

### 3.3 VEKTORITULO ELI RISTITULO

esim Laske vektoreiden  
 $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  ja  $\vec{b} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$   
ristitulot  $\vec{a} \times \vec{b}$  ja  $\vec{b} \times \vec{a}$ .

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot 5\vec{i} + 6 \cdot 4\vec{j} + (-4) \cdot 2\vec{k} - 6 \cdot 3\vec{k} - (-4) \cdot 1\vec{i} - 5 \cdot 2\vec{j} \\ &= 19\vec{i} - 4\vec{j} - 26\vec{k} \end{aligned}$$

$$\vec{b} \times \vec{a} =$$

$$\begin{aligned} &= -19\vec{i} + 4\vec{j} + 26\vec{k} \\ &= -(19\vec{i} - 4\vec{j} - 26\vec{k}) \end{aligned}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$$

$\Rightarrow$  vaihdantalaki ei toimi ristitulossa!  
 $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

Sovelluksia:

Kolmion pinta-ala:

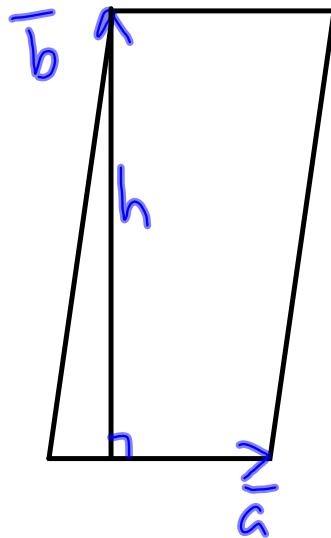
$$A = \frac{1}{2} |\bar{a} \times \bar{b}| = \frac{|\bar{a} \times \bar{b}|}{2}$$

Summikkaan p-ala:

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} |\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a} \times \bar{b}|$$

esim 1 Vektorit  $\vec{a} = i - 2j + k$  ja  
 $\vec{b} = 3i - 4j$  ovat  
suunnikkaan sivuina.  
Laske suunnikkaan ala.

Ratk. KUVIO



$$\vec{a} \times \vec{b}$$

$$A = |\vec{a} \times \vec{b}| =$$

Ja  $\vec{b} = 0\vec{i} - 4\vec{j}$  ovat suunnikkaan sivuina, laske

$$A = |\vec{a} \times \vec{b}| \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & -4 & 0 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \cdot 0\vec{i} + 1 \cdot 3\vec{j} + 1 \cdot (-4)\vec{k} - 3 \cdot (-2)\vec{k} - (-4) \cdot 1\vec{i} - 0 \cdot 1\vec{j}$$

$$= +4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$A = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{29}}}$$

V: Suunnikkaan ala on  $\sqrt{29}$ .

## Skalaarikolmitulo

$$\bar{a} \times \bar{b} \cdot \bar{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Suuntaisäämion tilavuus

$$V_s = \bar{a} \times \bar{b} \cdot \bar{c}$$

Tetraedrin tilavuus

$$V_t = \frac{1}{6} |\bar{a} \times \bar{b} \cdot \bar{c}|$$

esim 1  
(s. 98)  $\bar{a} \times \bar{b} \cdot \bar{c} = \begin{vmatrix} \phantom{a_x} & \phantom{a_y} & \phantom{a_z} \\ \phantom{b_x} & \phantom{b_y} & \phantom{b_z} \\ \phantom{c_x} & \phantom{c_y} & \phantom{c_z} \end{vmatrix}$