

12. Seisova aaltoliike

Tehtävä 12.1.

Oikeat vastaukset:

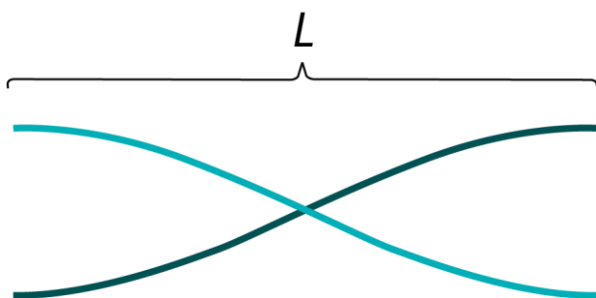
- a) B
- b) C
- c) C
- d) B
- e) A

Tehtävä 12.2.

- a) Solmut ovat seisovan aallon paikallaan pysyviä kohtia.
Kuvut ovat aallon kohtia, joissa amplitudi on suurin.
- b) Solmuja on viisi ja kupuja neljä.

Tehtävä12.3.

a) Tilanteessa syntyvä seisova aalto.

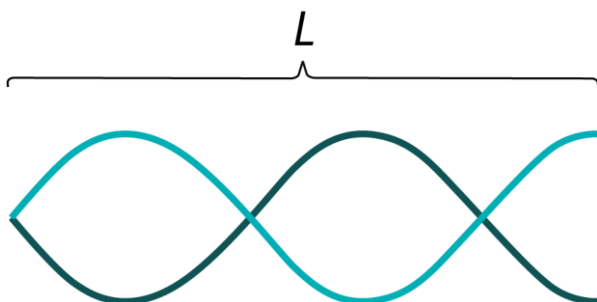


Syntyy kaksi puolikasta kupua ja yksi solmu.

Putken pituudelle L ja syntyneen seisovan aallon aallonpituudelle λ on voimassa $L = 1/2 \cdot \lambda$.

Seisovan aallon aallonpituus on $\lambda = 2L$.

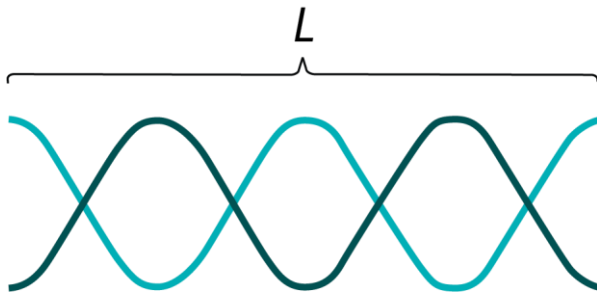
b) Mallinnetaan seisovaa aaltoa kuvuilla ja solmuilla.



Syntyy kaksi kokonaista ja yksi puolikas kupu sekä kolme solmua. Putken pituudelle L ja syntyneen seisovan aallon aallonpituudelle λ on voimassa $L = 5/4 \cdot \lambda$.

Seisovan aallon aallonpituus on $\lambda = 4/5L$.

c) Mallinnetaan seisovaa aaltoa kuvuilla ja solmuilla.



Syntyy kolme kokonaista kupua ja kaksi puolikasta kupua ja neljä solmua. Putken pituudelle L ja syntyneen seisovan aallon aallonpituudelle λ on voimassa $L = 2\lambda$.

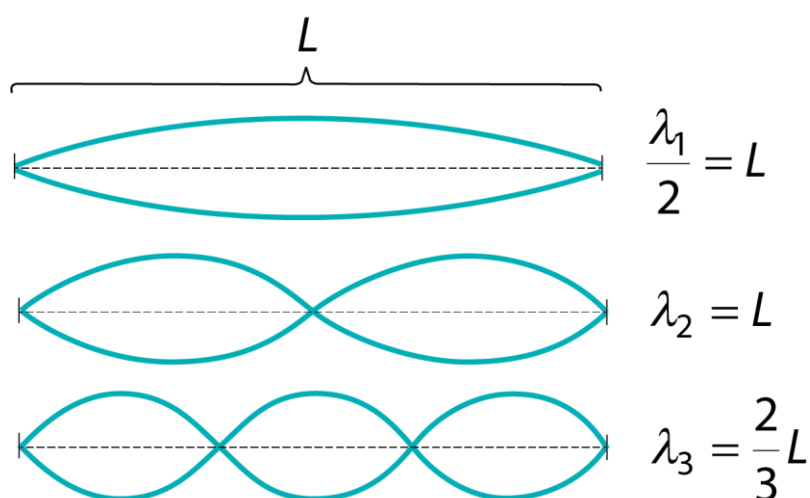
Seisovan aallon aallonpituus on $\lambda = 1/2L$.

Tehtävä 12.4.

värähtelevän kielen pituus $L = 69 \text{ cm}$

perustaajuus $f = 65,4 \text{ Hz}$

- a) Kieleen syntyvät seisovat aaltoliikkeet perustaajuudelle ja kahdelle ylätaajuudelle.



Päistään kiinnitettyyn kieleen muodostuvan seisovan aallon aallonpituus on perustaajuudella kaksi kertaa kielen pituus.

Seisovan aallon aallonpituus $\lambda_1 = 2L = 2 \cdot 0,69 \text{ m} = 1,38 \text{ m} \approx 1,4 \text{ m}$.

b) Aallon nopeus kielessä on vakio kaikille seisoville aalloille.

Ensimmäisellä ylätaajuudella aallonpituus $\lambda_2 = L = 0,69 \text{ m}$, joten aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan taajuudeksi

$$v = f_2 \lambda_2$$

$$f_1 \lambda_1 = f_2 \lambda_2$$

$$f_2 = \frac{f_1 \lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_1 2L}{L} = 2f_1 = 2 \cdot 65,4 \text{ Hz} = 130,8 \text{ Hz} \approx 131 \text{ Hz}.$$

Toisella ylätaajuudella aallonpituus

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L = \frac{2}{3} \cdot 0,69 \text{ m} = 0,46 \text{ m}, \text{ joten aaltoliikkeen}$$

perusyhtälöstä saadaan taajuudeksi

$$v = f_3 \lambda_3$$

$$f_1 \lambda_1 = f_3 \lambda_3$$

$$f_3 = \frac{f_1 \lambda_1}{\lambda_3} = \frac{f_1 2L}{\frac{2}{3}L} = 3f_1 = 3 \cdot 65,4 \text{ Hz} = 196,2 \text{ Hz} \approx 196 \text{ Hz}.$$

c) Aallon etenemisnopeus kielessä saadaan aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$v = f_1 \lambda_1$$

$$= f_1 \lambda_1 = 65,4 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot 0,69 \text{ m}$$

$$= 90,252 \text{ m/s} \approx 90 \text{ m/s}.$$

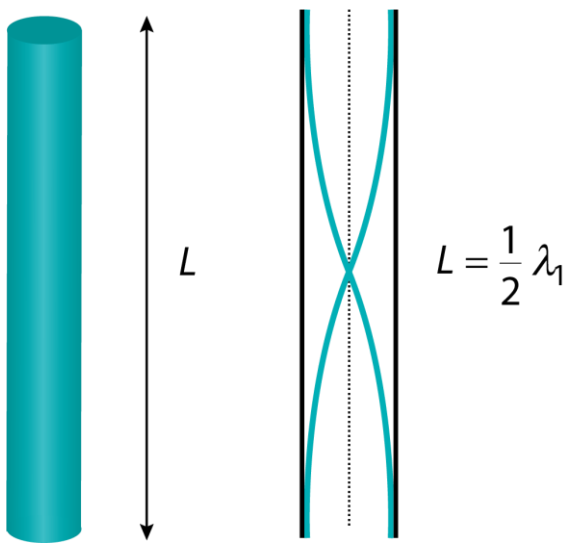
Tehtävä 12.5.

seisovan aallon pituus $L = 8,0 \cdot 0,3048 \text{ m}$

äänen nopeus ilmassa $v = 343 \text{ m/s}$

Urkupillin ilmapatsaaseen syntyy seisova aalto, jossa on kaksi kupua ja yksi solmu.

Syntyneen äänen aallonpituus on



$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2L.$$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan syntyneen äänen taajuus

$$v = f\lambda$$

$$v = f2L$$

$$f = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2 \cdot 8,0 \cdot 0,3048 \text{ m}} = 70,333 \text{ Hz} \approx 70 \text{ Hz}.$$

Tehtävä 12.6.

- a) Värähtelevä kielen pää on kiinteästi kiinnitetty eikä pääse liikkumaan. Siksi kiinteästi kiinnitetyn kielen päihin syntyy seisovan aaltoliikkeen solmu.

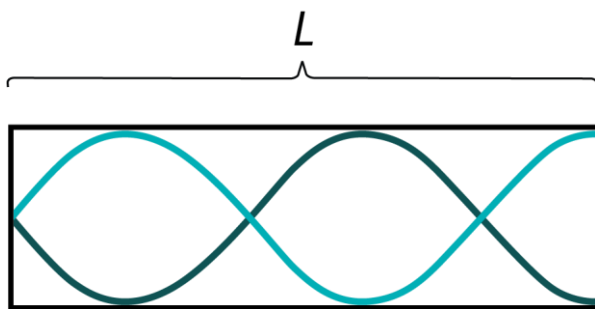
- b) Seisovan aallon kupu voi syntyä jouseen tai kieleen, missä pää pääsee vapaasti värähtelemään. Myös putkessa värähtelevään ilmapatsaaseen muodostuu kupu, jos putken pää on avoin.

Tehtävä 12.7.

- a) putken pituus $L = 0,47 \text{ m}$
äänen nopeus $v = 343 \text{ m/s}$

Toisesta päästä avoimeen putkeen syntyy ääni, jonka seisovan aallon toinen ylätaajuus.

Piirretään tilanteesta kuva.



Putken pituus $L = \frac{5\lambda}{4}$ ja aallonpituus on $\lambda = \frac{4L}{5}$.

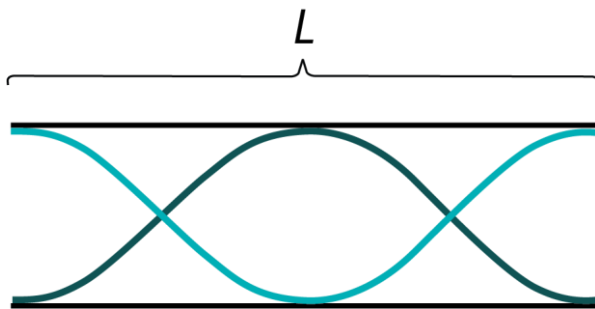
Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan putkeen syntyneen seisovan aallon taajuus on

$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{4L}{5}} = \frac{5v}{4L} = \frac{5 \cdot 343 \text{ m/s}}{4 \cdot 0,47 \text{ m}} = 912,23 \text{ Hz} \approx 910 \text{ Hz}.$$

- b) putken pituus $L = 0,47 \text{ m}$
äänen nopeus $v = 343 \text{ m/s}$

Piirretään tilanteesta kuva



Syntyneen aallon aallonpituudeksi saadaan $\lambda = L$.

Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan syntyneen aaltoliikkeen taajuus on

$$v = f\lambda$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{L} = \frac{343 \text{ m/s}}{0,47 \text{ m}} = 729,787 \text{ Hz} \approx 730 \text{ Hz}.$$

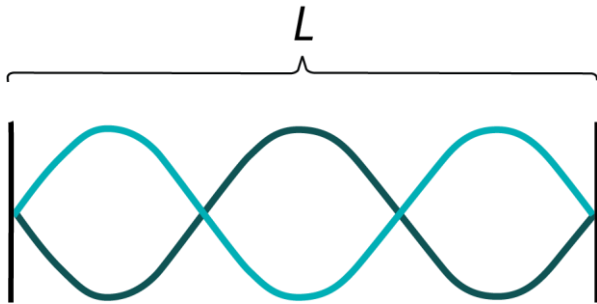
Vastaus: a) 910 Hz b) 730 Hz

Tehtävä 12.8.

kuminauhan pituus $L = 158 \text{ cm}$

taajuus $f = 19 \text{ Hz}$

a) Kuminauhaan syntyy 2. ylätaajuus.



b) Kuminauhaan syntyy kolme kupua, jolloin kuminauhan pituudelle ja syntyneen seisovan aallon aallonpituudelle on voimassa

$$L = \frac{3\lambda}{2}.$$

Syntyneen aallon aallonpituus on $\lambda = \frac{2L}{3}$.

Aallon nopeus kuminauhassa saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v = f\lambda$$

$$v = f \frac{2L}{3} = \frac{2}{3} fL = \frac{2}{3} \cdot 19 \text{ Hz} \cdot 1,58 \text{ m} = 20,0133 \text{ m/s} \approx 20 \text{ m/s}.$$

c) Seisovan aallon perustaajuudella kuminauhaan syntyy vain yksi kupu. Aallon nopeus ei muutu tilanteessa. Perustaajuuden tilanteessa $L = \lambda/2$.

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v = f_0 L$$

$$\frac{\lambda}{3} f_0 = f_0 \frac{\lambda}{3}$$

$$f_0 = \frac{f}{3} = \frac{19 \text{ Hz}}{3} = 6,333 \text{ Hz} \approx 6,3 \text{ Hz}.$$

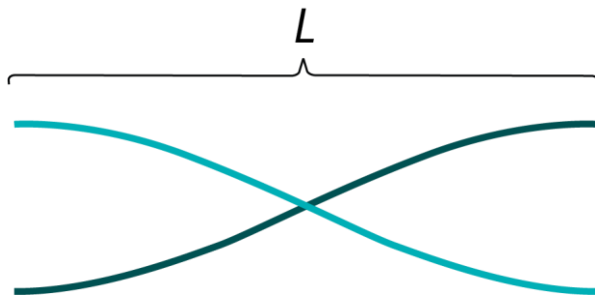
Tehtävä 12.9.

tangon pituus $L = 164,2$ cm

syntyneen äänen taajuus $f = 1\,533$ Hz

- a) Kun alumiinitankoa hangataan paperilla, tanko alkaa värähdellä perustaajuudellaan. Värähtelevä tanko saa ympärillä olevan ilman värähtelemään samalla taajuudella. Ilmassa värähtely etenee ääniaaltoina. Havaittajan korvassa tärykalvo värähtelee ja korvan kuuloelimien kautta signaalista muodostuu aivoissa kuuloaistimus.

b) Tarkastellaan tankoon syntyvää perustaajuutta. Tanko on molemmista päistään vapaa värähtelijä. Tankoon syntyy seisova aalto, jossa on kaksi kupua ja yksi solmu.



Aallonpituudeksi saadaan

$$L = \frac{\lambda}{2}$$
$$\lambda = 2L.$$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan aallon nopeudeksi alumiinitangossa

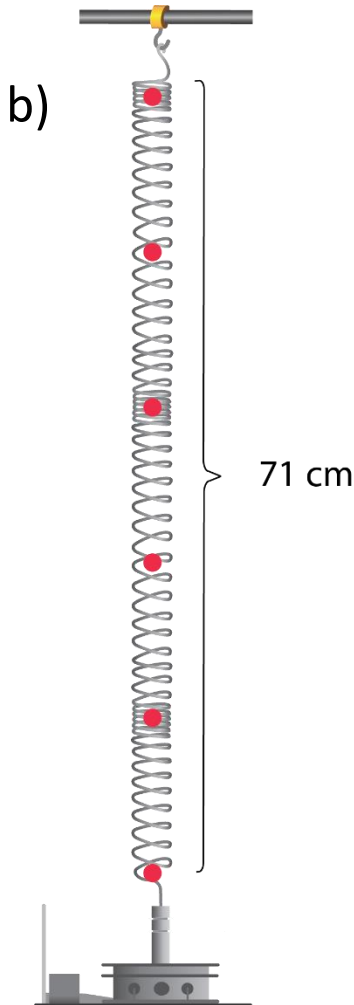
$$v = f\lambda$$
$$v = f2L$$
$$= 1\,533\text{ Hz} \cdot 2 \cdot 1,642\text{ m}$$
$$= 5\,034,372\text{ m/s} \approx 5\,034\text{ m/s}.$$

Tehtävä 12.10.

värähtelijän taajuus $f = 52 \text{ Hz}$

toisistaan kauimpana olevien kohtien etäisyys $L = 0,71 \text{ cm}$

- a) Värähtelijä synnyttää jouseen pitkittäisen aaltoliikkeen, joka heijastuu statiivin päästä. Tietyillä taajuuksilla jouseen syntyy seisova aalto. Seisovassa aallossa tuleva ja heijastunut aalto interferoivat. Syntyy kohtia, joissa kohtaavat aallot heikentävät toisiaan niin, että värähtelijät pysyvät paikoillaan.



Jouseen syntyy kuusi solmua.

Koska jousi on molemmista päistä kiinnitetty, on jousen molemmissa päissä solmut ja näiden välissä viisi kupua

Kuvaan punaisella merkityt pisteet ovat kohtia, jotka näyttävät olevan paikoillaan. Kahden punaisen pisteen välinen etäisyys on aallonpituuden puolikas.

Jousen pituuden ja syntyneen aallon aallonpituuden

välille on voimassa $L = \frac{5\lambda}{2}$.

Syntyneen aallon aallonpituudeksi saadaan $\lambda = \frac{2}{5}L$.

Aallon nopeus jousessa aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan on

$$v = f\lambda$$

$$v = f \frac{2}{5}L = \frac{2}{5}fL = \frac{2}{5} \cdot 52 \text{ Hz} \cdot 0,71 \text{ m} = 14,768 \text{ m/s} \approx 15 \text{ m/s}.$$

Tehtävä 12.11.

a)

$$L = \frac{1}{4} \lambda_1$$



värähtelyn taajuus $f = 440 \text{ Hz}$

äänen nopeus $v = 343 \text{ m/s}$

Jos kaikukopan toinen pää on suljettu, perustaajuuden aallonpituus on 4 kertaa kaikukopan pituus. Ratkaistaan kaikukopan pituus aaltoliikkeen perusyhtälöstä.

$$v = f\lambda = f4L$$

$$L = \frac{v}{4f} = \frac{343 \text{ m/s}}{4 \cdot 440 \text{ Hz}} = 0,194886 \text{ m} \approx 19,5 \text{ cm}.$$

Jos kaikukoppa on molemmista päistä auki, kaikukopan pituus on puolet aallonpituudesta.

$$v = f\lambda = f2L$$

$$L = \frac{v}{2f} = \frac{343 \text{ m/s}}{2 \cdot 440 \text{ Hz}} = 0,389773 \text{ m} \approx 39,0 \text{ cm}.$$

b) Jotta kaikukopan sisälle ilmaan saadaan synnytettyä ääniraudan taajuudella seisova aalto, on toisesta päästä suljettu kaikukoppa lyhyempi, kuin molemmista päistä suljettu tai molemmista päistä avoin kaikukoppa. Kun toinen pää on suljettu, kaikukopan rakenne on hieman tukevampi. Tällöin äänen energia voidaan suunnata paremmin.

Tehtävä 12.12.

- a) Havaitaan, että kun ilmaa tai heliumia päästetään pillin läpi, pilli tuottaa ääntä tietyllä taajuudella. Kun pillin läpi virtaa heliumia, äänen taajuus on korkeampi kuin jos pillin läpi virtaa ilmaa.
- b) Kun pillin läpi virtaa kaasua, pilliin syntyy seisova aalto, joka kuullaan äänenä. Syntynyt seisova aalto noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä $v = f\lambda$. Perustaajuudella molemmista päistä avoimessa putkessa syntynyt seisovan aallon aallonpituus on $\lambda = 2L$, jossa L on putken pituus.

$$v = f\lambda = f2L$$

$$f = \frac{v}{2L}.$$

Putken pituus ei muutu. Äänen nopeus on heliumissa taulukon mukaan 970 m/s ja ilmassa 343 m/s. Tämän pillin läpi virtaava helium tuottaa korkeamman äänen (suurempi taajuus) kuin ilma, sillä taajuus on suoraan verrannollinen äänen nopeuteen edellä saadun yhtälön mukaan.

Tehtävä 12.13.

- b) Kun pulloon lisätään vettä, havaitaan, että kuultavan äänen korkeus kasvaa. Pulloon syntyy seisova aalto, jonka perustaajuudella aallonpituus noudattaa yhtälöä

$$L = \frac{\lambda}{4}.$$

Mitä pidempi ilmatila pullossa on, sitä pidempi on pullon ilmatilaan syntyneen seisovan aallon aallonpituus. Syntynyt ääni noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä $v = f\lambda$. Mitä pidempi syntyneen aallon aallonpituus on, sitä pienempi on äänen taajuus.

Kun pulloon lisätään vettä, syntyneen aallon aallonpituus lyhenee, jolloin kuultavan äänen korkeus kasvaa eli äänen taajuus suurenee.

Tehtävä 12.14

kuminauhan värähtelevän osan pituus $L = 0,86 \text{ m}$

Kun kuminauhaan syntyy seisova aalto, värähtelijän taajuus on $f = 56 \text{ Hz}$.

a) Kuminauhaan syntyy seisova aalto, jossa on viisi kupua.

Tällöin aallonpituudelle on voimassa $L = \frac{5}{2}\lambda$.

Syntyneen aallon aallonpituus on

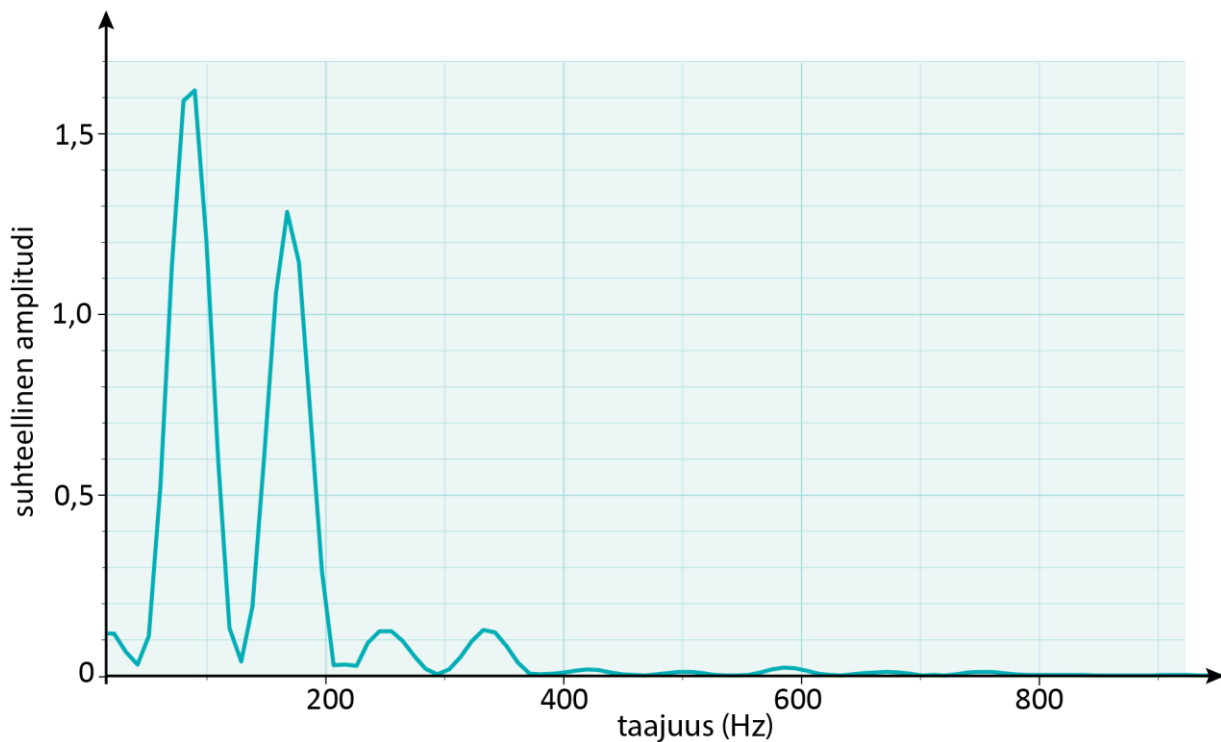
$$\lambda = \frac{2}{5}L = \frac{2}{5} \cdot 0,86 \text{ m} = 0,344 \text{ m} \approx 34 \text{ cm}.$$

b) Kuminauhaan syntyneen aallon nopeus saadaan aaltoliikkeen perusyhtälön avulla. Aallon taajuus on sama kuin värähtelijän taajuus ja aallonpituus saadaan a-kohdan mukaan. Aallon nopeus on

$$\begin{aligned} v &= f\lambda = f \cdot \frac{2}{5}L \\ &= 56 \text{ Hz} \cdot \frac{2}{5} \cdot 0,86 \text{ m} \\ &= 19,264 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Tehtävä 12.15

a) Tehdään mittausaineistolle FFT-analyysi.



Kieleen syntyneet taajuudet ovat taajuusanalyysin perusteella

$$f_0 = 88 \text{ Hz}, f_1 = 166 \text{ Hz}, f_2 = 251 \text{ Hz ja } f_3 = 337 \text{ Hz.}$$

b) Kun kieli laitetaan värähtelemään, kieleen syntyy seisova aalto, jossa on yksi kupu. Videon hidastuksessa sekä mittausdatassa näkyy, kuinka kieleen syntyy useita erilaisia seisovia aaltoliikkeitä, jossa aallonpituus on perustaajuutta vastaavaa aallonpituutta lyhyempiä. Kun aallonpituus lyhenee, värähtelyn taajuus kasvaa. Perustaajuudesta ja ylätaajuuksista muodostuu syntyneen äänen spektri. Spektristä havaitaan, että syntyneet taajuudet ovat perustaajuuden monikertoja.

Perustaajuus syntyy ehdolla $\lambda_1 = 2L$, sillä värähtelijään syntyy yksi kupu.

1. ylävärähtelytaajuus syntyy ehdolla $\lambda_2 = L$, sillä värähtelijään syntyy kaksi kupua.

2. ylävärähtelytaajuus syntyy ehdolla $\lambda_3 = 2L/3$, sillä värähtelijään syntyy kolme kupua.

Aallon nopeus pysyy kielessä koko ajan samana. Aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan kieleen syntyneiden seisovien aaltojen taajuudet:

Perustaajuudelle

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}.$$

1. ylävärähtelytaajuudelle

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 2f_1.$$

2. ylävärähtelytaajuudelle

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{2}{3}L} = \frac{3v}{2L} = 3f_1.$$

Yleisesti voidaan todeta, että syntyneiden seisovien aaltoliikkeiden taajuuksille on voimassa

$$f_n = nf_1, \text{ missä } n = 2, 3, 4, \dots$$

Mittaustulos siis noudattaa värähtelevän kielen teoreettista mallia.

Tehtävä 12.16.

kuminauhan pituus $L = 1,79 \text{ m}$

- a) Kuminauhaan muodostuu seisova aalto.
Perustaajuudella kuminauhaan syntyy yksi kupu, jolloin syntyneen aallon aallonpituus on

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2L = 2 \cdot 1,79 \text{ m} = 3,58 \text{ m}.$$

Vastaavasti muille taajuuksille

2 kupua:

$$L = \lambda = 1,79 \text{ m}.$$

3 kupua:

$$L = \frac{3\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2L}{3} = \frac{2 \cdot 1,79 \text{ m}}{3} = 1,1933 \text{ m}.$$

4 kupua:

$$L = 2\lambda$$

$$\lambda = \frac{L}{2} = \frac{1,79 \text{ m}}{2} = 0,895 \text{ m}.$$

5 kupua:

$$L = \frac{5\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2L}{5} = \frac{2 \cdot 1,79 \text{ m}}{5} = 0,716 \text{ m.}$$

6 kupua:

$$L = 3\lambda$$

$$\lambda = \frac{L}{3} = \frac{1,79 \text{ m}}{3} = 0,5967 \text{ m.}$$

b) Kuminauhaan syntynyt aalto noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä $v = f\lambda$. Aallon nopeus ei muutu mittauksen aikana, joten taajuus ja aallonpituus ovat kääntäen verrannollisia. Tällöin aaltoliikkeen perusyhtälö voidaan esittää muodossa

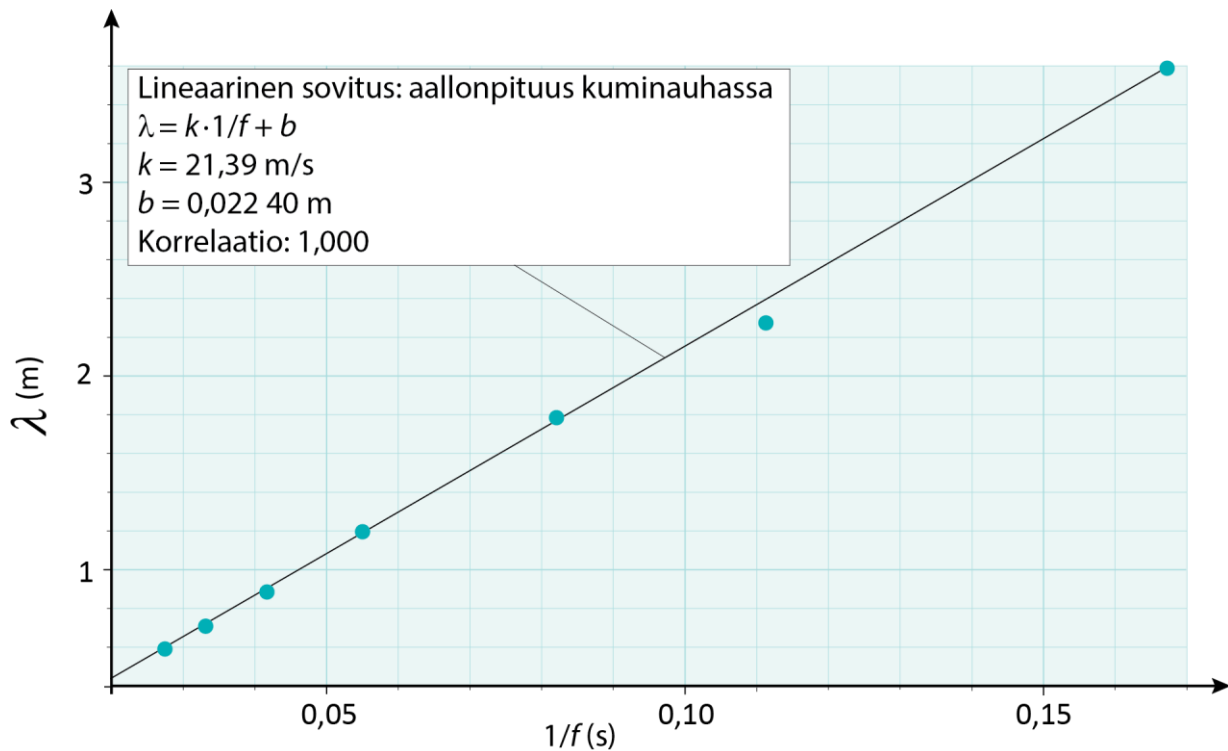
$$\lambda = v \frac{1}{f}.$$

Aallon nopeus v saadaan

$(\frac{1}{f}, \lambda)$ -koordinaatistoon sovitettun suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta.

Lasketaan uusi sarake $\frac{1}{f}$,

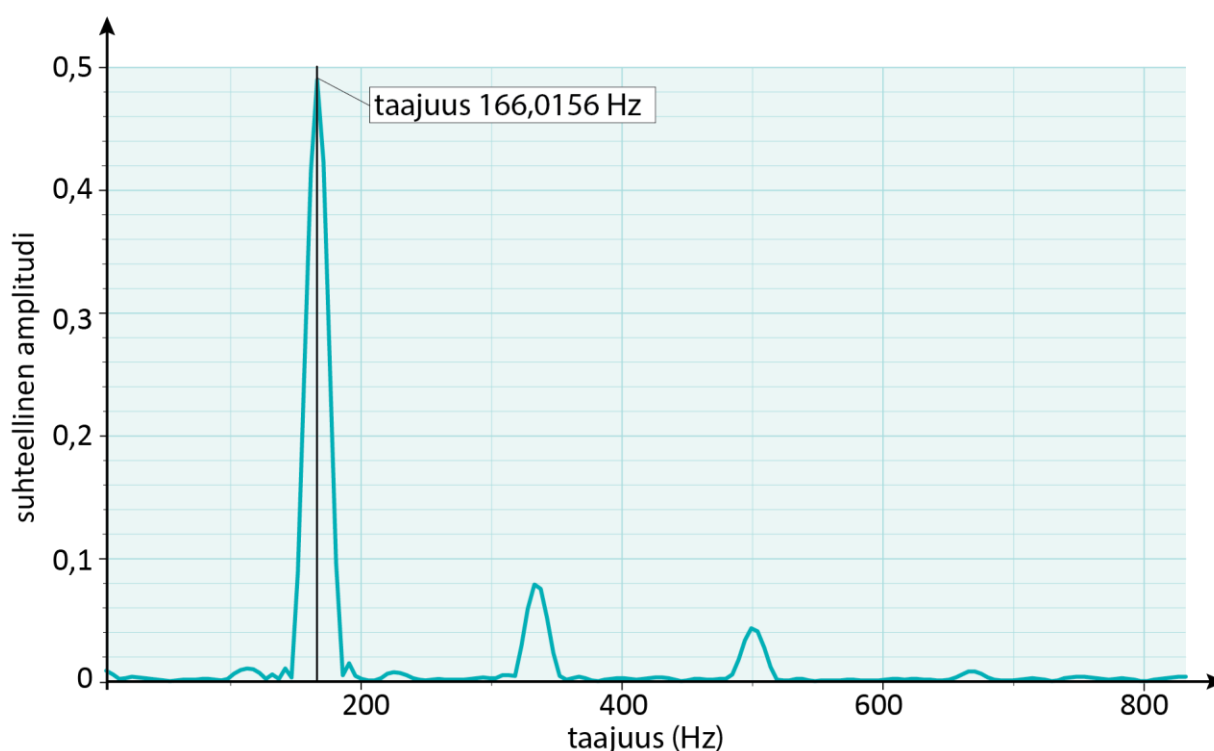
sovitetaan pistejoukkoon suora ja määritetään suoran fysikaalinen kulmakerroin.



Aallon nopeus kuminauhassa on $v = 21,39 \text{ m/s} \approx 21,4 \text{ m/s}$.

Tehtävä 12.17.

- a) Kitaran kielen tuottaman äänen perustaajuus kuullaan voimakkaimpana. Tehdään mittaustuloksista FFT-analyysi ja määritetään korkeimman piikin taajuus.



kielen synnyttämän äänen perustaajuus $f_1 = 166$ Hz.

b) Kieleen syntyneet muut taajuudet ovat kuvaajasta luettuna $f_2 = 332 \text{ Hz}$ ja $f_3 = 498 \text{ Hz}$. Verrataan muita taajuuksia perustaajuuteen

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{332 \text{ Hz}}{166 \text{ Hz}} = 2$$

$$\frac{f_3}{f_1} = \frac{498 \text{ Hz}}{166 \text{ Hz}} = 3.$$

Nämä taajuudet ovat perustaajuuden monikertoja.

c) värähtelevän kitaran kielen pituus $L = 0,577 \text{ m}$

Koska kieli on molemmista päistään kiinnitetty, perustaajuudella kitaran kieleen syntyy seisova aalto, jonka molemmissa päissä on solmut ja keskellä on kupu. Tällöin $L = \lambda/2$. Kitaran kielen taajuus on sama kuin äänen perustaajuus, jolloin aaltoliikkeen perusyhtälöstä saadaan aallon nopeus kitaran kielessä

$$\begin{aligned} v &= f\lambda \\ &= f2L \\ &= 166 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot 0,577 \text{ m} \\ &= 191,564 \text{ m/s} \approx 192 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

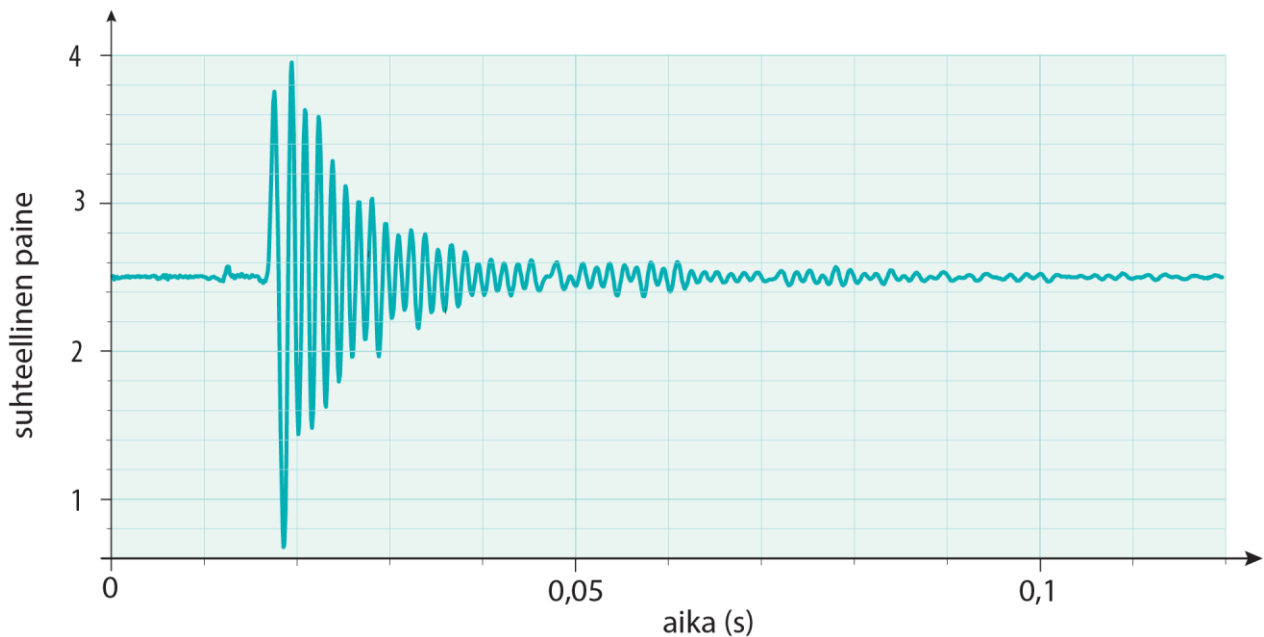
d) Aallon nopeus ei muutu, jos sormea liikutetaan otelaudalla. Kun kielen värähtelevän osan pituus pienenee, kieleen syntyneen seisovan aallon aallonpituus lyhenee. Kun aallonpituus lyhenee ja aallon nopeus kielessä pysyy vakiona, aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan kielen värähtelytaajuus suurenee. Tällöin myös kuullun äänen taajuus kasvaa.

Tehtävä 12.18.

putken pituus $L = 0,120$ m

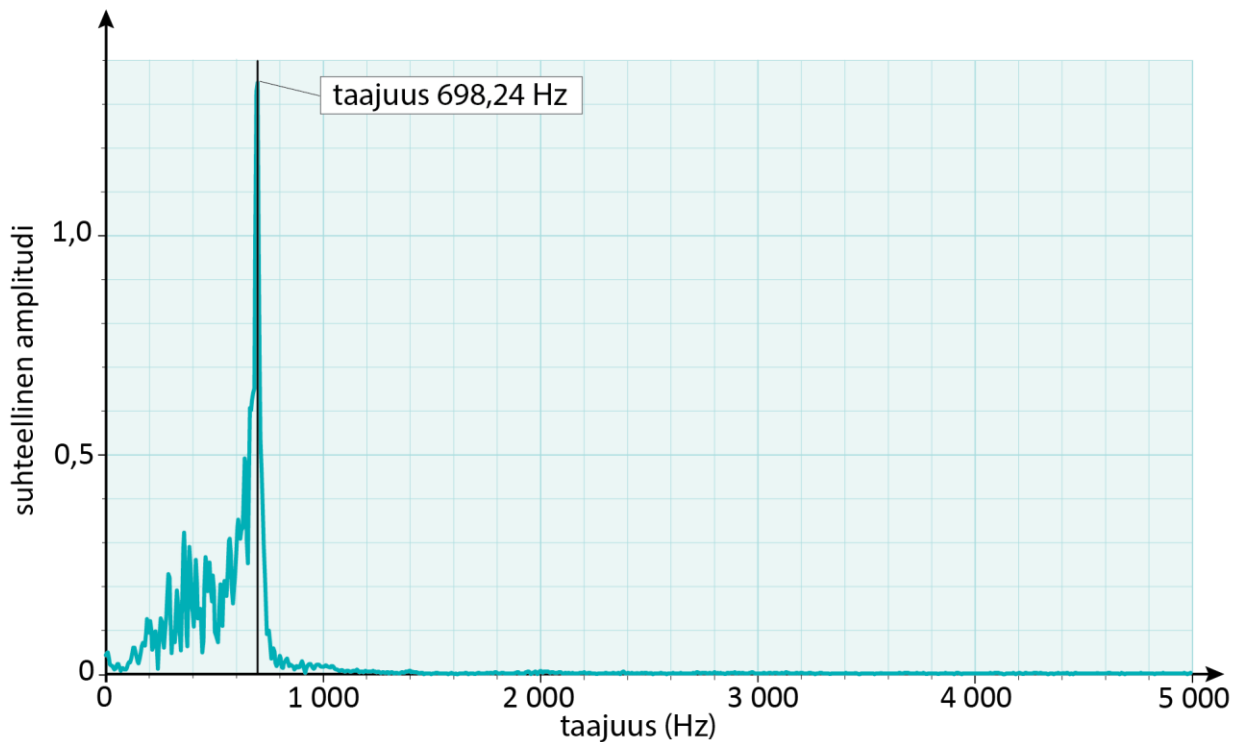
a) Kun mäntä vedettiin ulos putkesta, putkeen syntyi paineaalto. Paineaalto synnytti mäntään seisovan aallon, joka kuultiin äänenä.

b) Esitetään suhteellinen paine ajan suhteen.



Äänen vaimeni erittäin nopeasti, mikä nähdään suhteellisen paineen muutoksen nopeasta pienenemisestä. Kuvaajasta voidaan myös havaita, että putkessa syntyi pääosin vain yhtä taajuutta, sillä kuvaajasta on luettavissa selvästi yksi jaksonaika.

c) Tehdään FFT-analyysi, jotta saadaan selville, mitä taajuuksia äänessä on.



Syntyneen äänen taajuus on $f = 698,24 \text{ Hz} \approx 698 \text{ Hz}$.

d) Putkeen syntyy seisova aalto. Aallon taajuus on perustaajuus, jolloin aallonpituudelle on voimassa

$$L = \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = 4L.$$

Äänen nopeus ilmassa saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöllä

$$v = f\lambda$$

$$= f4L$$

$$= 698,24 \text{ Hz} \cdot 4 \cdot 0,120 \text{ m}$$

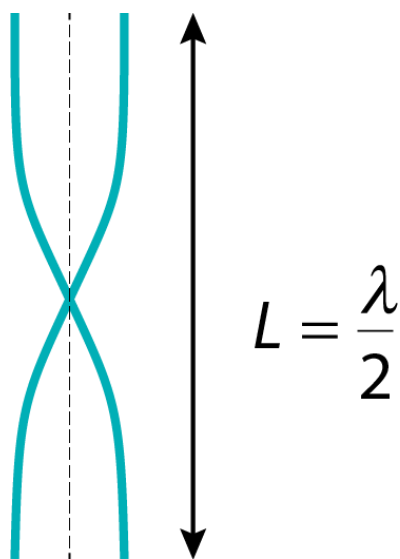
$$= 335,155 \text{ m/s} \approx 335 \text{ m/s}.$$

Tehtävä 12.19.

- a) Seisovassa ääniaallossa on solmuja ja kupuja eli paikallaan pysyviä amplitudiminimejä ja -maksimeja. Seisova ääniaalto syntyy, kun rajapintaa kohti tuleva ääni ja rajapinnasta heijastunut ääni interferoivat. Koska rajapintaan tulevalla ja siitä heijastuvalla äänellä on sama taajuus ja sama aallonpituus, aaltojen vaihe-ero on vakio. Näin rajapinnan edessä tietyissä kohdissa aallot aina vahvistavat toisiaan ja toisissa kohdissa aallot aina heikentävät toisiaan. Maksimikohdat ovat toisistaan puolen aallonpituuden etäisyydellä. Sama pätee myös minimikohdille.
- b) Putkessa ääni syntyy, kun ilmapatsas värähtelee putken sisällä. Putkessa olevaan ilmapatsaaseen muodostuu pitkittäinen seisova aalto. Putken päädyt ovat aina rajapintoja, joista osa putken sisältä tulevasta äänestä heijastuu takaisin putken sisään. Putken avoimesta päästä aalto heijastuu ilman vaihesiirtoa, eli putken avoimeen päähän muodostuu seisovan aallon kupu. Putkessa värähtelevään ilmapatsaaseen muodostuu paine-eroja ja pitkittäinen seisova aalto. Seisovan aallon solmukohdissa ilman molekyylit pysyvät likipitään paikoillaan ja kupukohdissa molekyylit liikkuvat eniten.

Solmukohdat muodostuvat kohtiin, joissa paine on suurin ja kohtiin, joissa paine on pienin.

Putki resonoi värähtelevän ääniraudan kanssa, jos ääniraudan taajuus on sama kuin putken perustaajuus tai sen monikerta. Putkeen voi tällöin syntyä seisova aalto. Kun putken pituutta merkitään tunnuksella L , voidaan todeta, että putkeen syntyvän seisovan aallon aallonpituus $\lambda = 2L$. Resonanssi tapahtuu ja äänen voimistuminen havaitaan, kun putkessa on seisova aalto. Näin tapahtuu esimerkiksi silloin, kun putken pituus on $2L, L, 2L/3, L/2, 2L/5$.



- c) Kun putken toinen pää tukitaan, tukittuun päähän syntyy aina solmu eli painemaksimi ja liikeminimi. Tällöin resonanssitaajuuksia vastaavat aallonpituudet ovat $\lambda_1 = 4L, \lambda_2 = 4L/3, \lambda_3 = 4L/5$ jne. Aallonpituutta $2L$ vastaava taajuus ei ole resonanssitaajuuksien joukossa, joten ääniraudan ääni ei vahvistu.

Tehtävä 12.20.

- a) Lämpöakustisia muuntimia kehitetään erityisesti teollisuuden tai kotitalouksien hukkalämmön hyödyntämiseen. Tarkoituksena on usein kytkeä muunnin teollisuuden tai kotitalouksien laitteisiin, jotka lämpenevät merkittävästi.
- b) Hukkalämpö ohjataan lämmönvaihtimeen, joka lämmittää ilmaa paikallisesti. Ilman lämpötilan nousu aiheuttaa paineaallon, josta kehittyy seisova aalto resonanssiputkeen. Putken toisessa päässä on mikrofoni tai pietsosähköinen kide, joka muuntaa mekaanisen aallon jännitteeksi.

- c) äänen nopeus ilmassa $v = 343 \text{ m/s}$
resonanssiputken pituus $L = 3,0 \text{ cm} = 0,030 \text{ m}$

Koska resonanssiputken päässä oleva mikrofonin kalvo voi värähdellä, siihen kohtaan muodostuu seisovan aallon kupu.

Perustaajuuden aallonpituus on tällöin $\lambda = 4L$.
Aaltoliikkeen perusyhtälöstä ratkaistaan taajuus.

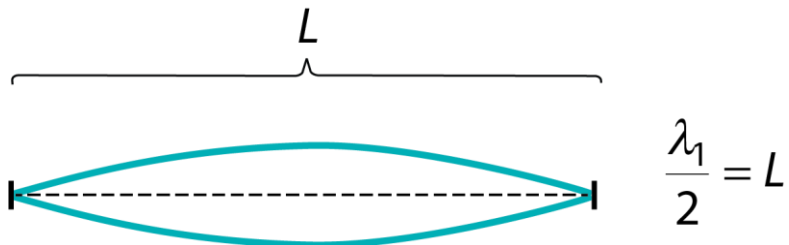
$$\begin{aligned} f &= \frac{v}{\lambda} \\ &= \frac{v}{4L} \\ &= \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 0,030 \text{ m}} \\ &= 2858,333 \frac{1}{\text{s}} \approx 2900 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Tehtävä 12.21.

putken pituus $L = 1,077$ m

- a) Kaiutin tuottaa heliumiin ääniaaltoja, jotka osittain heijastuvat putken toisesta päästä. (1 p) Kaiuttimesta tulevat ja putken toisesta päästä heijastuvat aallot interferoivat. (1 p) Tietyillä taajuuksilla interferenssissä syntyy seisova aalto. Tämä havaitaan äänen intensiteettitason voimistumisena. (2 p) Pienin taajuus, jolla voimistuminen voidaan havaita, on perustaajuus ja tätä suuremmat taajuudet ylätaajuuksia.

- b) Koska putki on molemmista päistään suljettu, perustaajuudella heliumiin syntyy seisova aalto, jonka päissä on solmukohdat ja niiden välissä yksi kupu.



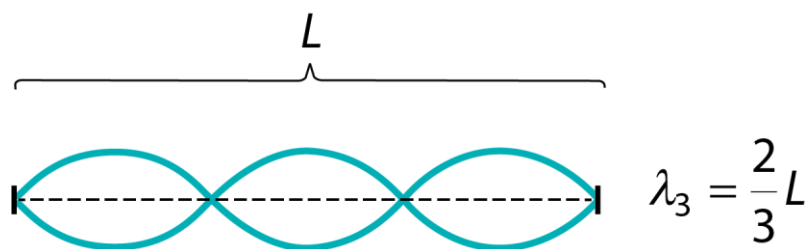
Tällöin taajuutta 412 Hz vastaava aallonpituus on

$$L = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$\lambda_1 = 2L = 2 \cdot 1,077 \text{ m} = 2,154 \text{ m}.$$

(1 p)

Kun ääni voimistuu 1 239 Hz:n taajuudella, kyseessä on toinen ylätaajuus. Tällöin putkessa on kolme kupua.



Näin ollen

$$L = \frac{3\lambda_3}{2}$$

$$\lambda_3 = \frac{2L}{3} = \frac{2 \cdot 1,077 \text{ m}}{3} = 0,718 \text{ m}. \quad (1 \text{ p})$$

c) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan äänen nopeudelle heliumissa on voimassa $v = f\lambda$. (1 p)

Aallon nopeus ei muutu mittauksen aikana, joten taajuuden ja aallonpituuden tulo on vakio, eli taajuus ja aallonpituus ovat kääntäen verrannollisia, $f \sim \frac{1}{\lambda}$. (1 p)

d) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan äänen nopeudelle heliumissa on voimassa $v = f\lambda$. Määritetään äänen nopeus tilanteessa, jossa havaitaan ensimmäinen voimistuminen (perustaajuus)

$$v_1 = f\lambda_1 = 412 \text{ Hz} \cdot 2,154 \text{ m} = 887,448 \text{ m/s} \quad (1 \text{ p})$$

Määritetään äänen nopeus tilanteessa, jossa havaitaan kolmas voimistuminen (toinen ylätaajuus).

$$v_3 = f\lambda_3 = 1239 \text{ Hz} \cdot 0,718 \text{ m} = 889,602 \text{ m/s} \quad (1 \text{ p})$$

Määritetään äänen nopeus heliumissa tulosten keskiarvona.

$$v = \frac{v_1 + v_3}{2} = \frac{887,448 \text{ m/s} + 889,602 \text{ m/s}}{2} = 888,525 \text{ m/s} \approx 889 \text{ m/s} \quad (1 \text{ p})$$

e) Taulukon mukaan äänen nopeus on 965 m/s, kun ääniaalto etenee heliumissa, jonka lämpötila on 20 °C.

Mittauksessa saatu tulos on huomattavasti kirjallisuusarvoa pienempi. Kaasuissa lämpötila vaikuttaa merkittävästi äänen nopeuteen. Kun kaasun lämpötila nousee, myös äänen nopeus kaasussa suurenee. Kokeellisesti voidaan osoittaa, että äänen nopeus kaasussa on verrannollinen kaasun lämpötilan neliöjuureen, $v \sim \sqrt{T}$. Mittaustuloksen siis pitäisi olla kirjallisuusarvoa suurempi, mutta saatu arvo on kirjallisuusarvoa pienempi. (2 p)

Ääni noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä $v = f\lambda$. Mittausvirhettä voi siis syntyä taajuuden tai aallonpituuden määrittämisessä. Putken pituuden mittaamisen tarkkuus on riittävä ja millimetrin poikkeama putken pituuden määrittämisessä aiheuttaa aallonpituuden määrittämiseen noin promillen virheen, mikä ei selitä virhettä. Saadut tulokset perusvärähtelylle ja toiselle ylävärähtelylle ovat hyvin lähellä toisiaan, joten mittaus on siltä osin onnistunut. (1 p)

Selvästi pienemmän äänen nopeuden selittää putkeen jäänyt ilma. Tyhjiöpumpulla ei pystytä imemään putkea täysin tyhjäksi. Kun putkeen lisätään heliumia, putkeen syntyy ilman ja heliumin kaasuseos. Ääni etenee ilmassa huomattavasti hitaammin kuin heliumissa, joten voidaan olettaa, että ilman ja heliumin seoksessa äänen nopeus on pienempi kuin puhtaassa heliumissa. Mitä enemmän seoksessa on ilmaa, sitä pienempi on äänen nopeus kaasuseoksessa. (1 p)

Pisteytys lyhyesti:

- kirjallisuusarvon löytäminen ja saadun arvon vertaaminen kirjallisuusarvoon (1 p)
- havainto, jonka mukaan lämpötila on taulukon arvoa suurempi ja päätelmä, että mittaustuloksen pitäisi olla suurempi (1 p)
- muuttujien ja eri taajuuksien tulosten vertailu (1 p)
- ymmärrys, että heliumin seassa pitää olla jotain kaasua (ilmaa), jossa ääni kulkee hitaammin, koska tulos poikkeaa niin paljon kirjallisuusarvosta (1 p)