

esim. Määritä ympyrän

$$x^2 + y^2 + 6x - 5y + 13 = 0$$

keskipiste ja säde.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 5y = -13$$

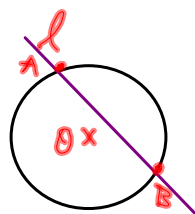
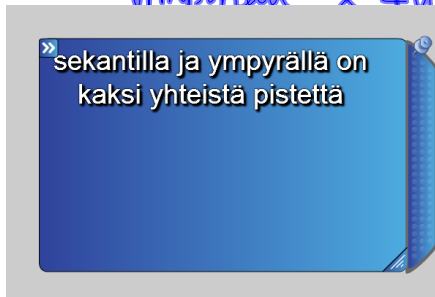
$$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 + y^2 - 2 \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -13 + 9 + 6\frac{1}{4}$$

$$(x + 3)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = 2\frac{1}{4}$$

$$Kp : \left(-3, \frac{5}{2}\right), r = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

SEKANTTI

oim Missä pisteessä suora
 $X+3y-5=0$ leikkaa
 ympyrän $x^2+y^2=5$?



$$\begin{cases} x+3y-5=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$

Sij. keino: $x = -3y + 5$ sij. alemm. yht.

$$(5-3y)^2 + y^2 = 5$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$A: \begin{cases} x = -3+5 \\ y = 2 \end{cases} \quad B: \begin{cases} x = -3+5 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$y = 2 \text{ tai } y = 1$$

$$x = -1$$

V: $(-1, 2)$ ja $(2, 1)$. Kyseessä on sekantti.

oim Osoita, että ympyrän
 $x^2+y^2+4x+2y-5=0$ tangentti
 on suora $3x-y-5=0$.

TANGENTTI



I tapa

$$\begin{cases} x^2+y^2+4x+2y-5=0 \\ 3x-y-5=0 \end{cases} \text{ leikk. piste}$$

II tapa

ympyrän kp:n etäisyys suoralta on r

III tapa

Katsoin, toteuttaako suoran
 yhtälö ympyrän yhtälön.

$$3x-y-5=0$$

$$y = 3x-5$$

$$x^2 + (3x-5)^2 + 3x + 2(3x-5) - 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 5$$

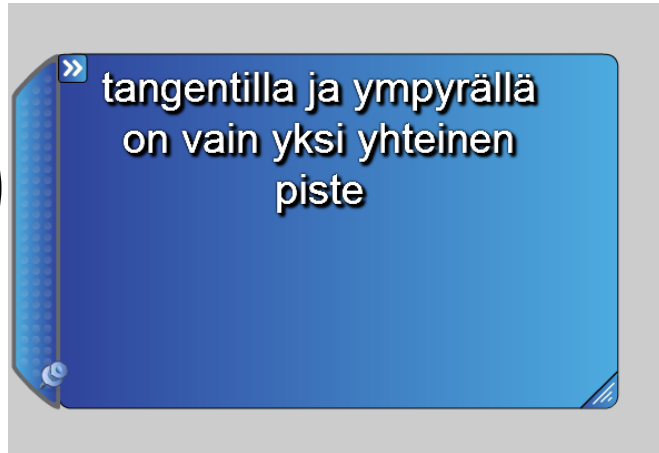
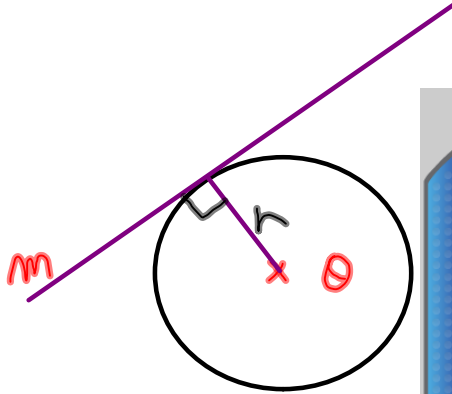
$$(-3y + 5)^2 + y^2 = 5$$

$$\underbrace{9y^2 - 2 \cdot 3y \cdot 5 + 25}_{-2 \cdot 3y \cdot 5} + \underbrace{y^2 - 5}_y = 0$$

$$10y^2 - 30y + 20 = 0 \quad | :10$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

TANGENTTI



esim osoita, että ympyrän
 $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 5 = 0$ tangentti
on suora $3x - y - 5 = 0$.

I tapa

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x + 2y - 5 = 0 \\ 3x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

PIIRÄ

leikk. piste

II tapa

ympyrän keskip.:n etäisyys suoralta on r

III tapa

Katsotaan, toteuttaako suoran
yhtälö ympyrän yhtälön.

$$3x - y - 5 = 0$$

$$y = 3x - 5$$

$$x^2 + (3x - 5)^2 + 3x + 2(3x - 5) - 5 = 0$$

Sekantti

esim. Missä pisteessä suora $x+3y-5=0$
leikkaa ympyrän $x^2+y^2=5$?

$$\begin{cases} x+3y-5=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$

$$x = -3y+5$$

kaava!

$$\begin{aligned} (-3y+5)^2 + y^2 &= 5 \\ 9y^2 - 30y + 25 + y^2 &= 5 \\ 10y^2 - 30y + 20 &= 0 \\ y^2 - 3y + 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} -5 \\ :10 \end{array}$$

$$y = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2}$$
$$y = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$y = \frac{3+1}{2} \quad \text{tai} \quad y = \frac{3-1}{2}$$
$$y = 2 \quad \text{tai} \quad y = 1$$

$$\Rightarrow x = -3 \cdot 2 + 5 = -1$$
$$\Rightarrow x = -3 \cdot 1 + 5 = 2$$

$$V: (-1, 2) \text{ ja } (2, 1)$$