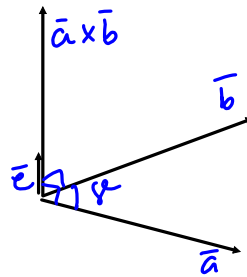


VEKTORI-ELI RISTITULO



$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \sin \varphi \vec{e}$$

Vektori \vec{e} on vektoreita \vec{a} ja \vec{b} vastaan kohtisuora yksikkövektori.

esim laske vektoreiden $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ ja $\vec{b} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$

ristitulot $\vec{a} \times \vec{b}$ ja $\vec{b} \times \vec{a}$.

Ratk.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot 5 \vec{i} + 1 \cdot 6 \vec{j} + 2 \cdot (-4) \vec{k} - 6 \cdot 3 \vec{k} - (-4) \cdot 1 \vec{i} - 5 \cdot 2 \vec{j} \\ &= \underline{15 \vec{i}} + \underline{6 \vec{j}} - 8 \vec{k} - 18 \vec{k} + 4 \vec{i} - 10 \vec{j} \\ &= 19 \vec{i} - 4 \vec{j} - 26 \vec{k} \end{aligned}$$

$$\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & -4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= -4 \cdot 1 \vec{i} + 5 \cdot 2 \vec{j} + 6 \cdot 3 \vec{k} - 2 \cdot (-4) \vec{k} - 3 \cdot 5 \vec{i} - 1 \cdot 6 \vec{j} \\ &= -4 \vec{i} + 10 \vec{j} + 18 \vec{k} + 8 \vec{k} - 15 \vec{i} - 6 \vec{j} \\ &= -19 \vec{i} + 4 \vec{j} + 26 \vec{k} \end{aligned}$$

Vaihdantalaki ei päde ristitulolle!

$$\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

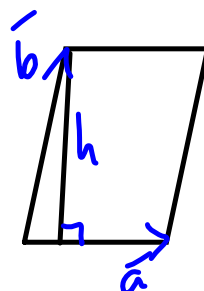
Kolmion pinta-ala

$$A = \frac{1}{2} |\bar{a} \times \bar{b}| = \frac{|\bar{a} \times \bar{b}|}{2}$$

Suunnikkaan p-ala

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} |\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a} \times \bar{b}|$$

esim Vektorit $\bar{a} = \bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ ja $\bar{b} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$
 ovat suunnikkaan sivuina.
 Laske suunnikkaan ala.



$$= 4\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$$

$$A = |\bar{a} \times \bar{b}| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

v:

$$\begin{array}{r} 259 \\ 261 + \textcircled{4\text{tekst}} \\ 262 \end{array}$$