

8. Mekaaninen aaltoliike

Tehtävä 8.1.

Oikeat vastaukset:

a) B

b) C

c) A

d) A

e) B

f) B

Tehtävä 8.2

- a) Aalto etenee häiriönä väliaineessa. Mekaaninen energia siirtyy värähtelijältä toiselle rakenneosasten vuorovaikutuksen ansiosta.
- b) Pitkittäisessä aaltoliikkeessä rakenneosaset värähtelevät aallon kulkusuunnassa. Poikittaisessa aaltoliikkeessä värähdysliike on aallon kulkusuuntaan nähden poikittaista liikettä.

Tehtävä 8.3.

- a) Poikittainen mekaaninen aaltoliike ei voi edetä nesteen tai kaasun sisässä. Rakennneosasten vuorovaikutus ei ole riittävän voimakas palauttamaan esimerkiksi liikkeelle lähtenyttä vesimolekyyliä takaisin lähtöpaikalleen. Kiinteissä aineissa rakenneosasten vuorovaikutus on voimakkaampi ja aalto voi edetä poikittaisena aaltoliikkeenä.
- b) Rakenneosasten väliset vuorovaikutukset vaikuttavat aallon etenemisnopeuteen. Mitä nopeammin värähtelyn energia siirtyy rakenneosaselta toiselle, sitä nopeammin mekaaninen aalto kulkee väliaineessa.

Tehtävä 8.4

a) Aallonpituuden eli kahden aallonharjan välinen etäisyys on $\lambda = 3,0 \text{ m}$

b) Amplitudi on värähtelijän suurin poikkeama tasapainoasemasta. Amplitudi eli värähtelyn laajuus $A = 0,14 \text{ m}$

c) Aallon nopeus eli sen siirtymä yhden sekunnin aikana $v = 6,0 \text{ m/s}$

d) Aallon taajuus voidaan laskea aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{6,0 \text{ m/s}}{3,0 \text{ m}} = 2,0 \text{ Hz.}$$

Tehtävä 8.5

- a) aallon taajuus $f = 34 \text{ Hz}$
aallonpituus $\lambda = 1,2 \text{ m}$

Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan aallon nopeus on
 $v = f\lambda = 34\text{Hz} \cdot 1,2\text{m} = 40,8\text{m/s} \approx 41\text{m/s}$.

- b) aallon nopeus $v = 5100 \text{ m/s}$
aallonpituus $\lambda = 116 \text{ m}$

Ratkaistaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä taajuus

$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5100 \text{ m/s}}{116 \text{ m}} = 43,9655 \text{ Hz} \approx 44,0 \text{ Hz}.$$

Tehtävä 8.6

aallon taajuus $f = 440 \text{ Hz}$

aallon nopeus ilmassa $v = 343 \text{ m/s}$

aallon nopeus vedessä $v = 1\,484 \text{ m/s}$

a) Aallon taajuus riippuu vain värähtelijästä. Aallon taajuus ei muutu rajapinnan ylityksessä, joten taajuus $f = 440 \text{ Hz}$

b) Ratkaistaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä aallonpituus

$$v = f\lambda$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{440 \text{ Hz}} = 0,779\,54 \text{ m} \approx 0,78 \text{ m}.$$

c) Ratkaistaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä aallonpituus

$$v = f\lambda$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1\,484 \text{ m/s}}{440 \text{ Hz}} = 3,3727 \text{ m} \approx 3,4 \text{ m}.$$

Tehtävä 8.7

- a) Kuvien A ja D interferenssiaaltoa esittää kuvan C aalto.

- b) Kahden kuvan A aallon interferenssiaaltoa esittää kuvan B aalto.

- c) Kuvien B ja D interferenssiaaltoa esittää kuvan A aalto.

Tehtävä 8.8

- a) Destruktiivinen interferenssi tarkoittaa vaimentavaa interferenssiä. Jos aallot ovat samanlaiset ja vastakkaisissa vaiheissa, niiden muodostaman summa-aallon amplitudi on nolla.
- b) Konstruktiivinen interferenssi tarkoittaa vahvistavaa interferenssiä. Jos kohtaavat aallot ovat samanlaiset ja samassa vaiheessa, on summa-aallon amplitudi kaksikertainen yhden aallon amplitudiin verrattuna.

Tehtävä 8.9

- a) Kun aalto etenee vedessä, yksittäiset värähtelijät liikkuvat ympyrän tai ellipsin muotoista rataa. Yksittäinen vesimolekyyli liikkuu siis lähinnä oman paikkansa ympärillä. Vesimolekyylit eivät siirry aallon mukana.
- b) Hyökyaalto on epätavallisen korkea aalto, joka syntyy yllättäen ja ennustamatta. Hyökyaalto voi olla jopa 50 m korkea.

Tehtävä 8.10

- a) Jousessa kaksi pulssia kohtaa, jolloin havaitaan aalto, joka on superpositioperiaatteen mukaisesti pulssien summa. Kyseessä on interferenssi.

- b) Aallot jatkavat kohtaamisen jälkeen kulkuaan kuten ennen kohtaamista.

- c) Molemmat aallot kulkevat yhtä suurella nopeudella, sillä samassa jousessa aina tietyllä, samalla nopeudella.

Tehtävä 8.11

10 värähdyksen aika $t = 18 \text{ s}$

laiturin leveys $l = 2,2 \text{ m}$

Värähtelyn jaksonaika $T = \frac{18 \text{ s}}{10} = 1,8 \text{ s}$

Ratkaistaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä aallon nopeus

$$v = f\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{2,2 \text{ m}}{1,8 \text{ s}} = 1,2222 \text{ m/s} \approx 1,2 \text{ m/s}.$$

Tehtävä 8.12

äänen nopeus $v = 340 \text{ m/s}$

äänen taajuus $f = 20 \text{ Hz}$

a) Ratkaistaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä aallonpituus

$$v = f\lambda$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m/s}}{20 \text{ Hz}} = 17 \text{ m.}$$

b) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaisesti $v = f\lambda$. Koska aallon nopeus riippuu väliaineen ominaisuuksista, aallon nopeus ei muutu, vaikka taajuus muuttuisi. Aallon nopeus pysyy samana eli aallon taajuuden ja aallonpituuden tulo pysyy samana. Jos taajuus kasvaa, aallonpituus pienenee.

Tehtävä 8.13.

äänen nopeus vedessä $v_{\text{vesi}} = 1\,480\text{ m/s}$

äänen nopeus jäässä $v_{\text{jää}} = 3\,280\text{ m/s}$

a) Aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$, jossa f on äänen taajuus ja λ on aallonpituus, perusteella aallonpituus on $\lambda = \frac{v}{f}$. Aallonpituus vedessä ja jäässä on

$$\lambda_{\text{vesi}} = \frac{v_{\text{vesi}}}{f} = \frac{1\,480\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\,000\text{ Hz}} = 0,37\text{ m} \text{ ja } \lambda_{\text{jää}} = \frac{v_{\text{jää}}}{f} = \frac{3\,280\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\,000\text{ Hz}} = 0,82\text{ m}.$$

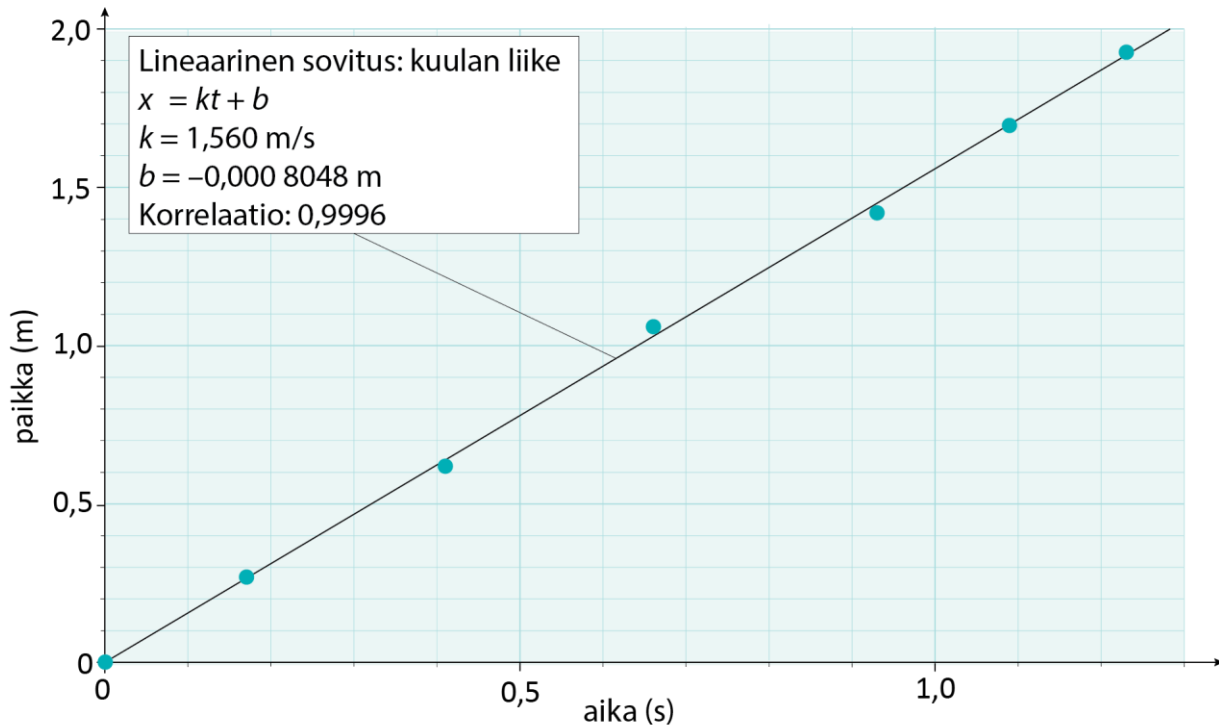
Verrataan aallonpituuksia toisiinsa. $\frac{\lambda_{\text{jää}}}{\lambda_{\text{vesi}}} = \frac{0,82\text{ m}}{0,37\text{ m}} \approx 2,2$

Äänen aallonpituus on jäässä 2,2-kertainen verrattuna äänen aallonpituuteen vedessä.

b) Ääni on mekaaninen aalto, jonka eteneminen perustuu siihen, että värähtelevä rakenneosanen siirtää energiaa rakenneosaselta toiselle niiden välisen kytkennän ansiosta. Mitä nopeammin energiaa siirtyy rakenneosaselta toiselle, sitä suurempi on aallon nopeus. Kiinteissä aineissa atomien väliset sidokset ovat pysyvämpiä ja siksi atomien väliset kytkennät ovat voimakkaammat kuin nesteissä. Kiinteässä jäässä rakenneosaset värähtelevät paikoillaan ja siten mahdollistavat energian nopean siirtymisen rakenneosaselta toiselle. Saman aineen kiinteässä olomuodossa ääni siis kulkee nopeammin kuin nesteessä.

Tehtävä 8.14.

a)



b) Nopeus saadaan (t, x) -koordinaatiston mittauspisteisiin sovitetun suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta. Aallon nopeus on $v = 1,56 \text{ m/s}$

c) mitattu matka $l = 1,86 \text{ m}$

Matkalla on kolme aaltoa. Aallonpituudeksi saadaan

$\lambda = \frac{l}{3}$. Aallon taajuus saadaan aaltoliikkeen perusyhtälön avulla.

$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{l}{3}} = \frac{3v}{l} = \frac{3 \cdot 1,560 \text{ m/s}}{1,86 \text{ m}} = 2,516 \frac{1}{\text{s}} \approx 2,52 \text{ Hz}$$

Tehtävä 8.15

Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaisesti $v = f\lambda$. Koska aallon nopeus riippuu väliaineen ominaisuuksista, aallon nopeus ei muutu, vaikka taajuus muuttuisi. Aallon nopeus pysyy samana eli aallon taajuuden ja aallonpituuden tulo pysyy samana.

Tehtävä 8.16.

- a) Kun naapuriatomien siirtymät tasapainoasemasta ovat vastakkaissuuntaiset, aallonpituus on lyhimmillään. Tällöin aallonpituus on kaksi kertaa atomien etäisyys a ; toisin sanoen $\lambda_{\min} = 2a$.
- b) Koska mekaaninen aalto määritellään väliaineen rakenneosien siirtymien avulla, rakenneosien välinen etäisyys määrittelee lyhyimmän mekaanisen aallon pituuden.

Tehtävä 8.17

aallon taajuus $f = 520 \text{ Hz}$

aallon nopeus $v = 310 \text{ m/s}$.

amplitudi $A = 2,0 \text{ mm}$?

a) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaisesti $v = f\lambda$. Ratkaistaan aallonpituus.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{310 \text{ m/s}}{520 \text{ Hz}} = 0,596154 \text{ m} \approx 0,60 \text{ m}$$

b) Värähtelijä liikkuu puolen jaksonajan $t = \frac{1}{2}T$ aikana kahden amplitudin matkan $s = 2A$. Ratkaistaan tasaisen liikkeen yhtälöstä $s = vt$ nopeus.

$$s = vt$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$= \frac{2A}{\frac{1}{2}T}$$

$$= \frac{4A}{T} \quad \left\| \frac{1}{T} = f \right.$$

$$= 4Af$$

$$= 4 \cdot 2,0 \text{ mm} \cdot 520 \text{ Hz}$$

$$= 4,160 \text{ m/s} \approx 4,2 \text{ m/s}$$

c) Jos värähtelijöiden vaihe-ero olisi 2π , niin värähtelijät olisivat samassa vaiheessa. Niiden vaakasuuntainen etäisyys olisi tällöin λ .

Kun värähtelijöiden vaihe-ero on $\frac{\pi}{2}$, värähtelijöiden vaakasuuntainen välimatka on $\frac{\lambda}{4}$. Pystysuunnassa värähtelijöiden välimatka on tällöin A .

Värähtelijöiden välinen etäisyys saadaan Pythagoraan lauseella.

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\left(\frac{1}{4}\lambda\right)^2 + A^2} = \sqrt{\left(\frac{v}{4f}\right)^2 + A^2} = \sqrt{\left(\frac{310\text{ m/s}}{4 \cdot 520\text{ Hz}}\right)^2 + (0,002\text{ m})^2} \\ &= 14,905188\text{ cm} \\ &\approx 14,9\text{ cm}\end{aligned}$$

Tehtävä 8.18.

punnuksen massa $m = 15 \text{ kg}$

narun pituus $l = 100 \text{ m}$

punnuksen nopeus $v = 1,2 \text{ m/s}$

narun massa $m_n = 3,3 \text{ kg}$

reaktioaika $t = 1,0 \text{ s}$

Pulssin nopeus narussa voidaan laskea yhtälöstä $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$,

jossa $\mu = \frac{m_n}{l}$. Punnus laskeutuu kaivoon tasaisella

nopeudella, joten narua jännittävä voima on yhtä suuri kuin punnuksen paino eli $F = G = mg$.

Nopeus on

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{G}{\frac{m_n}{l}}} = \sqrt{\frac{mgl}{m_n}} = \sqrt{\frac{15\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 \cdot 100\text{m}}{3,3\text{kg}}} = 66,776\ 43\text{m/s} \approx 67\text{m/s}.$$

Tehtävä 8.19.

- a) Tsunami syntyy paikallisesta vesimassan liikkeestä, jonka voi aiheuttaa esimerkiksi vedenalainen maanjäristys.
- b) Tsunamia on vaikea havaita syvän meren kohdalla, koska tsunamin aallonkorkeus ei ole siellä huomiota herättävän korkea.
- c) Aallon nopeus riippuu meren syvyydestä $h = 4\,000\text{ m}$ ja putoamiskiihtyvyydestä $g = 9,81\text{ m/s}^2$ aineistossa olevan yhtälön mukaisesti. Aallon nopeus on

$$v = \sqrt{gh} = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\,000\text{ m}} = 198,091 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 710 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

- d) Vesi koostuu molekyyleistä (H_2O), joiden välisten kytkentöjen vuoksi energia siirtyy molekyyliltä toiselle. Kun molekyyli liikkuu edestakaisin, se saa viereiset molekyylit liikkeelle.

e) Rannikolla meri ei ole niin syvä kuin ulkomerellä. Mallin $v = \sqrt{gh}$ avulla voidaan ennustaa, että kun rannikon lähellä meren syvyys h pienenee, myös aallon nopeus v pienenee. Aaltolähde määrää aallon taajuuden, joten koska aallon taajuus f pysyy samana, niin aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaisesti myös aallonpituus λ pienenee, kun aalto lähestyy rantaa. Lyhentynyt aallonpituus tarkoittaa, että aallon pitää puristua pienempään alueeseen, jolloin vesipatjan korkeus kasvaa.

Tehtävä 8.20.

edestakaisten liikkeiden määrä $n = 19$

edestakaisiin liikkeisiin kulunut aika $t = 5,93 \text{ s}$

a) Koska jousta liikuteltiin jousen pituussuunnassa edestakaisin (1 p), syntyi jouseen pitkittäinen aaltoliike. (1 p)

b) Mekaanisen aallon taajuus riippuu aaltolähteen taajuudesta. (1 p) Aallon taajuus on

$$f = \frac{n}{t} = \frac{19}{5,93 \text{ s}} = 3,204 \text{ 05 Hz} \approx 3,20 \text{ Hz. (2 p)}$$

c) aallon matka $s = 1,84 \text{ m}$

aallon etenemisaika $t = 1,74 \text{ s}$

Aalto etenee väliaineessa tasaisessa liikkeessä. Aallon nopeus on

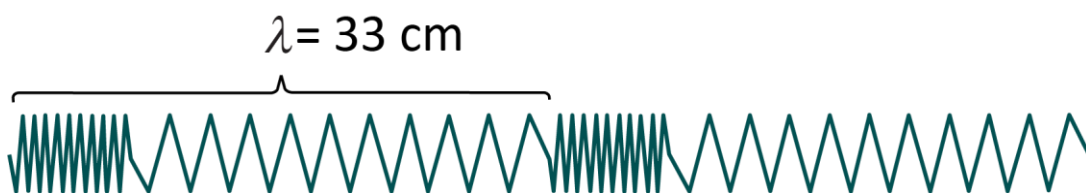
$$v = \frac{s}{t} = \frac{1,84 \text{ m}}{1,74 \text{ s}} = 1,05747 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (2 \text{ p})$$

Aallonpituus ratkaistaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä.

$$v = f\lambda$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{\frac{s}{t}}{f} = \frac{s}{ft} = \frac{1,84 \text{ m}}{\frac{19}{5,93 \text{ s}} \cdot 1,74 \text{ s}} = 0,330042 \text{ m} \approx 33 \text{ cm} \quad (2 \text{ p})$$

d)



(pitkittäinen aaltoliike 1 p, kahden samanvaiheisen värähtelijän välimatka piirretty kuvaan ja merkitty aallonpituus 1 p)

- e) Kun jousen kireys pysyy samana, mekaanisen aallon nopeus ei muutu. (2 p) Aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaan aallon taajuus ja aallonpituus ovat kääntäen verrannollisia. Kun aallon taajuus suurenee, aallonpituus pienenee. (2 p)
- f) Kun jouta kiristetään, mekaanisen aallon etenemisnopeus jousessa kasvaa. (1 p) Kun taajuus ei muutu, aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaan aallon nopeuden kasvaessa myös aallonpituus kasvaa. (2 p)