Yhtälöpari

- sijoituskeino
- yhteenlaskukeino
- graafisesti

esim a) $\begin{cases} 4x+3y=9 \\ 2x+5y=1 \end{cases}$ $\begin{matrix} \cdot 1 \\ \cdot(-2) \end{matrix}$

yhteenlaskukeinolle

$$\begin{cases} 4x+3y=9 \\ -4x-10y=-2 \end{cases} +$$

$$-7y=7 \quad |:(-7)$$

$$y=-1$$

sij: $2x+5(-1)=1$

$$2x=6 \quad |:2$$

$$x=3$$

V: $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

TAI V: $x=3$ ja $y=-1$

$$-12\tfrac{1}{2}=-\tfrac{25}{2}$$

b) $\begin{cases} 6x+5y=0 \\ 3x-10y=-5 \end{cases}$

sijoituskeinolla

ratkaise x ylemmästä yhtälöstä

$$6x=-5y \quad |:6$$

$$x=-\tfrac{5}{6}y$$

sij. alempaan

$$3\left(-\tfrac{5}{6}y\right)-10y=-5$$

$$-\tfrac{15}{6}y-10y=-5$$

$$-2\tfrac{1}{2}y-10y=-5$$

$$-12\tfrac{1}{2}y=-5 \quad |:\left(-\tfrac{25}{2}\right)$$

$$y=\frac{-5}{-\frac{25}{2}}=5\cdot\frac{2}{25}$$

$$y=\frac{2}{5}$$

sij. alempaan yht.

y:n paikalle

$3x-10\cdot\frac{2}{5}=5$

$$x=-\frac{1}{3}$$

V: $\begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{2}{5} \end{cases}$

$\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$

V: $x=-\frac{1}{3}$ ja $y=\frac{2}{5}$.

LINEAARINEN YHTÄLÖRYHMÄ

Esim 1

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=6 & \cdot 3 \\ x+2y+3z=8 & \cdot 2 \\ 3x-y-2z=5 & \cdot 1 \end{cases} \quad \cdot(-1)$$

Häviketään z:

1 ja 2

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=6 & \cdot 3 \\ x+2y+3z=8 & \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-9y-6z=18 \\ +\ 2x+4y+6z=16 \end{cases}$$

$$8x-5y=34 \quad ④$$

1 ja 3

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=6 & \cdot(-1) \\ 3x-y-2z=5 & \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x+3y+2z=-6 \\ 3x-y-2z=5 \end{cases}$$

$$x+2y=-1 \quad ⑤$$

$$\begin{cases} 8x-5y=34 \\ x+2y=-1 & \cdot(-8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x-5y=34 \\ -8x-16y=8 \end{cases}$$

$$-21y=42 \quad |:(-21)$$

$y=-2$ sij. yht. ④

$8\cdot x-5\cdot(-2)=34$

$8x=34-10 \quad |:8$

$x=3$

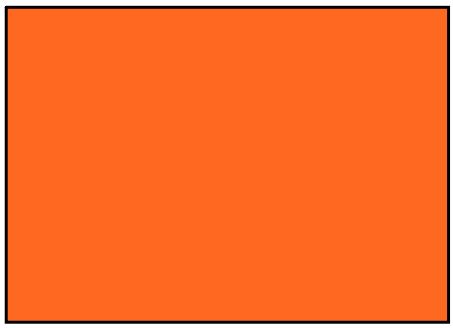
Sij. yhtälöryn ① $x=3,\ y=-2$

$2x-3y-2z=6$

$2\cdot 3 \ ;\cdot(-2)-2z=6$

$z=3$

V: $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases}$



LINEAARINEN YHTÄLÖRYHMÄ

POHJA

Esim 1

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=6 & 1 \\ x+2y+3z=8 & 2 \\ 3x-y-2z=5 & 3 \end{cases}$$

Häviteään z:

1 ja 2

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=6 \\ x+2y+3z=8 \end{cases} \cdot$$

$$\begin{cases} 6x-9y-6z=18 \\ +\ 2x+4y+6z=16 \end{cases}$$

$$8x-5y=34 \quad (4)$$

1 ja 3

$$\begin{cases} 2x-3y-2z=6 \\ 3x-y-2z=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x+3y+2z=-6 \\ 3x-y-2z=5 \end{cases}$$

$$x+2y=-1 \quad (5)$$

$$\begin{cases} 8x-5y=34 \\ x+2y=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x-5y=34 & (4) \\ -8x-16y=8 & (5) \end{cases}$$

$$\vdots$$

$y=-2$ sij. yht. 4

$8 \cdot x-5 \cdot (-2)=34$

$\Rightarrow x=3$

sij. yhtälöön 1 $x=3, y=-2$

$$\vdots$$

$z=3$

V: $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases}$

esim 2

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z + 4 = 0 \\ 3x + y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = -5z - 4 \\ 3x + y = -2z + 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} \cdot(-1) \\ \cdot 3 \end{matrix}$$

häivetään x tai y

$$\begin{cases} -2x + 3y = 5z + 4 \\ 9x + 3y = -6z + 15 \end{cases} \quad -$$

$$-11x = 11z - 11 \quad | : (-11)$$

$$x = -z + 1$$

$y = ?$ sijoitetaan alempaan

merk.

$$\begin{cases} z = t \\ x = \\ y = \end{cases}$$

kts. seur. dia

$$x = -z + 1$$

$$\leftarrow -3 \cdot (-z + 1) + y = -2z + 5$$

$$-3z + 3 + y = -2z + 5$$

$$y = 3z - 3 - 2z + 5$$

$$y = z + 2$$

merkitään

$$z = t$$

$$V: \begin{cases} x = -t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = t \end{cases}$$

esim 2 (2606)

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z + 4 = 0 \\ 3x + y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = -5z - 4 \\ 3x + y = -2z + 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} \cdot(-1) \\ \cdot 3 \end{matrix}$$

$$-\begin{cases} -2x + 3y = 5z + 4 \\ 9x + 3y = -6z + 15 \end{cases}$$

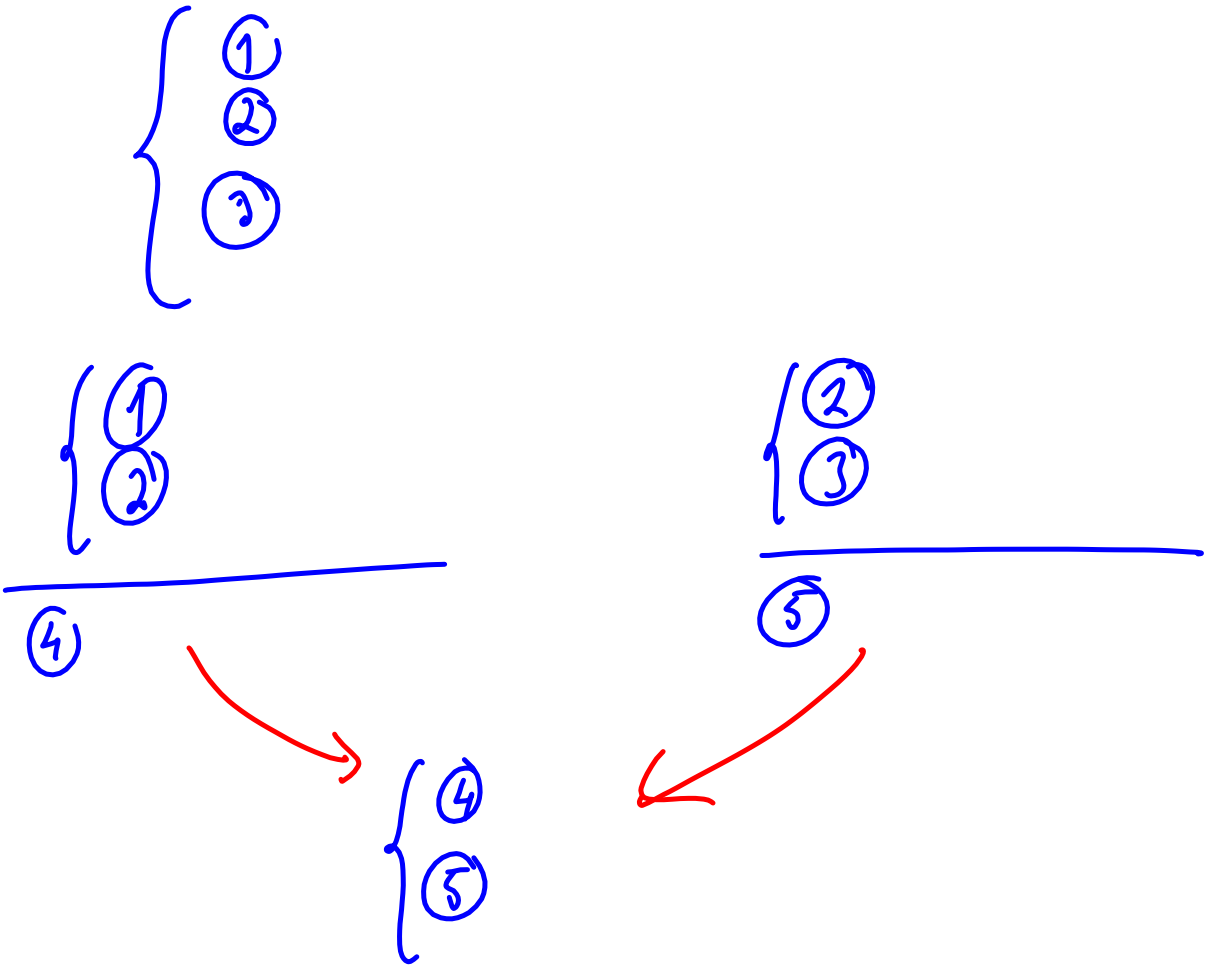
$$-11x = 11z - 11 \quad | : (-11)$$

$$x = -z + 1$$

$y = ?$ siirt.

merk.

$$\begin{cases} z = t \\ x = \\ y = \end{cases}$$



Sij. allekp.