussin päättely on oikein.

Vastaus: on

21A. Sievennetään lausekkeet.

a) $\left(\frac{5a}{2}\right)^2 = \frac{(5a)^2}{2^2} = \frac{5^2a^2}{4} = \frac{25a^2}{4}$

Vastaus: $\frac{25a^2}{4}$

b) $(-3a^4)^2 = (-3)^2 \cdot (a^4)^2 = 9a^{4\cdot 2} = 9a^8$

Vastaus: $9a^8$

c) $\frac{(a^3)^5}{a^2 \cdot a^9} = \frac{a^{3\cdot 5}}{a^{2+9}} = \frac{a^{15}}{a^{11}} = a^{15-11} = a^4$

Vastaus: a^4

d) $\left(\frac{2}{a^6}\right)^{-3} = \left(\frac{a^6}{2}\right)^3 = \frac{(a^6)^3}{2^3} = \frac{a^{6\cdot 3}}{8} = \frac{a^{18}}{8}$

Vastaus: $\frac{a^{18}}{8}$

22A. Lasketaan lausekkeiden arvot annetuilla muuttujan arvoilla.

a) $$\frac{2a+3b}{a-b}=\frac{2\cdot\frac{5}{2}+3\cdot\frac{7}{3}}{{}^{3)}\frac{5}{2}-{}^{2)}\frac{7}{3}}=\frac{5+7}{\frac{15}{6}-\frac{14}{6}}=\frac{12}{\frac{1}{6}}=12\cdot\frac{6}{1}=72$$

Vastaus: 72

b) $$\frac{x+1}{y-1}+\frac{y-1}{x+1}=\frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{3}{2}-1}+\frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{1}{2}+1}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}+\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=3+\frac{1}{3}=\frac{9}{3}+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$$

Vastaus: $\frac{10}{3}$

c)

$$\begin{aligned}\frac{a^2-c^2}{b-c}&=\frac{1^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^2}{-2-\left(-\frac{1}{2}\right)}\\&=\frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}{-2+\frac{1}{2}}\\&=\frac{1-\frac{1}{4}}{-2+\frac{1}{2}}\\&=\frac{\frac{3}{4}}{-\frac{3}{2}}\\&=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\cdot\left(-\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)\\&=-\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Vastaus: $-\frac{1}{2}$

23B. **a)** Protonin ja elektronin massojen suhde on

$\frac{1,67\cdot 10^{-27}}{9,11\cdot 10^{-31}}=1833,150...\approx 1830,$ joten 1830:n elektronin massa on yhtä suuri kuin yhden protonin massa.

Vastaus: 1830:n elektronin

b) Jupiterin ja Saturnuksen massojen suhde on

$\frac{1,90\cdot 10^{27}}{5,68\cdot 10^{26}}=3,345...,$ joten Jupiter on

334,5… % − 100 % = 234,5… % ≈ 235 % Saturnusta painavampi.

Vastaus: 235 %

24A. Sievennetään lausekkeet.

a) $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(ab)^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=a^1b^1=ab$

Vastaus: *ab*

b)

$$\frac{5x+3y}{3}+\frac{x-6y}{2}$$
$$=\frac{5x}{3}+\frac{3y}{3}+\frac{x}{2}+\frac{-6y}{2}$$
$$= {}^{2)}\frac{5}{3}x+y+{}^{3)}\frac{1}{2}x-3y$$
$$=\frac{10}{6}x-2y+\frac{3}{6}x$$
$$=\frac{13}{6}x-2y$$

Vastaus: $\frac{13}{6}x-2y$

25A. Sievennetään lausekkeet, kun $P(x) = 3x$ ja $Q(x) = 2x^2 - 2x + 3$.

a) $P(x) + Q(x) = (3x) + (2x^2 - 2x + 3) = 3x + 2x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + x + 3$

Vastaus: $2x^2 + x + 3$

b) $P(x) - Q(x) = (3x) - (2x^2 - 2x + 3) = 3x - 2x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5x - 3$

Vastaus: $-2x^2 + 5x - 3$

c)
$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= 3x \cdot (2x^2 - 2x + 3) \\ &= 3x \cdot 2x^2 + 3x \cdot (-2x) + 3x \cdot 3 \\ &= 6x^3 - 6x^2 + 9x \end{aligned}$$

Vastaus: $6x^3 - 6x^2 + 9x$

d)
$$\frac{Q(x)}{P(x)} = \frac{2x^2 - 2x + 3}{3x} = \frac{2x^2}{3x} + \frac{-2x}{3x} + \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}}x} = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{x}$$

Vastaus: $\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{x}$

26A. **a)** Sievennetään lauseke.

$x^2 + x - (x^2 - x) = x^2 + x - x^2 + x = 2x$

Lasketaan lausekkeen arvo, kun $x = \frac{1}{2}$.

$2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

Vastaus: 1

b) Sievennetään lauseke.

$(a + b)^2 - (a - b)^2$
$= (a + b)(a + b) - (a - b)(a - b)$
$= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b - (a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b)$
$= a^2 + ab + ab + b^2 - (a^2 - ab - ab + b^2)$
$= a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$
$= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$
$= 4ab$

Lasketaan lausekkeen arvo, kun $a = 100^{300}$ ja $b = 100^{-300}$.
$4 \cdot 100^{300} \cdot 100^{-300} = 4 \cdot 100^{300-300} = 4 \cdot 100^0 = 4 \cdot 1 = 4$

Vastaus: $4ab$, 4

27B. Alpo maksaa alkuosuuden hinnasta $\frac{21{,}90\text{ €}}{3} = 7{,}30\text{ €}$.

Sanna maksaa alkuosuudesta Alpon tapaan 7,30 € ja puolet keskiosuuden hinnasta. Keskiosuuden hinta on 28,20 € − 21,90 € = 6,30 €, josta puolet on $\frac{6{,}30\text{ €}}{2} = 3{,}15\text{ €}$. Sanna maksaa siis yhteensä 7,30 € + 3,15 € = 10,45 €.

Pauli maksaa loput eli 33,50 € − 7,30 € − 10,45 € = 15,75 €.

Vastaus: Alpo 7,30 €, Sanna 10,45 € ja Pauli 15,75 €

28A. **a)** TAPA 1: Kun tuotteen hinta nousee 10 %, uusi hinta on
100 % + 10 % = 110 % alkuperäisestä eli siihen nähden 1,1-kertainen.
Koska hinta 299 € nousee kaksi kertaa peräkkäin 10 %, on lopullinen hinta $1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 299$ € = 361,79 €.

TAPA 2: Kun tuotteen hinta nousee 20 %, uusi hinta on
100 % + 20 % = 120 % alkuperäisestä eli siihen nähden 1,2-kertainen.
Uusi hinta on $1{,}2 \cdot 299$ € = 358,80 €.

Vastaus: Tavalla 1 loppuhinta on korkeampi

b) TAPA 1: Kun tuotteen hinta laskee 10 %, uusi hinta on
100 % – 10 % = 90 % alkuperäisestä eli siihen nähden 0,9-kertainen.
Koska hinta 299 € ensin laskee 10 % ja sitten nousee 10 %, on lopullinen hinta $0{,}9 \cdot 1{,}1 \cdot 299$ € = 296,01 €.

TAPA 2: Koska hinta 299 € ensin nousee 10 % ja sitten laskee10 %, on lopullinen hinta $1{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 299$ € = 296,01 €.

Vastaus: Loppuhinta on sama molemmilla tavoilla.

c) TAPA 1: Kun tuotteen hinta nousee 20 %, uusi hinta on
100 % + 20 % = 120 % alkuperäisestä eli siihen nähden 1,2-kertainen.
Kun tuotteen hinta laskee 20 %, uusi hinta on
100 % – 20 % = 80 % alkuperäisestä eli siihen nähden 0,8-kertainen.
Koska hinta 299 € ensin nousee 20 % ja sitten laskee 20 %, on lopullinen hinta $1{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 299$ € = 287,04 €.

TAPA 2: Kun tuotteen hinta nousee 30 %, uusi hinta on
100 % + 30 % = 130 % alkuperäisestä eli siihen nähden 1,3-kertainen.
Kun tuotteen hinta laskee 30 %, uusi hinta on
100 % – 30 % = 70 % alkuperäisestä eli siihen nähden 0,7-kertainen.
Koska hinta 299 € ensin nousee 30 % ja sitten laskee 30 %, on lopullinen hinta $1{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 299$ € = 272,09 €.

Vastaus: Tavalla 1 loppuhinta on korkeampi

29B. **a)** Yhdessä vuorokaudessa puolen tunnin kohdalla tapahtuvia lyöntejä on 24 ja täyden tunnin kohdalla tapahtuvia lyöntejä $2 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 12) = 156$. Vuorokaudessa lyöntejä kertyy siis $24 + 156 = 180$, joten viikossa kertyy $7 \cdot 180 = 1260$ lyöntiä.

Yhtä lyöntiä kohti punnus laskeutuu
$\frac{1120 \text{ mm}}{1260} = 0{,}888... \text{ mm} \approx 0{,}9 \text{ mm}.$

Vastaus: 0,9 mm

b) Koska punnus oli laskeutunut 650 mm, niin kello oli lyönyt
$\frac{650}{0{,}888...} = 731{,}25 \approx 731$ kertaa.

Kohdan a perusteella aikaa oli kulunut $\frac{731}{180} = 4{,}061...$ vuorokautta eli 4 kokonaista vuorokautta.

Viimeisen, perjantaina kello 12.05 alkavan vuorokauden aikana kello löi $731 - 4 \cdot 180 = 11$ kertaa.

Kello 12.30, 13.00 ja 13.30 kello löi kerran, 14.00 kahdesti, 14.30 kerran, 15.00 kolmesti ja 15.30 kerran. Näistä kertyy 10 lyöntiä. Kello 16.00 tulee seuraava, 11. lyönti. Kun punnus oli laskeutunut 650 mm, oli siis perjantai ja kello oli 16.00.

Vastaus: perjantai klo 16.00

30B. Opiskelija-alennus on 50 %, joten opiskelijalle jää lipusta maksettavaksi 100 % − 50 % = 50 %. Kukin opiskelija maksaa siis lipustaan $0{,}5 \cdot 20\ € = 10\ €$.

Eläkeläisalennus on 30 %, joten eläkeläiselle jää lipusta maksettavaksi 100 % − 30 % = 70 %. Kukin eläkeläinen maksaa siis lipustaan $0{,}7 \cdot 20\ € = 14\ €$.

Lippujen keskihinnaksi tulee $\dfrac{7 \cdot 10\ € + 5 \cdot 14\ € + 8 \cdot 20\ €}{20} = 15\ €.$

Vastaus: 15 euroa

31A. **a)** Lasketaan, kuinka monta viikkoa 1001 vuorokaudessa on.
$\dfrac{1001}{7} = 143,$ joten 1001 vuorokaudessa on 143 kokonaista viikkoa.
Koska vuoden 2030 ensimmäinen päivä on tiistai, on 1001 päivän kuluttua myös tiistai.

Vastaus: tiistai

b) a-kohdan mukaan vuoden 2030 ensimmäinen päivä on tiistai. Lasketaan tämän tiedon avulla vuoden 2100 vuoden ensimmäinen viikonpäivä.
Vuodet 2040, 2044, 2048, …, 2092 ja 2096 ovat karkausvuosia.
$\dfrac{2096 - 2040}{4} + 1 = 15,$ joten tutkittavaan ajanjaksoon sisältyy 15 karkausvuotta. Tutkittavassa ajanjaksossa on siis $70 \cdot 365 + 15 = 25\ 565$ päivää.

Lasketaan, kuinka monta viikkoa 25 565:ssa vuorokaudessa on.
$\dfrac{25\ 565}{7} = 3652{,}142...,$ joten tutkittavassa ajanjaksossa on 3652 kokonaista viikkoa.
$25\ 565 - 3652 \cdot 7 = 1$, joten tutkittavassa ajanjaksossa on 3652 kokonaista viikkoa ja 1 päivä. Yhden päivän kuluttua tiistaista on keskiviikko, joten vuoden 2100 ensimmäinen päivä on keskiviikko.

Vastaus: keskiviikko

32A. **a)** Omenan C-vitamiinipitoisuus on

$\frac{4{,}0\ \text{mg}}{100\ \text{g}} = \frac{0{,}004\ \text{g}}{100\ \text{g}} = 0{,}00004 = 0{,}004\,\%.$ Persikan C-vitamiinipitoisuus on $\frac{7{,}0\ \text{mg}}{100\ \text{g}} = \frac{0{,}007\ \text{g}}{100\ \text{g}} = 0{,}00007 = 0{,}007\,\%.$

C-vitamiinipitoisuusprosenttien erotus on 0,007 − 0,004 = 0,003, joten persikan C-vitamiinipitoisuus on 0,003 prosenttiyksikköä suurempi kuin omenan C-vitamiinipitoisuus.

Vastaus: 0,003 prosenttiyksikköä

b) Omenan massa on 175 g, mikä on 1,75-kertainen määrä 100 g:aan nähden. Omenassa on siis $1{,}75 \cdot 1{,}8\ \text{g} = 3{,}15\ \text{g} \approx 3{,}2\ \text{g}$ kuitua.

Persikan massa on 135 g, mikä on 1,35-kertainen määrä 100 g:aan nähden. Persikassa on siis $1{,}35 \cdot 2{,}1 = 2{,}835\ \text{g} \approx 2{,}8\ \text{g}$ kuitua.

Koska $\frac{3{,}15}{2{,}835} = 1{,}111\ldots,$ omenassa on

$111{,}1\ldots\ \% - 100\ \% = 11{,}1\ldots\ \% \approx 11\ \%$ enemmän kuitua kuin persikassa.

Vastaus: omenassa, 11 % enemmän

33A. **a)** Koska $\frac{4}{3}:\frac{4}{9}=\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\cdot\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{4}_{1}}=3,$ niin $\frac{4}{3}$ on 300 % luvusta $\frac{4}{9}$. Se on siis

300 % − 100 % = 200 % suurempi kuin $\frac{4}{9}$.

Vastaus: 200 %

b) Merkitään lukua kirjaimella a, jolloin $\frac{2}{5}$ luvusta on $\frac{2}{5}a$.

$\frac{\cancel{a}^{1}}{\frac{2}{5}\cancel{a}_{1}}=1:\frac{2}{5}=1\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{2}=2,5,$ joten luku on 250 % kahdesta viidesosastaan.

Vastaus: 250 %

34A. Merkitään alkuperäistä hintaa kirjaimella a.
Kun hintaa korotetaan 45 %, uudeksi hinnaksi tulee $1{,}45a$.
Kun tämän jälkeen hintaa korotetaan 62 %, lopulliseksi hinnaksi tulee
$1{,}62 \cdot 1{,}45a = 2{,}349a$.

Jos alkuperäistä hintaa korotetaan ensin 62 % ja sitten 45 %, lopulliseksi hinnaksi tulee vastaavalla tavalla $1{,}45 \cdot 1{,}62a = 2{,}349a$. Lopullinen hinta ei siis riipu korotusten järjestyksestä.

Lopullinen hinta on 234,9 % alkuperäisestä hinnasta, joten hinta nousee yhteensä 234,9 % − 100 % = 134,9 %.

Vastaus: 134,9 %

35B. Hammastahnan alkuperäinen yksikköhinta on $\frac{1{,}50\ €}{100\ \text{ml}} = 0{,}015\,\frac{€}{\text{ml}}$.

Putkilon uusi tilavuus on 1,25 · 100 ml = 125 ml ja uusi hinta
1,4 · 1,50 € = 2,1 €. Uusi yksikköhinta on siis $\frac{2{,}10\ €}{125\ \text{ml}} = 0{,}0168\,\frac{€}{\text{ml}}$.

$\frac{0{,}0168}{0{,}015} = 1{,}12$, joten uusi yksikköhinta on 112 % vanhasta. Yksikköhinta nousee siis 112 % − 100 % = 12 %.

Vastaus: 12 %

36A. **a)** Merkitään osakkeen alkuperäistä arvoa kirjaimella a.
Koska 100 % − 46 % = 54 %, niin osakkeen arvo tuli muutoksissa 0,54-kertaiseksi, 1,15-kertaiseksi ja 1,34-kertaiseksi.
Osakkeen arvo oli muutosten jälkeen
$a \cdot 0{,}54 \cdot 1{,}15 \cdot 1{,}34 = 0{,}832\ldots a < a$, joten arvo oli muutosten jälkeen pienempi kuin ennen muutoksia.

Vastaus: pienempi

b) Ennen viimeistä nousua osakkeen arvo oli $a \cdot 0{,}54 \cdot 1{,}15 = 0{,}621a$.

Koska $\frac{\overset{1}{\cancel{a}}}{0{,}621\underset{1}{\cancel{a}}} = \frac{1}{0{,}621} = 1{,}610...,$ niin osakkeen alkuperäinen arvo on 161,0… % sen arvosta ennen viimeistä nousua. Jälkimmäisen nousun olisi siis pitänyt olla 161,0… % − 100 % = 61,0… % ≈ 61 %, jotta osakkeen arvo olisi palannut alkuperäiselle tasolle.

Vastaus: 61 %

37A. Sievennetään lausekkeet.

a) $$\frac{x^2}{3x}+\frac{\overset{1}{\cancel{2}}(1-x)}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{x}{3}+\frac{1-x}{3}=\frac{x+1-x}{3}=\frac{1}{3}$$

Vastaus: $\frac{1}{3}$

b) $$\frac{(x+2)(x-2)}{x^2-4}=\frac{x^2-2x+2x-4}{x^2-4}=\frac{x^2-4}{x^2-4}=1$$

Vastaus: 1

c) $$\frac{x^{3+n}x^{4+n}}{x^7}=\frac{x^{3+n+4+n}}{x^7}=\frac{x^{2n+7}}{x^7}=x^{2n+7-7}=x^{2n}$$

Vastaus: x^{2n}

38A. **a)** Taulukoidaan alennusprosentit.

Ostoksen kokonaissumma (€)	Alennus (€)	Alennus (%)
50	5	$\frac{5}{50}=10$
100	15	$\frac{15}{100}=15$
300	40	$\frac{40}{300}\approx 13$
600	100	$\frac{100}{600}\approx 17$

Vastaus:

Ostoksen kokonaissumma (€)	Alennus (%)
50	10
100	15
300	13
600	17

b) Riston saama alennus on 5 € ja alennusprosentti

$$\frac{5}{80}=0,0625=6,25\ \%.$$

Maurin saama alennus on 15 € ja alennusprosentti

$$\frac{15}{200}=0,075=7,5\ \%.$$

Alennusprosenttien ero on 7,5 − 6,25 = 1,25 prosenttiyksikköä.

Vastaus: 1,25 prosenttiyksikköä

c) Jos Risto ja Mauri olisivat yhdistäneet ostoksensa, ostosten kokonaissumma olisi ollut 80 € + 200 € = 280 €. Tällöin alennus olisi ollut 40 € ja alennusprosentti $\frac{40}{280}=0,14285...=14,285...\ \%\approx 14\ \%$.

Vastaus: 14 %

39A. **a)** Luvut ovat toistensa vastalukuja, jos niiden summa on nolla. Lasketaan lukujen $\frac{21}{17}$ ja $-1\frac{16}{68}$ summa.

$$\frac{21}{17}+\left(-1\frac{16}{68}\right)=\frac{21}{17}-\frac{68+16}{68}=\frac{21}{17}-{}^{(4}\frac{84}{68}=\frac{21}{17}-\frac{21}{17}=0$$

Koska lukujen $\frac{21}{17}$ ja $-1\frac{16}{68}$ summa on 0, ne ovat vastalukuja.

Vastaus: –

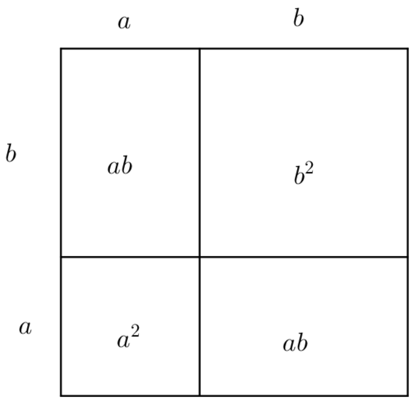
b) Lasketaan lukujen $2\frac{3}{5}$ ja $\frac{15}{39}$ tulo.

$$2\frac{3}{5}\cdot{}^{(3}\frac{15}{39}=\frac{13}{5}\cdot\frac{5}{13}=1$$

Koska lukujen $2\frac{3}{5}$ ja $\frac{15}{39}$ tulo on 1, ne ovat käänteislukuja.

Vastaus: –

40A. Geometrisesti kahden luvun tulo vastaa sellaisen suorakulmion pinta-alaa, jonka sivujen mitat ovat tulon tekijöitä. Merkitään pienemmän neliön sivua kirjaimella a ja suuremman neliön sivua kirjaimella b.



Koska suurimman neliön sivun pituus on $a + b$, on neliön pinta-ala $(a + b)^2$. Toisaalta kuvion koostuu kahdesta neliöstä, joiden pinta-alat ovat a^2 ja b^2, ja kahdesta yhtä suuresta suorakulmiosta, joiden yhteispinta-ala on $2ab$, on kuvion kokonaispinta-ala $a^2 + 2ab + b^2$.
Näin ollen $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Vastaus: –

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

41A. Jos vaihdetaan jokainen polynomin $P(x) = x^2 + 3x - 5$ termien etumerkeistä, saadaan polynomi $Q(x) = -x^2 - 3x + 5$. Lasketaan nämä kaksi polynomia yhteen:
$P(x) + Q(x) = (x^2 + 3x - 5) + (-x^2 - 3x + 5) = x^2 + 3x - 5 -x^2 - 3x + 5 = 0$

Polynomin $P(x)$ vastapolynomi on siis $-x^2 - 3x + 5$.

Vastaus: $-x^2 - 3x + 5$

42A. **a)** Lavennetaan lausekkeet $\frac{1}{x-1}$ ja $\frac{1}{x+1}$ samannimisiksi, jonka jälkeen yhdistetään osoittajat.

$$
\begin{aligned}
&{}^{x+1)}\frac{1}{x-1}-{}^{x-1)}\frac{1}{x+1}\\
&=\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}-\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}\\
&=\frac{x+1-(x-1)}{(x+1)(x-1)}\\
&=\frac{x+1-x+1}{x^2+x-x-1}\\
&=\frac{2}{x^2-1}
\end{aligned}
$$

Vastaus: $\frac{2}{x^2-1}$

b) Jakolasku lasketaan kertomalla jaettava jakajan käänteisluvulla.

$$
\begin{aligned}
&\frac{a+3}{a}:\frac{3a+9}{2a}\\
&=\frac{a+3}{a}\cdot\frac{2a}{3a+9}
\end{aligned}
$$

Jaetaan nimittäjä tekijöihin, jolloin lauseke saadaan muotoon
$\frac{a+3}{a}\cdot\frac{2a}{3(a+3)}$.

Lauseke a + 3 esiintyy kertolaskussa sekä osoittajassa että nimittäjässä, joten se supistuu pois. Samoin käy lausekkeelle a. Sievennettävä lauseke saadaan tällöin muotoon
$\frac{1}{1}\cdot\frac{2\cdot1}{3}=\frac{2}{3}$.

Vastaus: $\frac{2}{3}$

43A. **a)** Sievennetään lauseke.

$(2a+b)^2-(2a-b)^2$
$=(2a+b)(2a+b)-(2a-b)(2a-b)$
$=4a^2+2ab+2ab+b^2-(4a^2-2ab-2ab+b^2)$
$=4a^2+4ab+b^2-(4a^2-4ab+b^2)$
$=4a^2+4ab+b^2-4a^2+4ab-b^2$
$=8ab$

Sijoitetaan lausekkeeseen $ab=2$.
$8\cdot 2=16$

Vastaus: 16

b) Lasketaan lausekkeen $\dfrac{a^2-b^2}{a-b}$ arvo, kun $a=1$ ja $b=\dfrac{1}{2}$.

$$\frac{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{\cancelto{2}{4}}\cdot\frac{\cancelto{1}{2}}{1}=\frac{3}{2}$$

Vastaus: $\dfrac{3}{2}$

c) Käytetään apuna tietoa $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

$(2a+b)^2-(2a-b)^2$
$=(2a)^2+2\cdot 2a\cdot b+b^2-[(2a)^2+2\cdot 2a\cdot(-b)+(-b)^2]$
$=4a^2+4ab+b^2-(4a^2-4ab+b^2)$
$=4a^2+4ab+b^2-4a^2+4ab-b^2$
$=8ab$

Sijoitetaan lausekkeeseen $ab=2$.
$8\cdot 2=16$

Vastaus: 16

d) Käytetään apuna tietoa $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

$$\frac{a^2-b^2}{a-b}=\frac{(a+b)(a-b)}{a-b}$$

Koska lauseke $a+b$ kerrotaan ja jaetaan samalla lausekkeella $a-b$, niin lauseke $a-b$ supistuu pois ja lauseke sievenee muotoon $a+b$.

Sijoitetaan sievennettyyn lausekkeeseen $a=1$ ja $b=\frac{1}{2}$.

$a=1$ ja $b=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

Vastaus: $\frac{3}{2}$

44A. Sijoittamalla lausekkeeseen $\frac{a(a-1)}{x}+ax$ muuttujan x paikalle lauseke $a-1$ saadaan $\frac{a(a-1)}{a-1}+a(a-1)$.

Lausekkeen alkuosassa $\frac{a(a-1)}{a-1}$ on luku a kerrottuna ja jaettuna samalla lausekkeella $a-1$, joten lauseke $a-1$ supistuu pois. Sievennetään jäljelle jäänyt lauseke.

$$a+a(a-1)=a+a^2-a=a^2$$

Lausekkeen arvo on siis a^2.

Vastaus: a^2

45A. Merkitään kappaleen alkuperäistä massaa kirjaimella m ja alkuperäistä tilavuutta kirjaimella V. Uusi massa on tällöin $0{,}88m$ ja uusi tilavuus $1{,}12V$.

Kappaleen alkuperäinen tiheys on ρ, ja uusi tiheys on

$$\frac{0{,}88m}{1{,}12V}=\frac{0{,}88}{1{,}12}\frac{m}{V}=\frac{0{,}88}{1{,}12}\rho=0{,}78571...\rho.$$

Uusi tiheys on 78,5… % vanhasta tiheydestä, joten tiheys on pienentynyt 100 % − 78,571… % = 21,428… % ≈ 21 %.

Vastaus: pienenee 21 %

46A. Esitetään 5-järjestelmän luku 41302_5 10-järjestelmässä.
$4 \cdot 5^4 + 1 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 2702_{10}$

Siis $41302_5 = 2702_{10}$.

Etsitään suurin luvun 2 potenssi, jonka arvo on korkeintaan 2702.
$2^{11} = 2048 > 2702$
$2^{12} = 4096 > 2702$

Suurin luvun 2 potenssi, jonka arvo on korkeintaan 2702, on siis 2^{11}.
2-järjestelmässä esitettynä 10-järjestelmän luvussa 2702 on siis $11 + 1 = 12$ numeroa. Numeroista kukin on potenssin 2^n kerroin, jossa $n = 0, 1, \ldots, 11$. Luku 1 on potenssin 2^{11} kerroin. Selvitetään muiden potenssien kertoimet.

$2702 - 2^{11} = 654$
$654 - 2^{10} = -370 < 0$, joten potenssin 2^{10} kerroin on 0.
$654 - 2^9 = 142 \geq 0$, joten potenssin 2^9 kerroin on 1.
$142 - 2^8 = -114 < 0$, joten potenssin 2^8 kerroin on 0.
$142 - 2^7 = 14 \geq 0$, joten potenssin 2^7 kerroin on 1.
$14 - 2^6 = -50 < 0$, joten potenssin 2^6 kerroin on 0.
$14 - 2^5 = -18 < 0$, joten potenssin 2^5 kerroin on 0.
$14 - 2^4 = -2 < 0$, joten potenssin 2^4 kerroin on 0.
$14 - 2^3 = 6 \geq 0$, joten potenssin 2^3 kerroin on 1.
$6 - 2^2 = 2 \geq 0$, joten potenssin 2^2 kerroin on 1.
$2 - 2^1 = 0 \geq 0$, joten potenssin 2^1 kerroin on 1.
$0 - 2^0 = -1 < 0$, joten potenssin 2^0 kerroin on 0.

Tarkistetaan:
$1 \cdot 2^{11} + 0 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3$
$+ 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
$= 2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^3 + 2^2 + 2^1$
$= 2702$

Siis $41302_5 = 101\ 010\ 001\ 110_2$.

Vastaus: 2702_{10} ja $101\ 010\ 001\ 110_2$

47B. **a)** Koska $\frac{1}{1}=\frac{8}{8}>\frac{5}{8}>\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$, luku $\frac{1}{2}$ on suurin mahdollinen yhteenlaskettava.

$\frac{5}{8}-{}^{4)}\frac{1}{2}=\frac{5}{8}-\frac{4}{8}=\frac{1}{8}$, joten toinen yhteenlaskettava on $\frac{1}{8}$.

Siis $\frac{5}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$.

Vastaus: $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$

b) Koska ${}^{2)}\frac{5}{13}-{}^{13)}\frac{1}{2}=\frac{10}{26}-\frac{13}{26}=-\frac{3}{26}$, luku $\frac{1}{2}$ on liian suuri yhteenlaskettavaksi.

${}^{3)}\frac{5}{13}-{}^{13)}\frac{1}{3}=\frac{15}{39}-\frac{13}{39}=\frac{2}{39}$, joten suurin mahdollinen yhteenlaskettava on $\frac{1}{3}$.

$\frac{2}{39}-\frac{1}{19}=\frac{2}{39}-\frac{2}{38}<0$, joten $\frac{1}{19}$ on liian suuri toiseksi yhteenlaskettavaksi, jos ensimmäinen yhteenlaskettava on $\frac{1}{3}$.

${}^{20)}\frac{2}{39}-{}^{39)}\frac{1}{20}=\frac{40}{780}-\frac{39}{780}=\frac{1}{780}$, joten jos ensimmäinen yhteenlaskettava on $\frac{1}{3}$, niin toinen yhteenlaskettava on $\frac{1}{20}$ ja kolmas $\frac{1}{780}$.

Siis $\frac{5}{13}=\frac{1}{3}+\frac{1}{20}+\frac{1}{780}$

Vastaus: $\frac{1}{3}+\frac{1}{20}+\frac{1}{780}$

48A. Sievennetään lauseke.
$(n+4)^2 - n^2 = (n+4)(n+4) - n^2 = n^2 + 4n + 4n + 16 - n^2 = 8n + 16$

Koska $8 \cdot n = 8n$ ja $8 \cdot 2 = 16$, lauseke $8n + 16$ voidaan kirjoittaa muotoon $8(n+2)$.

Koska luvussa $8(n+2)$ on tulon tekijänä luku 8, on luku $8(n+2)$ jaollinen luvulla 8. Näin ollen myös luku $8(n+2) = (n+4)^2 - n^2$ on jaollinen luvulla 8.

Luku $(n+4)^2 - n^2$ on jaollinen luvulla 16, jos $n+2$ on jaollinen luvulla 2. Näin käy täsmälleen silloin, kun n on jaollinen luvulla 2, eli kun n on parillinen.

Vastaus: kun n on parillinen

49A. Luvut $2^{77\,232\,917} - 1$, $2^{77\,232\,917}$ ja $2^{77\,232\,917} + 1$ ovat peräkkäisiä kokonaislukuja, joten niistä täsmälleen yksi on kolmella jaollinen.

Koska luku $2^{77\,232\,917} - 1$ on alkuluku, se ei ole kolmella jaollinen.
Koska luvun $2^{77\,232\,917}$ tekijöinä on vain kakkosia, se ei ole kolmella jaollinen.
Koska kumpikaan luvuista $2^{77\,232\,917} - 1$ ja $2^{77\,232\,917}$ ei ole kolmella jaollinen, niin luku $2^{77\,232\,917} + 1$ on kolmella jaollinen.

Vastaus: kolmella

50A. **a)** Koska $5 \geq 0$, niin luvun 5 itseisarvo on $|5| = 5$.

Vastaus: 5

b) Koska $-73 < 0$, niin luvun -73 itseisarvo on $|-73| = -(-73) = 73$.

Vastaus: 73

c) Lausekkeen $x + 2$ itseisarvo riippuu siitä, onko lausekkeen arvo ei-negatiivinen vai negatiivinen.

Jos $x \geq -2$, niin $x + 2 \geq 0$. Tällöin $|x + 2| = x + 2$.

Jos $x < -2$, niin $x + 2 < 0$. Tällöin $|x + 2| = -(x + 2) = -x - 2$.

Vastaus:

$$|x+2| = \begin{cases} x+2, & \text{kun } x \geq -2 \\ -x-2, & \text{kun } x < -2 \end{cases}$$