

MFKA K2019 Lyhyt matematiikka preliminäärikoe

Koe koostuu 13 tehtävästä, joihin vastataan seuraavasti: neljään tehtävään A-osassa, kolmeen tehtävään B1-osassa ja kolmeen tehtävään B2-osassa. Kaikki tehtävät arvostellaan pistein 0-12. Kokeen maksimipistemäärä on 120. Kokeen kaikkiin tehtäviin voi vastata kokeen alusta asti, mutta CAS-laskinohjelmat tulevat käyttöön vasta, kun on palauttanut A-osan tehtävät. Mikäli käytät lisäksi fyysistä laskinta, saat myös sen käyttöösi vasta, kun olet palauttanut A-osan ja palautuksen jälkeinen harkinta-aika on päättynyt.

A-osa

Ratkaise kaikki tämän osan tehtävät 1-4.

Apuvälineenä saa käyttää taulukkokirjaa. Laskinohjelmistojen (CAS) ja fyysisten laskimien käyttö ei ole sallittua sinä aikana, kun A-osan tehtävät ovat palauttamatta. Koejärjestelmän KCalc-laskinohjelma on käytössä myös kokeen A-osassa.

B-osa

Kokeen B-osassa ovat käytössä kaikki koejärjestelmään sisältyvät ohjelmat.

B1-osa Ratkaise kolme tehtävistä 5-9.

B2-osa Ratkaise kolme tehtävistä 10-13.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvosteltavaksi. Tarkista lopuksi, että vastasit oikeaan määrään tehtävistä.

Aineistot

Aineistot avautuvat "Näytä aineistot"-linkistä toiselle välilehdelle selaimessa. Voit liikkua aineistojen ja vastausosion välillä yläreunan välilehtien kautta.

[Näytä aineistot](#)

A-osa / Del A

1. A/1

a) Sievennä $5 - 2(3x - 1)$.

b) Sievennä lauseke $\left(\frac{2x}{3}\right)^2 - \frac{2x^2}{9}$.

c) Ratkaise yhtälö $\frac{3x+5}{3} = 1$.

(12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

2. A/2

Laske ja valitse oikea vaihtoehto (käytä tarvittaessa KCalc-sovellusta). Kohdissa 2.4, 2.5 ja 2.6 anna vastauksena merkinnän lukuarvo.

(12 p)

2.1. Määritä $f(0)$, kun $f(x) = x^2 - 5x + 4$

- ☐ 4
- ☐ 0
- ☐ $x = 1$ tai $x = 4$
- ☐ $x = -1$ tai $x = -4$
- ☐ yksikään muista vaihtoehdoista ei ole oikein

2.2. Geometrisen lukujonon $5; 1,2 \cdot 5; 1,2^2 \cdot 5; \dots$ kahdeksantoista ensimmäisen jäsenen summa on

- ☐ noin 640
- ☐ noin 0
- ☐ noin -130
- ☐ noin 134
- ☐ yksikään muista vaihtoehdoista ei ole oikein

2.3. Suoran neliöpohjaisen pyramidin tilavuus, kun pohjasärmän pituus on $\sqrt{3}$ cm ja korkeus on 4 cm, on

- ☐ 4 cm^3
- ☐ 12 cm^3
- ☐ noin $12,6 \text{ cm}^3$
- ☐ noin $2,3 \text{ cm}^3$
- ☐ yksikään muista vaihtoehdoista ei ole oikein

2.4. $\binom{15}{7}$

- ☐ = 6435
- ☐ $\approx 2,1$
- ☐ = 32 432 400
- ☐ $\approx 0,27$
- ☐ yksikään muista vaihtoehdoista ei ole oikein

2.5. $\log_5 124$

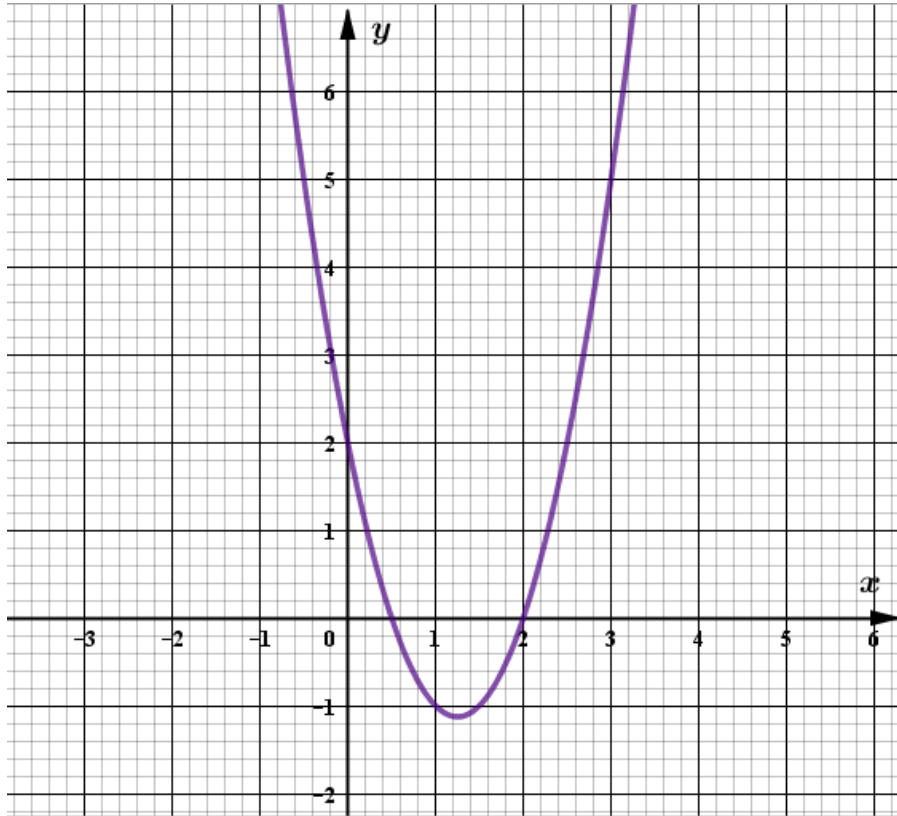
- ☐ $\approx 2,995$
- ☐ ei voida ratkaista
- ☐ $\approx 4,8$
- ☐ $\approx 2,1$
- ☐ yksikään muista vaihtoehdoista ei ole oikein

2.6. $\sqrt[5]{1000000}$

- ☐ = 10
- ☐ = ± 10
- ☐ $\approx 1,0000002$
- ☐ = 6000
- ☐ yksikään muista vaihtoehdoista ei ole oikein

3. A/3

Alla olevassa kuvassa on funktion $y = g(x)$ kuvaaja.



a) Lataa kuva [Tehtava_3 tästä](#) ja tallenna se työpöydälle klikkaamalla avautuvaa kuvaa hiiren oikealla painikkeella. Avaa kuva valitsemassasi kuvankäsittelyohjelmassa. Piirrä haluamallasi ohjelmalla koordinaatistoon suora $y = 3x + 2$ ja palauta vastaukseksi kuvankaappaus. Vinkki: voit lisätä suoran viivana haluamassasi kuvankäsittelyohjelmassa.

Kohtiin b) - c) voit antaa vastauksen yllä olevan kuvan perusteella.

b) Määritä kaikki funktion $g(x)$ mahdolliset nollakohdat.

c) Milloin $g(x) < 0$?

d) Kirjoita matemaattinen merkintä, jonka avulla saat määritellyä funktion $y = g(x)$ ja suoran $y = 3x + 2$ leikkauspisteet. (12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#) ▾

4. A/4

- a) Tarkastellaan lukujonoa 2, 5, 8, ... Perustele laskuin, voiko lukujono olla aritmeettinen tai geometrinen. (4 p)
- b) Tarkastelleen lukujonoa $a_n = -3 + 2a_{n-1}$, jossa $a_1 = 3, n = 2, 3, \dots$. Määritä lukujonon toinen ja kolmas jäsen. (2 p)
- c) Anna kaksi käytännön esimerkkiä tilanteesta, joista toisessa voidaan käyttää mallina aritmeettista lukujonoa ja toisessa voidaan käyttää geometrista lukujonoa. Kummastakin riittää yksi esimerkki. (2 p)
- d) Ylioppilastutkintolautakunnan bittinikkarit käyttivät vahingossa kreikkalaisia aakkosia, kun he kirjoittivat kaavoja Abitin koeympäristöön. Opiskelijan tarkastellessa geometrisen lukujonon yleisen jäsenen lauseketta sen muoto oli $y = \sigma \cdot \lambda^{\Psi-1}$. Auta opiskelijaa ja selitä, mitä kyseisessä lausekkeessa symbolit y, σ, λ ja Ψ tarkoittavat. (4 p)

(12 p)

[Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen](#)

Saat CAS-laskinohjelmat käyttöön vastausten palauttamisen jälkeen.

B-osa / Del B

5. B1/5

Valitse jokaisessa kohdassa alavetovalikosta oikea vaihtoehto. Voit käyttää laskuissa apunasi paperia.

Kaikki paperit tulkitaan suttupapereiksi, eikä niitä arvostella. Oikean vastausvaihtoehdon valitseminen riittää ratkaisuksi. (12 p)

Kauppias haluaa myydä 250 euron hintaisen kodinkoneen 199 eurolla. Tällöin hänen pitää alentaa myyntihintaa prosentilla.

Kodinkoneiden myyntihinnat sisältävät arvonlisäveron. ALV:n suuruus euroina saadaan, kun

. Tällöin alennetun tuotteen veroton myyntihinta on euroa.

Kauppias lanseeraa alennuskampanjan, jossa kauppa lupaa antaa alennusta arvonlisäveron verran jokaisesta kodinkoneesta. Alennus annetaan myös tarjoustuotteista ja se lasketaan tarjoushinnasta.

Uuden alennuksen innoittamana asiakas lähtee ostoksille. Asiakas ajattelee, että hänen ei tarvitse tämän alennuskampanjan aikana maksaa lainkaan arvonlisäveroa. Hän on , koska

. Tämän alennuskampanjan aikana tuotteesta, jonka normaalihintaa oli 250 euroa, asiakkaan saama kokonaisalennusprosentti molempien alennusten jälkeen on noin prosenttia.

6. B1/6

Suorakulmaisen kolmion kärjet ovat pisteissä A(2,6), B(4,-1) ja C(13,9). Tällöin kolmion pinta-ala yhden desimaalin tarkkuudella on 41,5 pinta-alayksikköä.

a) Kolmion kärkipisteiden paikat tehtävän johdantotekstissä ovat oikein, mutta jotakin muuta siinä on vialla. Piirrä kuva sopivan ohjelman avulla ja etsi ohjelman avulla virhe johdantotekstistä.

b) Osoita Pythagoraan lausetta hyödyntäen johdantotekstin virheellisyys.

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

7. B1/7

Oheisessa taulukossa on lukiokoulutuksen opiskelijamäärät Suomessa vuosina 2001-2016.

Lähde: https://www.stat.fi/til/lop/2016/lop_2016_2017-06-13_fi.pdf <Luettu 2.10.2018>

a) Piirrä sopivalla ohjelmalla oheisen tilaston kuvaaja vuosilta 2001-2016 ja sovita kuvaan lineaarinen malli, eksponentiaalinen malli ja 2. asteen polynomiaalinen malli. Palauta kuvaaja annetulta väliltä ja perustele, mikä malleista mallintaa tilastoa parhaiten vuosina 2001-2016. Ohje: voit käyttää muuttujana aikaa vuosina vuodesta 2000. (8 p)

b) Jos malleja käytettäisiin tulevaisuuden ennustamiseen, mikä malleista mielestäsi ennustaisi parhaiten tilannetta vuonna 2020? Palauta kuva tilanteesta ja perustele. (2 p)

c) Jos ennustettaisiin 50-60 vuotta pidemmälle, mikä malleista ennustaisi parhaiten? Palauta kuva tilanteesta ja kommentoi jokaisen mallin sopivuutta. (2 p)

Aineisto

Jokainen aineisto sisältää samat tiedot. Tallenna tiedosto, käynnistä valitsemasi ohjelmisto ja avaa tallentamasi tiedosto ohjelmiston valikosta.

Tehtava_7.ods (LibreOfficeCalc)

Tehtava_7.ggb (GeoGebra)

Tehtava_7.tns (TI-Nspire)

Tehtava_7.vcp (Casio ClassPad Manager)

Tehtava_7.cmbl (LoggerPro)

Voit käyttää aineistoa myös CSV-muodossa.

Tehtava_7.csv (CSV-tiedosto, (UTF-8), desimaalierotin piste, kentän erotin pilkku)

Ohjeet CSV-tiedostojen avaamiseen löytyvät sovellukset-valikon kohdasta "Koeympäristön ohjeet" tai napsauttamalla näyttöön oikean yläreunan i-symbolia.

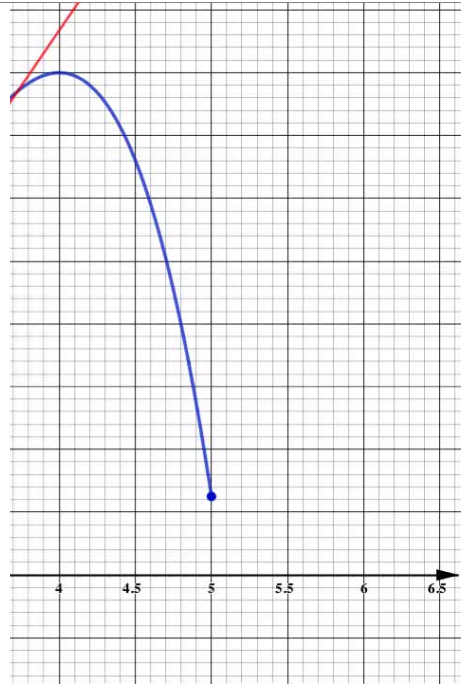
(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

8. B1/8

Olkoon polynomifunktio $f(x)$ määritelty välillä $0 \leq x \leq 5$. Oheisessa videossa on funktion $y = f(x)$ kuvaaja annetulla välillä ja kuvaajalle on piirretty tangentti pisteeseen A . Vastaa videon avulla alla oleviin kysymyksiin.

0:00 / 0:33



Klikkaamalla videota saat pysäytettyä sen ja uusi klikkaus käynnistää videon uudestaan. Videota ei kannata ladata koneelle, vaan katsella sitä tässä tehtävänannon yhteydessä.

a) Mitä funktion kuvaajalle piirretyn tangentin kulmakerroin kuvaa? (2 p)

b) Tee selkoa derivaatan merkeistä välillä $0 < x < 5$. (3 p)

c) Selitä sanallisesti, miten suljetulla välillä olevan polynomifunktion suurin ja pienin arvo voidaan määrittää? Määritä lisäksi videon perusteella annetun funktion $f(x)$ suurin ja pienin arvo. (4 p)

d) Tarkastellaan funktion kulkua kohdassa $x = 1$. Millä matematiikan termillä tällaista funktion kohtaa kutsutaan? Tee lyhyesti selkoa funktion ja sen derivaattafunktion kulusta tässä kohdassa. (3 p)

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

9. B1/9

Asuinalueiden asuntojen neliöhintojen muodostumiseen vaikuttavat kysynnän ja tarjonnan ohella monet tekijät, kuten alueiden vetovoimaisuus, asuntokannan ikä ja tehdyt investoinnit. Liitteenä on Tilastokeskuksen keräämä taulukko vanhojen osakehuoneistojen velattomista neliöhinnoista elokuussa 2018.

	A	B	C	D	E	F
1	Alue	Kauppojen lukumäärä 2018	Neliöhinta 2018 eur/m ²	Indeksi 2018, kun 2015=100	Indeksin kuukausi-muutos, %	Indeksin vuosi-muutos, %
2	Koko maa	3267	2090	102	-1,1	-0,1
3	Etelä-Suomi	2011	2525	105,4	-0,1	2
4	Länsi-Suomi	557	1673	95,3	-4,1	-5,9
5	Itä-Suomi	384	1396	87,9	-3,4	-6,8
6	Pohjois-Suomi	297	1455	95,9	-2,1	-1,3
7	Helsinki	638	4113	110,8	0,1	3,6
8	Espoo-Kauniainen	249	3351	102,5	-0,3	-2,3
9	Vantaa	160	2721	104	0,1	3,7
10	Tampere	133	2425	102,8	-4,6	-1,2
11	Turku	159	2119	109,2	-2	4,5
12	Oulu	140	1826	99,3	-1,8	-0,4

Taulukko: Suomen virallinen tilasto (SVT): Osakeasuntojen hinnat [verkkajulkaisu].

ISSN=2323-878X. elokuu 2018, Liitetaulukko 1. Vanhojen osakehuoneistojen velattomat neliöhinnat, elokuu 2018 1) . Helsinki: Tilastokeskus [luettu: 10.10.2018]. http://www.stat.fi/til/ashi/2018/08/ashi_2018_08_2018-09-27_tau_001_fi.html

a) Oletetaan neliöhintojen muuttuneen samassa suhteessa kuin indeksin. Muodosta yhtälö, jonka avulla voidaan määrittää koko maan elokuun 2015 osakehuoneistojen velaton neliöhinta. Ratkaise muodostamasi yhtälö ja anna vastaus euron tarkkuudella. (2 p)

b) Mikä olisi pitänyt olla Turun osakehuoneistojen velaton neliöhinta elokuussa 2015, jos hinta olisi muuttunut vuoden 2018 elokuusta samassa suhteessa kuin indeksi? (2 p)

c) Turussa vuoden 2015 elokuussa toteutunut todellinen osakehuoneistojen velaton neliöhinta oli 1919 €/m² (lähde Tilastokeskus). Kuinka monta prosenttia Turussa indeksin avulla laskettu osakehuoneistojen velaton neliöhinta vuoden 2015 elokuussa on suurempi kuin toteutunut osakehuoneistojen velaton neliöhinta vuoden 2015 elokuussa promillen tarkkuudella? (2 p)

d) Kuinka monta prosenttia korkeampi oli indeksi elokuussa 2017 Länsi-Suomessa verrattuna Itä-Suomeen? (6 p)

Aineisto

Tehtava_9.png (tilasto kuvana)

Aineisto taulukkona

Tehtava_9.ods (LibreOffice Calc)

Tehtava_9.csv (CSV-tiedosto, desimaalierotin piste, kentän erotin pilkku)

Näitä taulukkomuotoisia tiedostoja ei ole välttämätöntä hyödyntää tehtävän ratkaisussa, joten muita tiedostomuotoja ei ole tarjolla.

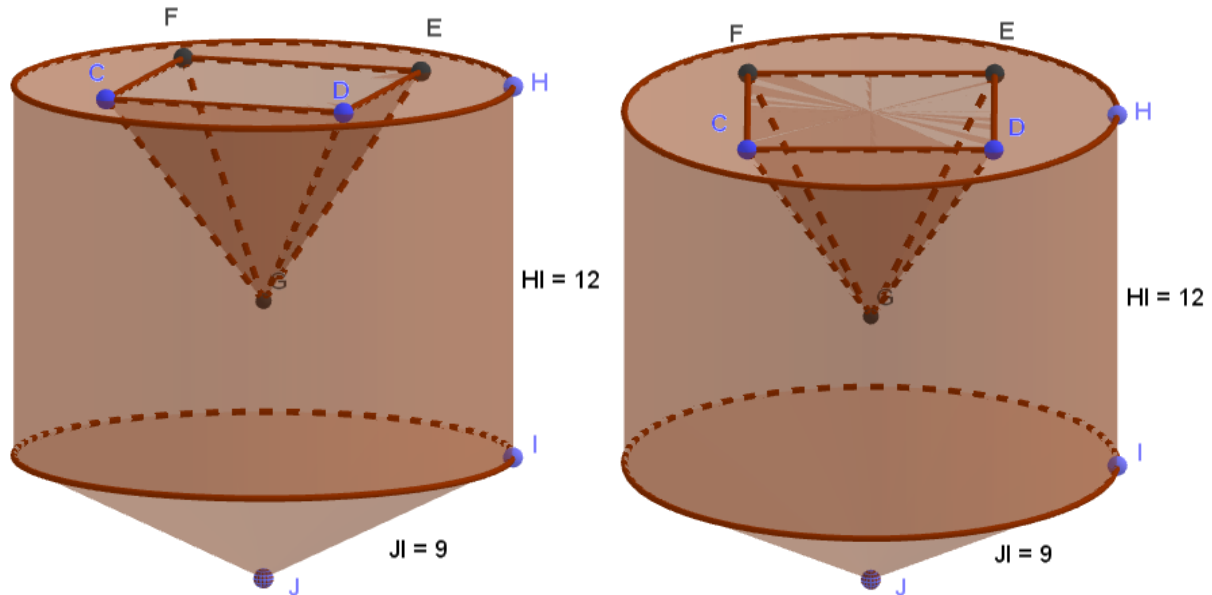
(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

10. B2/10

Matti päättää valmistaa ylioppilassjuhliinsa suklaakonvehdeja erikoisen malliseen suppiloon muistuttavaan muottiin, joka koostuu suorasta ympyräpohjaisesta lieriöstä ja suorasta ympyräpohjaisesta kartiosta. Suklaata valutetaan muottiin ja lopuksi muottiin asetetaan neliöpohjaisen pyramidin muotoinen toffeesydän, jonka jokaisen särmän pituus on 8 mm. Matti haluaa määrittää yhden konvehdin tilavuuden ja hahmottelee GeoGebra-ohjelmalla kuvaa suklaakonvehdistä. Koko konvehdin leveys on 16 mm ja suoran ympyräpohjaisen lieriön korkeus 12 mm. Ympyräpohjaisen kartion sivujan pituus on 9 mm.

Määritä laskemalla suklaakonvehdissa olevan suklaan tilavuus, kun oletetaan muotin olevan ihan täynnä suklaata silloin, kun toffeesydän on asetettu paikoilleen. Kuvat alla esittävät samaa suklaakonvehdintä, mutta ovat vain eri suunnista.



Aineisto

Tehtava_10_1.png Matin hahmotelma suklaakonvehdistä png-kuvatiedostona.

Tehtava_10_2.ggb Matin hahmotelma suklaakonvehdistä GeoGebra-tiedostona ilman koordinaatistoa (ei täysin mittakaavassa).

Tehtava_10_3.ggb Matin hahmotelma suklaakonvehdistä GeoGebra-tiedostona, jossa koordinaatisto ja kuvan tiedot näkyvissä. Appletissa pystyt pyörittämään ja mittaamaan tilavuuden likiarvon, mutta appletti on laadittu siten, että se ei anna oikeaa arvoa. Tätä ggb-tiedostoa ei kuitenkaan ole välttämätöntä hyödyntää vastaamisessa. Tämän takia muita tiedostomuotoja ei ole tarjolla. Mikäli muokkaat GeoGebra-tiedostoa ja haluat palata alkuperäiseen, poista ladattu tiedosto ja avaa alkuperäinen tiedosto uudestaan.

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

11. B2/11

Paraabeli on muotoa $y = ax^2 + 2x + c$. Paraabelista tiedetään, että se aukeaa ylöspäin, kulkee pisteen $(-7, 7)$ kautta ja sivuaa suoraa $y = kx + v$ origossa. Tästä suorasta tiedetään, että se kulkee pisteen $(3, 6)$ kautta. Avaa appletti tästä ja etsi sen avulla kertoimille a, c, k ja v likiarvot (4 p). Määritä lisäksi laskemalla tai jollakin muulla tavalla perustellen tarkat arvot kertoimille (8 p).

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

12. B2/12



Kuva: Pertti Jarla, Fingerpori. Stripin numero on 162 ja se on ilmestynyt ensimmäisen kerran Helsingin Sanomissa vuonna 2007. Copyright Jarla/ PIB.

Yhdellä bitillä voi olla kaksi vaihtoehtoista tilaa; bitti voi olla joko 0 tai 1. Kahdella bitillä voidaan esittää neljä vaihtoehtoista tilaa: 00, 01, 10, 11 ja kolmella bitillä voidaan esittää jo kahdeksan eri tilaa: 000, 001, 010, 100, 011, 101, 110 ja 111. Bittien lisääntyessä kasvaa vaihtoehtoisten tilojen lukumäärä eksponentiaalisesti.

Binäärilukujärjestelmässä kantalukuna on 2 ja lukuja kirjoitettaessa käytetään vain numeroita 0 ja 1, esimerkkeinä binääriluvut 1011 ja 010010. Binäärijärjestelmän viimeinen (oikeanpuoleisin) numero ilmaisee kantaluvun potenssin 2^0 lukumäärän, toiseksi viimeinen numero ilmaisee kantaluvun 2^1 lukumäärän, kolmanneksi viimeinen potenssin 2^2 lukumäärän, jne.

Binäärijärjestelmän luku **1** muunnetaan kymmenjärjestelmän luvuksi laskemalla $1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 1 = 1$. Binäärijärjestelmän luku **10** muunnetaan kymmenjärjestelmään laskemalla $1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2$. Binäärijärjestelmän luku **11** on vastaavasti kymmenjärjestelmässä $1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2 + 1 = 3$. Binäärijärjestelmän luku **110** tarkoittaa kymmenjärjestelmässä $1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$ ja sievennettynä siitä tulee $0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 6$.

Tehtävä:

- Muunna binäärijärjestelmän luku 10101 kymmenjärjestelmään käyttäen esiteltyä teoriaa. (8 p)
 - Kuinka monta prosenttia pienempi on binäärijärjestelmän luku 10101 kuin kymmenjärjestelmän luku 10101? (2 p)
 - Kuinka monta prosenttia binäärijärjestelmän luku 10 on pienempi kuin binäärijärjestelmän luku 11? (2 p)
- (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen ▾

13. B2/13

Kouluterveyskysely 2017

Kysymys: Aamupalan syöminen kouluviikon aikana.

Vastaajat lukion 1. ja 2. vuoden opiskelijat, vastanneiden lukumäärä 34 678.

Vastaus: Ei syö aamupalaa joka arkipäivä, osuus 30,1 %.

Lähde: <https://thl.fi/fi/web/lapset-nuoret-ja-perheet/tutkimustuloksia> 26.9.2018

Terveystiedon kurssilla teet vastaavanlaista tutkimusta omassa lukiossasi. Valitset tutkimukseesi koulustasi satunnaiset 30 opiskelijaa.

a) Arvioi, kuinka moni opiskelija tutkimuksessasi tulisi vastaamaan, että syö aamupalan joka arkipäivä. Perustele arviosi sanallisesti.

b) Muodosta joka arkipäivä aamupalaa syövien opiskelijoiden lukumäärän todennäköisyysjakauma 30 opiskelijan otoksessasi ja esitä se pylväskaaviona. Palauta tehtävässä kaavio ja todennäköisyydet lukumäärille 20, 21 ja 22.

c) Binomitodennäköisyyttä voidaan arvioida eli approksimoida likimäärin normaalijakauman avulla, jonka odotusarvo (keskiarvo) on $E(X) = np$ ja keskihajonta $D(X) = \sqrt{np(1-p)}$.

Binomitodennäköisyydellä tapahtumalle "20, 21 tai 22 syö aamupalan joka arkipäivä" saadaan todennäköisyydeksi $P(20, 21 \text{ tai } 22 \text{ syö aamupalan joka arkipäivä}) = 0,448924133$ ja normaalijakauman avulla on $P(20 < x < 22) = 0,3093720902$. Arvio on melko huono, koska normaalijakauman approksimaatiossa ei ole otettu huomioon ns. jatkuvuuskorjausta.

Mitä jatkuvuuskorjaus tarkoittaa? Laske normaalijakauma-approksimaatio jatkuvuuskorjauksella.

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen 