

Derivaatan jatkon

esim 1 Määritä funktion $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3$ pienin ja suurin arvo välillä $[-1, 1]$.

esim 2 Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 - 2x + 8} + 1$ pienin ja suurin arvo.

esim 3 Tutki funktion $f(x) = x^3 - 3x + 2$ funktion monotonisuutta.

esim 1

Ratk. Polynomifunktiona jatkuu välillä $[-1, 1]$ ja derivoituu $] -1, 1 [$.

Jatkuvan funktion ääriarvolause

Funktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa joko

- 1) välin päätepisteissä tai
- 2) välille kuuluvissa derivaatan nollakohtissa tai

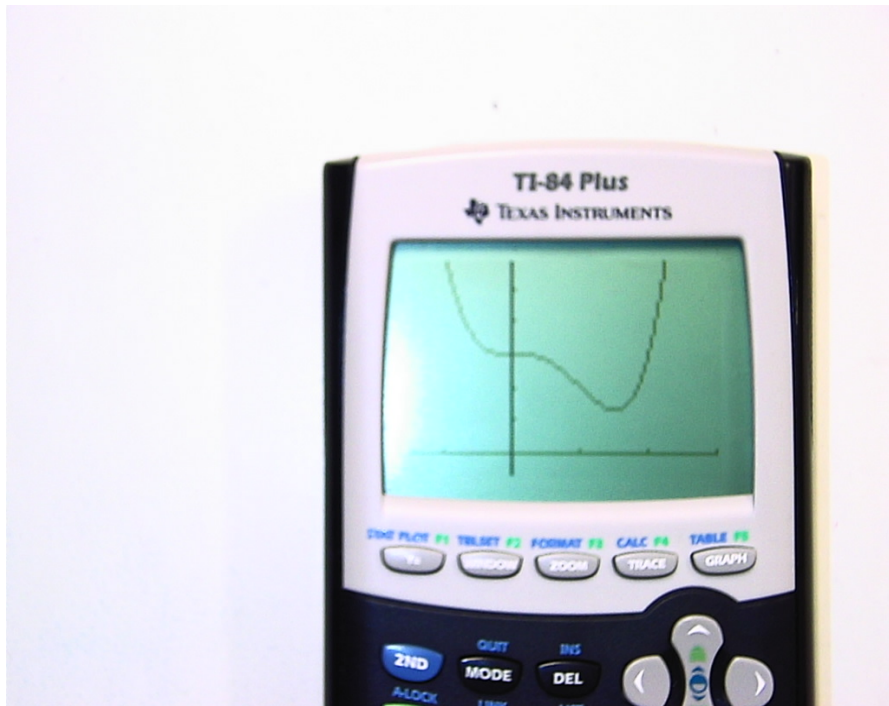
(3) mahdollisissa epäjatkuvuuskohtissa)

1) välin päätepisteet

2) der. nk: t

esim4 Määritä funktion $f(x)$
paikalliset ääriarvot

a) $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ b) $f(x) = x^4 - 2x^2$



✓

Jatkuvan funktion ääriarvot

Funktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa

- 1) välin päätepisteissä tai
- 2) välille kuuluvissa derivaatan nollakohtissa tai
- 3) mahdollisissa epäjatkuvuuskohtissa)

① Välin päätepisteet

$$f(-1) = (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^3 + 3 = \underline{\underline{6}}$$

$$f(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^3 + 3 = \underline{\underline{2}}$$

② $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$

$$4x^3 - 6x^2 = 0$$

$$2x^2(2x - 3) = 0$$

$$2x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{tai } (2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2})$$

ei kuulu $[-1, 1]$

#

$\in [-1, 1]$

tulon nollasääntö

$$f(\underline{0}) = 0^4 - 2 \cdot 0^3 + 3 = 3$$

√^m Sumbu arde ~~x~~ = 6 is pitenih ~~f~~^m(~~x~~) = 2.

esim. Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 - 2x + 8}$ + pienin ja suurin arvo.

Määrittelyjoukko:

$$-x^2 - 2x + 8 \geq 0$$

Nollakohdat: merkitään, että

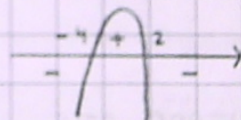
$$-x^2 - 2x + 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 8}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm 6}{-2}$$

$$x = -4 \quad \text{tai} \quad x = 2$$

Merkkikaavio:

	-4	2	
f(x)	-	+	-



$$\text{mj.}: -4 \leq x \leq 2$$

Funktio $f(x)$ on jatkuva välillä $[-4, 2]$ ja derivoituva $] -4, 2[$.

Jatkuvan funktion ääriarvot



mj: $-1 \leq x \leq 2$

~~Funktio $f(x)$ on jatkuva välillä $[-4, 2]$ ja derivoituva $] -4, 2[$.~~

Jatkuvan funktion ääriarvolause

2) $f'(x) = \frac{1}{2}(-x^2 - 2x + 8)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x - 2)$ kerr. fikt. der.
 $= \frac{1}{2}(-x^2 - 2x + 8)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-2x - 2)$

~~$= \frac{-2x - 2}{2(-x^2 - 2x + 8)^{\frac{1}{2}}}$~~

Nollakohdat: merkitään, että

$2(-x^2 - 2x + 8) \cdot (-2x - 2) = 0$

$-2x - 2 = 0$

$-2x = 2$

$x = -1 \in [-4, 2]$

mj: $-x^2 - 2x + 8$
 $] -4, 2[$

1) $\left\{ \begin{array}{l} f(-1) = 4 \\ f(-4) = 1 \\ f(2) = 1 \end{array} \right.$

$\forall: P \quad 1 \quad \text{ja} \quad 4$

cosm3

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

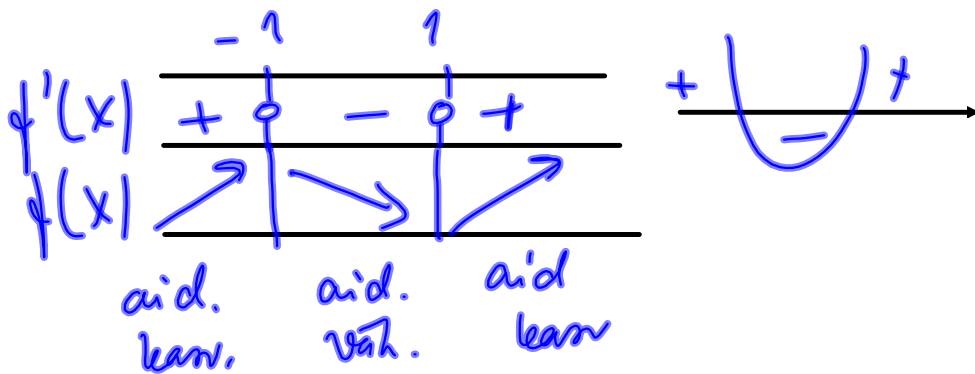
pol. f. jatk. & der. koko \mathbb{R} :ssä

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3 \quad | :3$$

$$x^2 = 1 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 1$$



V: Aid kasv. $x < -1$ tai $x > 1$
ja aid. väh. $-1 < x < 1$.

$$f'(x) = 0, \text{ kun } x = \pm 1$$

(nämä ovat väliä yksittäisiä pisteitä)