

11. Aalto rajapinnassa

Tehtävä 11.1.

Oikeat vastaukset:

- a) B
- b) C
- c) B
- d) B
- e) A

Tehtävä 11.2.

- a) Aallon nopeus ja aallonpituus voivat muuttua, mutta aallon taajuus ei muutu.
- b) Koska taajuus pysyy rajapinnan ylityksessä aina samana, aalto-opin perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaisesti aallonpituus kasvaa, jos aallon nopeus kasvaa. Aalto myös taittuu rajapinnassa eli sen kulkusuunta kääntyy pinnan normaalista poispäin.

Tehtävä 11.3.

a) tulokulma $\alpha = 33^\circ$

Heijastumislain mukaan tulokulma on yhtä suuri kuin heijastuskulma, joten heijastuskulma on $\beta = \alpha = 33^\circ$.

b) nopeus ensimmäisessä väliaineessa $v_1 = 5\,100\text{ m/s}$

nopeus toisessa väliaineessa $v_2 = 1\,500\text{ m/s}$

tulokulma $\alpha_1 = 33^\circ$

Taittumislain mukaan

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2},$$
$$\sin\alpha_2 = \frac{v_2}{v_1} \sin\alpha_1.$$

Taitekulma on

$$\alpha_2 = \sin^{-1}\left(\frac{v_2}{v_1} \sin\alpha_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1500\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5100\frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \sin 33^\circ\right) = 9,217805^\circ \approx 9,2^\circ.$$

Tehtävä 11.4.

Kokonaisheijastumisessa aaltoliike ei läpäise rajapintaa, vaan heijastuu kokonaisuudessaan. Kokonaisheijastuminen voi tapahtua, kun aalto saapuu aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta aalto-opillisesti harvempaan aineeseen.

Kun aallon nopeus suurenee taitumisessa, taittumislain

$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$ mukaan taitekulma α_2 on suurempi kuin

tulokulma α_1 . Tällöin aalto taittuu rajapinnan normaalista poispäin. Kun aallon tulokulma on riittävän suuri, taitekulma on 90° eli aalto taittuu kulkemaan rajapintaa pitkin. Tätä tulokulmaa kutsutaan kokonaisheijastumisen rajakulmaksi. Jos tulokulma on kokonaisheijastumisen rajakulmaa suurempi, tapahtuu kokonaisheijastuminen.

Tehtävä 11.5.

- a) Koska aaltorintamat ovat lähempänä toisiaan aineessa 1 kuin aineessa 2, mekaanisen aallon aallonpituus on aineessa 2 suurempi kuin aineessa 1.
- b) Aallon taajuuden määrää aaltolähde, joten aallon taajuus on sama molemmissa aineissa.
- c) Aallon taajuus f ei riipu väliaineesta. Aaltoliikkeen perusyhtälö on $v = f\lambda$, jonka mukaan aallon nopeus v on suoraan verrannollinen aallonpituuteen λ . Koska aineessa 2 aallonpituus on suurempi, myös aallon nopeus on aineessa 2 suurempi.

Tehtävä 11.6.

a) Ilmassa äänen nopeus lämpötilassa -20 °C on 319 m/s ,
lämpötilassa 0 °C nopeus on $331,4\text{ m/s}$ ja
lämpötilassa $+20\text{ °C}$ äänen nopeus on 343 m/s .

b) lämpötila $T_1 = 273,15\text{ K}$

lämpötila $T_2 = (273,15 + 20)\text{ K} = 293,15\text{ K}$

lämpötilassa T_1 äänen nopeus $v_1 = 331,4\text{ m/s}$

lämpötilassa T_2 äänen nopeus $v_2 = 343\text{ m/s}$

Jos nopeuksien suhde on yhtä suuri kuin lämpötilojen neliöjuurien suhde, nopeus on suoraan verrannollinen lämpötilan neliöjuureen eli $v \sim \sqrt{T}$.

Nopeuksien suhde on $\frac{v_1}{v_2} = \frac{331,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,966180758 \approx 0,97$.

Lämpötilojen neliöjuurien suhde on

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{273,15\text{ K}}{293,15\text{ K}}} = 0,9688126689 \approx 0,97.$$

Äänen nopeus on suoraan verrannollinen lämpötilan neliöjuureen.

Tehtävä 11.7.

- a) Rajapintaan tulevan aallon nopeus ei vaikuta taittuneen aallon aallonpituuteen. Aallonpituuteen vaikuttaa aallon nopeus väliaineessa ja aallon taajuus.
- b) Tulevan aallon nopeus vaikuttaa taittuneen aallon taitekulmaan taittumislain mukaisesti. Taittumislain mukaan aallon nopeuksien suhde väliaineissa on sama kuin tulo- ja taittumiskulmien sinien suhde.

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12},$$

Tehtävä 11.8.

- a) Kun jousen pää pääsee vapaasti liikkumaan, pulssi heijastuu samanlaisena takaisin eli sen muoto ja vaihe säilyvät.

- b) Kun jousen pää ei pääse liikkumaan, heijastuneen pulssin muoto ei muutu, mutta pulssin vaihe muuttuu vastakkaiseksi.

Tehtävä 11.9.

aallon nopeus aineessa 1 $v_1 = 61 \text{ m/s}$

aallon nopeus aineessa 2 $v_2 = 42 \text{ m/s}$

aallon tulokulma $\alpha_1 = 18^\circ$

a) Aalto noudattaa taittumislakia, kun se kohtaa aineiden rajapinnan eli

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_{12}.$$

Koska aallon nopeus pienenee, pitää myös arvon $\sin \alpha_2$ pienentyä. Kulman sinin arvo pienenee, kun kulman suuruus pienenee, joten aalto taittuu pinnan normaaliin päin.

b) Aalto noudattaa taittumislakia, kun se kohtaa aineiden rajapinnan eli

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_{12}.$$

Taittumislaista saadaan ratkaistua taitekulma.

$$\sin \alpha_2 = \frac{v_2 \sin \alpha_1}{v_1}$$
$$\alpha_2 = \sin^{-1} \left(\frac{v_2 \sin \alpha_1}{v_1} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{42 \text{ m/s} \cdot \sin 18^\circ}{61 \text{ m/s}} \right) = 12,284^\circ \approx 12^\circ$$

c) Rajapinnan taitesuhde saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä.

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{61 \text{ m/s}}{42 \text{ m/s}} = 1,452 \approx 1,4$$

Taitesuhde kuvaa, kuinka suuri on aallonpituuksien suhde ja aallon nopeuksien suhde rajapintojen aineiden välillä eli kuinka moninkertaiseksi aallonpituus tai aallon nopeus muuttuu, kun aalto kulkee rajapinnan yli.

Vastaus: b) 12° c) 1,4

Tehtävä 11.10.

P-aallon nopeus aineessa 1 $v_1 = 7\,900\text{ m/s}$

P-aallon nopeus aineessa 2 $v_2 = 7\,200\text{ m/s}$

aallon tulokulma $\alpha_1 = 35^\circ$

a) Tarkastellaan aaltojen taittumista taittumislaililla.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$$

Kun aalto on ylittänyt rajapinnan, rajapinnan normaalin ja aallon etenemissuunnan välinen kulma on

$$\sin\alpha_2 = \frac{v_2 \sin\alpha_1}{v_1}$$
$$\alpha_2 = \sin^{-1}\left(\frac{v_2 \sin\alpha_1}{v_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{7\,900\text{ m/s} \cdot \sin 35^\circ}{7\,200\text{ m/s}}\right) = 39,00^\circ \approx 39^\circ.$$

b) Koska aallon nopeus pienenee, niin aalto taittuu kohti rajapinnan normaalia. Tällöin aallolle ei voi tapahtua kokonaisheijastumista.

Vastaus: a) 39°

Tehtävä 11.11.

aallon nopeus ilmassa $v_1 = 343 \text{ m/s}$

aallon tulokulma $\alpha_1 = 25^\circ$

Äänen nopeus 20°C vedessä on taulukkokirjan mukaan $v_2 = 1484 \text{ m/s}$. Vedessä äänen nopeus on suurempi kuin ilmassa eli ääni voi kokonaisheijastua ilman ja veden rajapinnassa.

Lasketaan, kuinka suuri on kokonaisheijastumisen rajakulma. Kokonaisheijastumisen rajakulma on se tulokulma, jossa taitekulma olisi $\alpha_2 = 90^\circ$. Tällä tulokulmalla aalto taittuu kulkemaan rajapintaa pitkin. Taittumislaita saadaan kokonaisheijastumisen rajakulmaksi

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha_r}{\sin\alpha_2}$$
$$\sin\alpha_r = \frac{v_1 \sin\alpha_2}{v_2}$$
$$\alpha_r = \sin^{-1}\left(\frac{v_1 \sin\alpha_2}{v_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{343 \text{ m/s} \cdot \sin 90^\circ}{1484 \text{ m/s}}\right) = 13,363^\circ.$$

Koska ääniaalto osuu veden pintaan kokonaisheijastumisen rajakulmaa suuremmassa kulmassa, ääniaalto kokonaisheijastuu ja heijastuneen aallon kulma on sama kuin tulokulma.

Tehtävä 11.12.

aallonpituus syvänteessä $\lambda_1 = 1,20 \text{ m}$

aallonpituus matalikolla $\lambda_2 = 1,08 \text{ m}$

a) taitekulma $\alpha_2 = 42^\circ$

Kun aalto ylittää rajapinnan, aalto noudattaa taittumislakia

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}.$$

Rajapinnan ylityksessä aallon taajuus ei muutu mutta aallonpituus muuttuu. Tällöin aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan $v = f\lambda$ saadaan taittumislaille

$$\begin{aligned}\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} &= \frac{v_1}{v_2} \\ \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} &= \frac{f\lambda_1}{f\lambda_2} \\ \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.\end{aligned}$$

Aallon tulokulmaksi saadaan

$$\begin{aligned}\sin\alpha_1 &= \frac{\lambda_1 \sin\alpha_2}{\lambda_2} \\ \alpha_1 &= \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_1 \sin\alpha_2}{\lambda_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1,20 \text{ m} \cdot \sin 42^\circ}{1,08 \text{ m}}\right) = 48,028 575^\circ \approx 48^\circ.\end{aligned}$$

b) Syvänteen ja matalikon välinen taitesuhde saadaan taittumislain ja aaltoliikkeen perusyhtälön avulla

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{f\lambda_1}{f\lambda_2} = n_{12}$$

$$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1,20 \text{ m}}{1,08 \text{ m}} = 1,1111 \approx 1,11.$$

Vastaus: a) 48° b) 1,11

Tehtävä 11.13.

ääniaallon tulokulma $\alpha_1 = 8,3^\circ$

Taulukkokirjan mukaan äänen nopeus

betonissa on $v_1 = 4\,300\text{ m/s}$ ja raudassa $v_2 = 5\,100\text{ m/s}$.

Koska äänen nopeus kasvaa, aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan myös äänen aallonpituus pitenee, sillä äänen taajuus ei muutu. Aallon nopeus kasvaa, joten aalto taittuu normaalista poispäin. Osa ääniaallosta heijastuu rajapinnassa ja noudattaa heijastumislakia.

Lasketaan ääniaallon taitekulma taittumislain mukaan

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$$
$$\sin\alpha_2 = \frac{v_2 \sin\alpha_1}{v_1}$$
$$\alpha_2 = \sin^{-1}\left(\frac{v_2 \sin\alpha_1}{v_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{5100\text{ m/s} \cdot \sin 8,3^\circ}{4300\text{ m/s}}\right) = 9,858^\circ \approx 9,8^\circ.$$

b) Ääniaallon kulkusuunnan muutos on

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 9,858^\circ - 8,3^\circ = 1,558^\circ \approx 1,6^\circ.$$

c) Betonin ja raudan rajapinnassa taitesuhde on

$$n_{12} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\sin 8,4^\circ}{\sin 9,858^\circ} = 0,85325 \approx 0,85.$$

Tehtävä 11.15.

a) Taulukoidaan tulokulman ja taitekulman arvoja.

Esimerkiksi

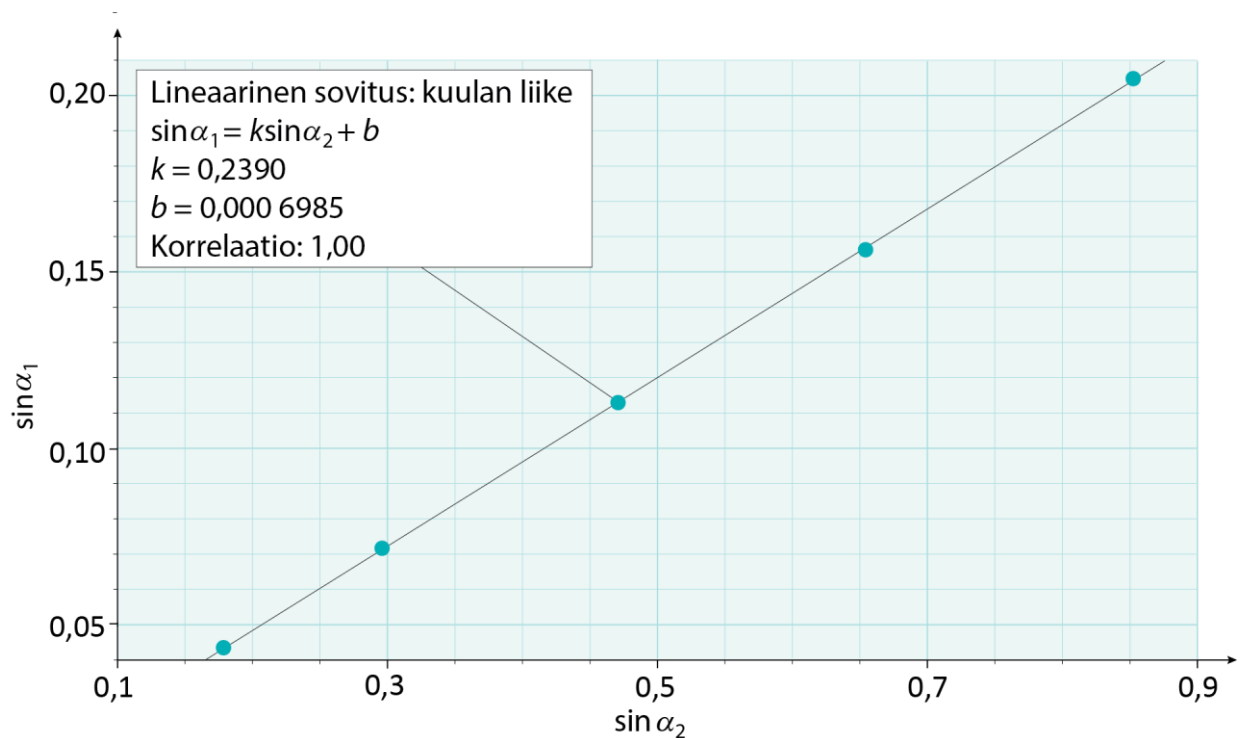
Tulokulma	Taitekulma
2,5°	10,3°
4,1°	17,3°
6,5°	28,0°
9,0°	40,8°
11,8°	58,4°

Yli 14 asteen kulmalla tapahtuu kokonaisheijastuminen, jolloin mekaaninen aalto ei etene ilmasta veteen.

b) Taittumislain mukaan

taitesuhde on $n_{12} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}$, josta tulo- ja taitekulman välille saadaan yhtälö $\sin\alpha_1 = n_{12} \sin\alpha_2$. Taitesuhde voidaan määrittää $(\sin\alpha_1, \sin\alpha_2)$ -koordinaatistoon sovitetun suoran fysikaalisena kulmakertoimena.

Lasketaan uudet sarakkeet kulmien sinin arvoille ja esitetään tulokset $(\sin\alpha_1, \sin\alpha_2)$ -koordinaatistossa.



Taitesuhteeksi saadaan $n_{12} = 0,2390 \approx 0,24$.

Tehtävä 11.16.

- a) Kun kivi pudotettiin veteen, kuultiin ääni. Kun kivi osui veteen, osumakohdan ympärille syntyi ympyräaaltoja. Kun aallot etenivät kohti astian reunoja, ympyräaaltojen säteet kasvoivat. Kun aallot osuvat astian reunoihin, aallot heijastuvat.
- b) Kun kivi osuu veteen, ilmaan syntyy paineaalto. Paineaalto etenee ilmassa ja se kuullaan loiskahduksena. Veden pintaan kivi aiheuttaa häiriön. Huygensin periaatteen mukaan jokainen aaltorintaman piste toimii uuden alkeisaallon lähteenä. Alkeisaaltojen interferenssiaallot muodostavat säteittäin etenevän ympyräaallon ja siksi ympyräaallon säde kasvaa. Kun aalto osuu veden ja astian rajapintaan, aalto heijastuu ja noudattaa heijastuslakia.

Tehtävä 11.17.

a) Videon perusteella aallonpituus pieneni, kun taajuus kasvoi.

b) Määritetään videon perusteella aaltojen aallonpituudet eri taajuuksilla. Aallonpituudet määritellään aaltojen keskiarvoista. Lasketaan aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaan aallon nopeudet

Aallonpituus (cm)	Taajuus (Hz)	Nopeus (m/s)
1,63	11,7	19,1
1,50	12,8	19,2
1,40	13,7	19,2
1,28	14,4	18,4
1,25	15,1	18,9
1,13	16,3	18,4

c) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan aallon nopeus väliaineessa on $v = f\lambda$. b)-kohdan taulukosta nähdään, että pidemmällä aallonpituuksilla nopeudet olivat likimain samat eli pinta-aallon noudattivat aaltoliikkeen perusyhtälöä. Suuremmilla taajuuksilla aallonpituuksien määrittäminen oli videolta vaikeaa ja siinä syntyi helposti mittausvirhettä, mikä näkyy tuloksissa.

Tehtävä 11.18.

- a) viileän ilmakerroksen lämpötila $T_1 = 20\text{ °C} = 293,15\text{ K}$
lämpimän ilmakerroksen lämpötila $T_2 = 22\text{ °C} = 295,15\text{ K}$

Äänen nopeus taulukkokirjan mukaan
 20 °C lämpötilassa on 343 m/s . Lasketaan äänen nopeus
 22 °C lämpötilassa.

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$
$$v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}} = \frac{343\text{ m/s}}{\sqrt{\frac{293,15\text{ K}}{295,15\text{ K}}}} = 344,168\text{ m/s}.$$

Äänen nopeus on ylemmässä kerroksessa suurempi kuin alemmassa. Näin ollen äänen on tultava alemmasta kerroksesta ylemmän kerroksen rajapintaan, jotta kokonaisheijastuminen voi tapahtua.

Lasketaan kokonaisheijastumisen rajakulma.

Kokonaisheijastumisen rajakulma on se tulokulma, jossa taitekulma olisi $\alpha_2 = 90^\circ$. Tällöin aalto taittuu kulkemaan rajapintaa pitkin.

Taittumislaista saadaan kokonaisheijastumisen rajakulmaksi

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_r}{\sin \alpha_2}$$
$$\sin \alpha_r = \frac{v_1 \sin \alpha_2}{v_2}$$
$$\alpha_r = \sin^{-1} \left(\frac{v_1 \sin \alpha_2}{v_2} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{343 \text{ m/s} \cdot \sin 90^\circ}{344,168 \text{ m/s}} \right) = 85,278^\circ \approx 85,3^\circ.$$

- b) Äänen kokonaisheijastuminen voi tapahtua sekä kahden ilmakerroksen rajapinnassa että ilman ja veden rajapinnassa. Siksi ääni kuuluu hyvin vastarannalle. Kokonaisheijastumisessa ääni ei läpäise rajapintaa vaan heijastuu täydellisesti.

Tehtävä 11.19.

aaltojen taajuus $f = 7,1 \text{ Hz}$

vesiaaltojen aallonpituus ennen estettä $\lambda_1 = 3,2 \text{ cm}$

vesiaaltojen aallonpituus esteen jälkeen $\lambda_2 = 2,6 \text{ cm}$

aallon etenemissuunnan ja esteen välinen kulma $\alpha = 30^\circ$

a) Aallon nopeus ennen estettä saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v_1 = f\lambda_1 = 7,1 \text{ Hz} \cdot 3,2 \text{ cm} = 22,72 \text{ cm/s} \approx 23 \text{ cm/s}.$$

b) Kun aalto siirtyy aineesta toiseen, aallon taajuus ei muutu, sillä aaltolähde määrää taajuuden. Vesiaallon taajuus esteen päällä on $7,1 \text{ Hz}$. Aallon nopeus esteen päällä saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä

$$v_2 = f\lambda_2 = 7,1 \text{ Hz} \cdot 2,6 \text{ cm} = 18,46 \text{ cm/s} \approx 18 \text{ cm/s}.$$

c) Aalto taittuu, kun aalto siirtyy esteen päälle. Aalto noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä sekä taittumislakia.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$
$$\frac{\cancel{\lambda_1}}{\cancel{\lambda_2}} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}.$$

Aallon tulokulma saadaan esteen pinnan normaalin ja aallon tulosuunnan välisestä kulmasta, jolloin tulokulma on $\alpha_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. Taitekulmaksi saadaan

$$\sin \alpha_2 = \frac{\lambda_2 \sin \alpha_1}{\lambda_1}$$
$$\alpha_2 = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda_2 \sin \alpha_1}{\lambda_1} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{2,6 \text{ cm} \cdot \sin 60^\circ}{3,2 \text{ cm}} \right) = 44,72^\circ \approx 45^\circ.$$

Tehtävä 11.20.

P-aaltojen etenemisnopeus $v_P = 8,0 \text{ km/s}$

P-aaltojen taajuus $f_P = 2 \text{ Hz}$

S-aaltojen etenemisnopeus $v_S = 4,8 \text{ km/s}$

S-aaltojen taajuus $f_S = 10 \text{ Hz}$

havaittu aikaero P- ja S-aaltojen välillä $\Delta t = t_S - t_P = 30 \text{ s}$

- a) Maanjäristysaaltojen liike on tasaista. P-aalto ja S-aalto etenevät järjestyskeskuksesta havaitsijaan saman matkan

$s = v_P t_P = v_S t_S$. Jotta matka s pystytään ratkaisemaan, pitää ensin ratkaista aika t_P tai t_S

$$v_P t_P = v_S t_S$$

$$v_P t_P = v_S t_S$$

$$t_P = \frac{v_S t_S}{v_P}$$

Sijoitetaan t_P havaittuun aikaeroon

$$t_s - t_p = \Delta t$$

$$t_s - \frac{v_s t_s}{v_p} = \Delta t$$

$$t_s \left(1 - \frac{v_s}{v_p} \right) = \Delta t$$

$$t_s = \frac{\Delta t}{\left(1 - \frac{v_s}{v_p} \right)}$$

$$t_s = \frac{30 \text{ s}}{\left(1 - \frac{4,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{8,0 \frac{\text{km}}{\text{s}}} \right)} = 75 \text{ s.}$$

Etäisyys s on

$$s = v_s t_s = 4,8 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 75 \text{ s} = 360 \text{ km.}$$

b) Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$ saadaan aallonpituudet P- ja S-aallolle

$$\lambda_p = \frac{v_p}{f_p} = \frac{8,0 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{2 \text{ Hz}} = \frac{8,0 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{2 \frac{1}{\text{s}}} = 4 \text{ km}$$

$$\lambda_s = \frac{v_s}{f_s} = \frac{4,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{10 \text{ Hz}} = \frac{4,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}}{10 \frac{1}{\text{s}}} = 0,48 \text{ km} \approx 0,5 \text{ km.}$$

c) P-aaltoja voidaan kuvata pitkittäisellä aaltoliikkeellä ja S-aaltoja poikittaisella aaltoliikkeellä. Seismiset aallot etenevät eri aineissa ja kerroksissa eri nopeuksilla. Ne taivuttuvat ja heijastuvat aineiden ja eri tiheyksisten kerrosten rajapinnoista. Eri havaintopisteisiin tulleet järjestysaallot ovat kulkeneet maapallon kerrosten läpi eri reittejä. Yhdistämällä eri havaintopisteiden seismografioiden mittaustulokset, saadaan tietoa maapallon sisäosien kerrosten rakenteesta ja kerrosten rajapintojen sijainnista.

S-aaltoja ei esiinny nesteessä, joten niiden puuttuminen tietyillä maanpinnan vyöhykkeillä suhteessa havaittuihin järjestyskeskuksiin osoittaa, että maapallon ytimessä on nestemäinen osa. S-aallot eivät esimerkiksi etene maapallon läpi suoraan sen puolelta toiselle.

Tehtävä 11.21.

a) Aineen akustiseen impedanssiin vaikuttavat väliaineen tiheys ja se, kuinka suurella nopeudella mekaaninen aaltoliike väliaineessa etenee.

b) graniitin akustinen impedanssi $Z_1 = 11 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$

maaperän akustinen impedanssi $Z_2 = 0,15 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}$

Heijastuskerroin graniitin ja maaperän rajapinnassa on

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{0,15 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}} - 11 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}}{0,15 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}} + 11 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}} \\ = -0,97309 \approx -0,97.$$

c) a-kohdan tuloksesta voidaan päätellä, että heijastuneen ja alkuperäisen aallon amplitudien suhde on

$$\frac{A_{\text{heijastunut}}}{A_{\text{tuleva}}} \approx 0,97.$$

d) Koska heijastuskerroin on negatiivinen, heijastuneessa aallossa tapahtuu puolen aallonpituuden vaihesiirto.

Tehtävä 11.22.

aallon nopeus aineessa 1 $v_1 = 8,7 \text{ m/s}$

aallon nopeus aineessa 2 $v_2 = 19,2 \text{ m/s}$

aaltorintaman etenemissuunnan tulokulma pinnan normaaliin nähden $\alpha = 16^\circ$

a) Aallon taajuuden määrää aaltolähde, jolloin aallon taajuus ei muutu, kun aalto siirtyy aineesta toiseen rajapinnan yli. (1 p)

Aallon nopeus riippuu väliaineesta. Aallon nopeus muuttuu, kun siirrytään aineesta toiseen. (1 p)

Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan $v = f\lambda$ havaitaan, että kun aallon nopeus muuttuu ja taajuus pysyy samana, aallonpituus muuttuu. (1 p)

- b) Kuvan mukainen aaltorintaman ja rajapinnan välinen kulma on yhtä suuri kuin aallon nopeuden ja rajapinnan normaalin välinen kulma eli aallon tulokulma. (1 p)
Taittumislain mukaan

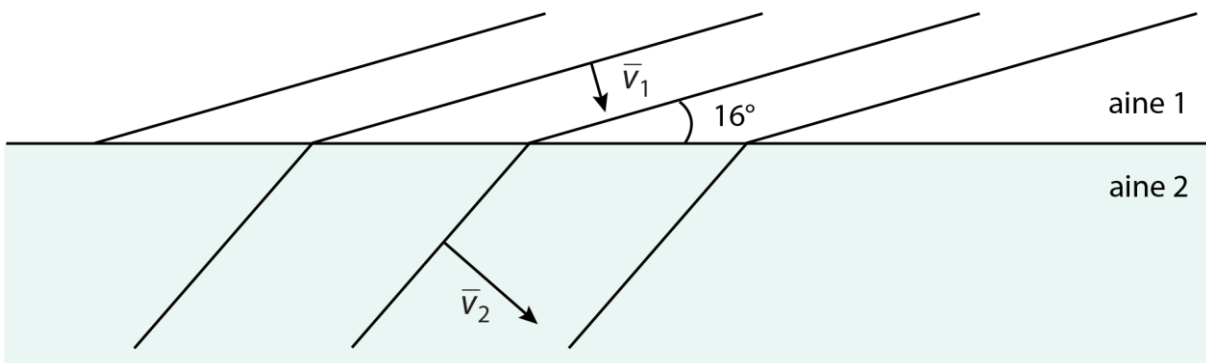
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}.$$

Aallon taitekulma aineessa 2 on

$$\sin \alpha_2 = \frac{v_2 \sin \alpha_1}{v_1}$$
$$\alpha_2 = \sin^{-1} \left(\frac{v_2 \sin \alpha_1}{v_1} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{19,2 \text{ m/s} \cdot \sin 16^\circ}{8,7 \text{ m/s}} \right) = 37,4669^\circ \approx 37^\circ.$$

(2 p)

- c) Aallon nopeus kasvaa, joten myös aallonpituus kasvaa, koska taajuus pysyy samana. b-kohdan mukaan aalto taittuu normaalista poispäin. (2 p)



d) Kokonaisheijastuminen voi tapahtua, jos aalto tulee aineesta, jossa aallolla on pienempi nopeus. (2 p)

Kokonaisheijastumisen rajakulmalla taittunut aalto etenee rajapintaa pitkin, jolloin taitekulma on 90° . (1 p)

Ratkaistaan taittumislaista kokonaisheijastumisen rajakulma.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_r}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha_r}{1}$$

$$\alpha_r = \sin^{-1} \left(\frac{v_1}{v_2} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{8,7 \text{ m/s}}{19,2 \text{ m/s}} \right) = 26,944^\circ \approx 27^\circ$$

(3 p)