

GEOMETRIA

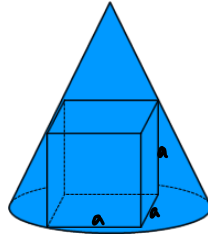
- Pythagoraan lause
- sini, kosini, tangenti (taulukosta, peruslaskimet, TI-Nspire, GG)
- sini lause (Mitä tietoja?) sin ↑ katolus
sin⁻¹ kulma
- kosini lause
- tasokuvioiden pinta-alat (mm. muistikolmiot)
- erilaiset kulmat = kehäkulma
= keskuskulma
= tangenttikulma
- kulman puolittajalause
- yhdenmuotoisuus
- pituus- ja leveyspiirit (tämä esimerkki)
- tilavuudet kappaleita ja pinta-alat tasokuvioilla
- sisäkkäin olevat kappaleet

E1
Juuri 3
teht. 45b

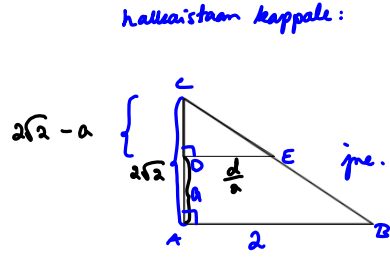
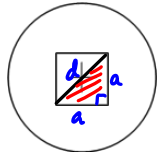
Suoran ympyräkoneen pohjan halkaisija on 4 ja korkeus $2\sqrt{2}$. Koneen sisälle asetetaan mahdollisimman suuri kuutio. Mikä on kuution tilavuus?

Ratkaisu

Kuution tulee olla sellainen, että sen korkeus koskettaa koneen varpaa ja sen korkeus on koneen pohjalla.



$2\sqrt{2}$ korkeus
kuutio on 45b



Ratkaistaan kuution pohjan halkaisija suorakulmaisesta kolmiosta Pythagoraan lauseen avulla

$$d^2 = a^2 + a^2$$

$$d^2 = 2a^2 \quad | \sqrt{}$$

$$d = \pm \sqrt{2a^2}, \quad a > 0$$

$$d = a\sqrt{2} \quad (\text{tai } d = -a\sqrt{2})$$

Poikkileikkauksuorien kolmiot ovat yhdenmuotoiset, koska niillä on $\angle ABC$ ja $\angle DEC$

toisilla on suora kulma ($\angle ACB = \angle CDE$) ja yhteinen kulma $\angle ACB = \angle DCE$. kk-lause

Yhdenmuotoisten kolmioiden vastinien suhde on VAKIO.

$$\frac{\text{suurempi } \Delta \text{ h}}{\text{pienempi } \Delta \text{ h}} = \frac{\text{suurempi kanta}}{\text{pienempi kanta}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - a} = \frac{2}{\frac{d}{2}} \quad \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{d} = \frac{4}{d}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - a} = \frac{4}{d}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - a} = \frac{4}{a\sqrt{2}} \quad | \times$$

Ti-NSpire

Solve(= , a) $2\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 4(2\sqrt{2} - a)$

$$4a = 8\sqrt{2} - 4a$$

$$8a = 8\sqrt{2} \quad | :8$$

$$a = \sqrt{2}$$

Kuution tilavuus $a^3 = (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

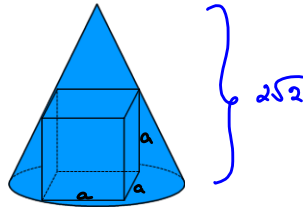
V: Kuution tilavuus on $2\sqrt{2}$.

E1
Juuri 3
teht. 45b

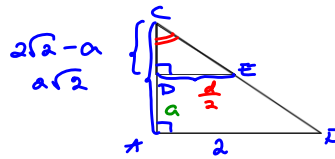
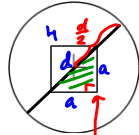
Suoran ympyräkoneen pohjan halkaisija on 4 ja korkeus $2\sqrt{2}$. Koneen sisälle asetetaan mahdollisimman suuri kuutio. Mikä on kuution tilavuus?

Ratkaisu

Kuution tulee olla sellainen, että sen miina korkein koskettaa koneen vaippaa ja miina korkein on koneen pohjalla.



halkaisiasta kappale:



Ratkaistaan kuution pohjan halkaisija suorakulmaisesta kolmiosta Pythagoraaan lauseesta.

$$d^2 = a^2 + a^2$$

$$d^2 = 2a^2 \quad | \sqrt{\quad}, a > 0$$

$$d = \sqrt{2a^2} \text{ (tai } d = -\sqrt{2a^2})$$

pituus on positi.

$$d = \sqrt{2} a$$

Itäpa
 MAOL muuttokerto

Itäpa
 potenssilaajat

Peräkkäisistä suorakulmaisten kolmioiden ABC ja DEC ovat yhdenmuotoiset, koska niissä on molemmissa suora kulma ($\sphericalangle C$ ja $\sphericalangle BAC$ ja $\sphericalangle E$ ja $\sphericalangle EDC$) ja

ylä yhteinen kulma $\sphericalangle BCA$ ja $\sphericalangle ECD$.

kk - lause

Yhdenmuotoisten kolmioiden vastinpuoleiden suhde on VAKIO.

$$\frac{\text{suurempi } \Delta h}{\text{pienempi } \Delta h} = \frac{\text{suurempi kanta}}{\text{pienempi kanta}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-a} = \frac{a}{\frac{d}{2}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-a} = \frac{4}{d} \quad \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{a}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-a} = \frac{4}{\sqrt{2}a} \quad | \times$$

$$2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}a = 4(2\sqrt{2}-a)$$

$$2(\sqrt{2})^2 a = 8\sqrt{2} - 4a$$

$$4a = 8\sqrt{2} - 4a$$

$$8a = 8\sqrt{2} \quad | :8$$

$$a = \sqrt{2}$$

Kuution tilavuus on:

$$V = a^3 = (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2}$$

$$V = 2\sqrt{2}$$

V: Kuution tilavuus on $2\sqrt{2}$.