

S00/1

b) $x^2 - y^2 = 1$

~~$$\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t} + t\right)\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t} - t\right)\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t^2} + 2 + t^2\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t^2} - 2 + t^2\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{t^2} + 2 + t^2 - \left(\frac{1}{t^2} - 2 + t^2\right)\right) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$~~

$$= X^{(n-1) \cdot (n-1)} \cdot X^{n \cdot (2-n)}$$

a) $(x^{n-1})^{n-1} \cdot (x^n)^{2-n} = X^{n^2-2n+1} \cdot X^{2n-n^2} = X^{n^2-2n+1+(2n-n^2)}$
 $= x^{n-1} = x$

b) $\sqrt[3]{a^1 (\sqrt[3]{a^3} - \sqrt[3]{a^5})} = a^{\frac{1}{3}} (a^{\frac{3}{3}} - a^{\frac{5}{3}}) = a^{\frac{1}{3} + \frac{3}{3}} - a^{\frac{1}{3} + \frac{5}{3}} = a^{\frac{4}{3}} - a^{\frac{6}{3}} = a^{\frac{4}{3}} - a^2$
 $= a - a^2$

5 ~~$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \end{cases}$$~~

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

K02/
3

Koko myynti 2000: a ($\neq 0$)
Koko myynti 2001: $1,06a$
Ulkomaan myynti 2000: b ($\neq 0$)
Ulkomaan myynti 2001: $1,10b$
Kotimaan myynti 2000: c ($\neq 0$)
Kotimaan myynti 2001: $0,95c$

$$\begin{cases} a = b + c & \rightarrow c = a - b \\ 1,06a = 1,10b + 0,95c \end{cases}$$

$$1,06a = 1,10b + 0,95a - 0,95b$$

$$0,11a = 0,15b \quad ||: 0,15$$

$$b = \frac{0,11a}{0,15}$$

Vuonna 2000 ulkomaan myynti oli:

$$\frac{\frac{0,11a}{0,15}}{a} \cdot 100\% = \underline{\underline{73,3\%}}$$

V:

$$= x^{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$= x$$

$$b) \sqrt[3]{a}(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{a^5}) = a^{\frac{1}{3}}(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{5}{3}})$$

$$= a^{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3}}$$

$$= a - a^2$$

S00/5
 S.122

$x + y + z = 0$

$(x + y + z)^2 = 0$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 0$

$= 1 \quad -1$

$2xy + 2xz + 2yz = -1$

$2(xy + xz + yz) = -1$

$xy + xz + yz = -\frac{1}{2}$

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$

$(\quad)(\quad) = 0$

$xy + yz + zx = -\frac{1}{2}$

\square

S81/1

$$\begin{aligned} 2-3x-4x &> 0 \\ 2-7x &> 0 \\ -7x &> -2 \quad | :(-7) \\ x &< \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$V: x < \frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned} &2 \cdot \sqrt[4]{3} \cdot a^{\frac{3}{2}} - a^3 \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{3}{2}} - a^3 \end{aligned}$$

$$a = \sqrt[6]{3} = \underline{\underline{3^{\frac{1}{6}}}}$$

S81/1

Sijoitetaan a

$$\begin{aligned} &2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot (3^{\frac{1}{6}})^{\frac{3}{2}} - (3^{\frac{1}{6}})^3 \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{3}{4}} - 3^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \cdot 3^{\frac{3}{4}} - 3^{\frac{1}{2}} \\ &= 2\sqrt[4]{3} - \sqrt{3} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

$$= \frac{14}{5}$$

$$= 2\frac{3}{5}$$

c) $f(x) = g(x)$
 $x^2 + 3x + 1 = x^2 + x - 2x + 3$
 $x^2 - x^2 + 3x^2 - x^2 + x - 2x + 1 - 3 = 0$
 $2x^2 + 3x - 2 = 0$
 \vdots
 $X = 2 \text{ tai } X = \frac{1}{2}$

$1^\circ (2x+1)(1-2x)(x+1) = 0$ TULON NOLLASÄÄNTÖ !!

$2x+1=0$ **tai** $1-2x=0$ **tai** $x+1=0$
 $2x = -1 \parallel :2$ $2x = 1 \parallel :2$ $x = -1$
 $x = -\frac{1}{2}$ $x = \frac{1}{2}$

$$2^\circ (2x+1)(1-2x)(x+1) = 1$$

$$(1+2x)(1-2x)(x+1) - 1 = 0$$

$$(1^2 - (2x)^2)(x+1) - 1 = 0$$

$$(1 - 4x^2)(x+1) - 1 = 0$$

$$\cancel{x+1} - 4x^3 - 4x^2 - \cancel{1} = 0$$

$$-4x^3 - 4x^2 + x = 0$$

$$-x(4x^2 + 4x - 1) = 0$$

$$-x = 0 \text{ tai } 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{-\sqrt{2}+1}{2} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{2}-1}{2}$$

K 97/3a

Ratkaisut Kevät 1997

3. a) Rusinoita saadaan viinirypäleitä kuivattamalla. Kuinka monta prosenttia rypäleiden vedestä haihtuu kuivatuksessa, kun rypäleiden vesipitoisuus on 82 painoprosenttia ja rusinoiden 24 painoprosenttia?

Ratkaisu Merkitään rypäleiden painoa a ja rusinoiden painoa x .

Rypäleissä on vettä $0,82a$. Muun aineen määrä $0,18a$ säilyy kuivatettaessa.

$$0,76x = 0,18a \quad | : 0,76$$

$$x = \frac{0,18a}{0,76} = \frac{0,18}{0,76}a \approx 0,237a$$

$$a - 0,82a = 0,18a$$

Painon muutos johtuu vain veden vähenemisestä.

Siis haihtuneen veden määrä on $a - x \approx 0,763a$.

Tämä on rypäleiden vesimäärästä

$$\frac{0,7632a}{0,82a} = \frac{0,7632}{0,82} \approx 0,93 = 93\%$$

Vastaus 93%

$$K94/2a \quad P(x) = ax^3 - 31x^2 + 1$$

$$\text{eräs m. } x=1$$

$$\Rightarrow \text{eräs tekijä } \boxed{x-1}$$

$$P(1) = a \cdot 1^3 - 31 \cdot 1^2 + 1 = 0$$

$$a - 31 + 1 = 0$$

$$a = 30$$

$$P(x) = 30x^3 - 31x^2 + 1 = 0$$

$$x-1 \overline{) 30x^3 - 31x^2 + 1}$$

MAA 2

tekijälause

$$a = ?$$

$$P(x) = 0$$

$$K90/6a \quad \left| \frac{2x+1}{3x-1} - \frac{2}{3} \right| < 0,01 \quad \frac{1}{100}$$

$$m_j: \\ 3x-1 \neq 0$$

$$3x \neq 1 \\ x \neq \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{100} < \frac{2x+1}{3x-1} - \frac{2}{3} < \frac{1}{100}$$

$$-\frac{1}{100} < \frac{2x+1}{3x-1} - \frac{2}{3} \quad \text{ja} \quad \frac{2x+1}{3x-1} - \frac{2}{3} < \frac{1}{100}$$

EI SAA
POISTAA
NIMITÄJIÄ.