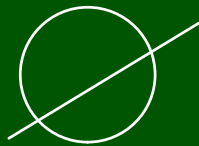


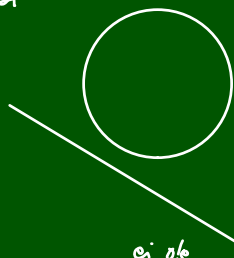
SUORA JA YMPYRÄ



sekantti

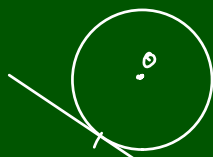


tangenti



ei ole yhtään leikkauspist.

Esim. 1. Osoita, että suora $3x - y - 5 = 0$ on ympyrän $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 5 = 0$ tangenti.



1 yhteinen piste

TAPA 1:

$$\begin{cases} 3x - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

SIJONNUSLAINO

$$\begin{aligned} 3x - y - 5 &= 0 \\ y &= 3x - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + (3x - 5)^2 + 4x + 2(3x - 5) - 5 &= 0 \\ x^2 + 9x^2 - 30x + 25 + 4x + 6x - 10 - 5 &= 0 \\ 10x^2 - 20x + 10 &= 0 \quad | :10 \\ x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ (x - 1)^2 &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

✓: Ainoa juuri on $x = 1$, joten suora on ympyrän tangenti. \square

TAPA 2: pisteen etäisyys suorasta - kaava kämpäen

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

neliöintegrointioperaatio

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$x^2 + 4x \quad + \quad y^2 + 2y \quad = 5$$

$$x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 + y^2 + 2 \cdot 1y + 1^2 = 5 + 2^2 + 1^2$$

$$(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$(x_0, y_0) = (-2, -1)$$

$$\begin{aligned} r^2 &= 10 \\ r &= \sqrt{10}, \quad r > 0 \end{aligned}$$

kaikki loppuu!