

## lukujonon raja-arvo

esim jono  $\left(\frac{2n}{n+1}\right)$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$$

$$1, \frac{4}{3}, 1\frac{1}{2}, \frac{8}{5}, \dots, \frac{2n}{n+1}, \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \cancel{n}}{\cancel{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = 2$$

Jos  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  on äärellinen luvun, niin sanotaan, että jono  $(a_n)$  on SUPPENEVA, muun tapauksessa jono  $(a_n)$  on HAJAANTUVA.

esim 1 Onko edellä olleet lukujono suppenen vai hajaantuu?

$$\text{koska } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n+1} = 2$$

$\Rightarrow$  suppenen

SUPPENEVA

## Raja-arvojen

kts. MAA7  
MT7

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c = c \quad (\text{vakio})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty, \quad k > 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0, \quad k > 0$$

## Raja-arvon laskusääntöjä

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$$

$$\text{ja } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b, \text{ niin}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c a_n = c \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c a$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a + b$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a b$$

$$\text{jos } b \neq 0 \text{ ja } b_n \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{a}{b}$$