LOGARITMIFUNKTION DERIVAATTA

$$\boxed{\begin{array}{l} D\ln x = \frac{1}{x}, \quad x>0 \\ D\ln \underset{\text{sisäf.}}{f(x)} = \frac{1}{f(x)} \cdot \underset{\text{sisäf.der}}{f'(x)} = \frac{f'(x)}{f(x)}, \quad f(x)>0 \end{array}}$$

$$D\ln|x| = \begin{cases} D\ln x = \frac{1}{x}, & \text{kun } x>0 \\ D\ln(-x) = \frac{1}{-x}\cdot(-1) = \frac{1}{x}, & \text{kun } x<0 \end{cases}$$

$$\boxed{D\ln|x| = \frac{1}{x}, \quad \text{kun } x \neq 0}$$

esim 1 $\quad D\ln 5x = \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}x} = \underline{\frac{1}{x}}, \quad x>0$

$f(x) = 5x$
$f'(x) = 5$

esim 2 $\quad D\ln x^3 = \frac{3\cancel{x^2}}{\cancel{x^3}} = \underline{\underline{\frac{3}{x}}}, \quad x>0$

$D\, fg$
$= f'g + g'f$

esim 3 $\quad D\ln(x^2+1) = \underline{\underline{\frac{2x}{x^2+1}}}, \quad x \in \mathbb{R}$

esim 4 $\quad D(\overset{f}{x}\cdot\overset{g}{\ln x}) = \overset{f'\cdot g}{1\cdot\ln x} + \overset{g'\cdot f}{\frac{1}{\cancel{x}}\cdot\cancel{x}}$ $\quad$ mj: $x>0$

$$= \underline{\underline{\ln x + 1}}$$

esim 5 Määritä funktion $f(x)=x^2\ln x$ suurin ja pienin arvo välillä $[1,e]$.

Ratk. Jatkuvan funktion ääriarvolause

Funktio on polynomifunktion ja logaritmifunktion tulona jatkuva $[1,e]$ ja derivoituva $]1,e[$.

Funktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa joko
1) välin päätepisteissä tai
2) välille kuuluvissa derivaatan nollakohdissa.

mj: $x>0$ $\quad [1,e]$

1) välin päätepisteet

$f(1)=1^2\cdot\ln 1=1\cdot 0=0$ pienin

$f(e)=e^2\cdot\ln e=e^2\cdot 1=e^2$ suurin

2) der. nk:t $\qquad f(x)=x^2\cdot\ln x \qquad f'g+g'f$

$$f'(x)=2x\cdot\ln x+x^{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{\cancel{x}}$$
$$=2x\cdot\ln x+x=0$$
$$=x(2\ln x+1)=0$$

$\cancel{2x\ln x=-x \;|:2x,\ x\neq 0}$
$\cancel{\ln x=\frac{-x}{2x}}$
$\cancel{\ln x=-\frac{1}{2}}$

TULON NOLLASÄÄNTÖ

$x=0$ tai $2\ln x+1=0$

$2\ln x=-1$

$\ln x=-\frac{1}{2}$

$\log_e x=-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}=e^{-\frac{1}{2}}=x=\frac{1}{\sqrt{e}}$

$\approx 0{,}6\notin[1,e]$

V: Pienin arvo on 0 ja suurin on e^2.

esim Määritä funktiolle $f(x)=\frac{x}{\ln x}$

a) kohtaan $x=e$

piirretyn tangentin yhtälö

b) $x=\frac{1}{e}$

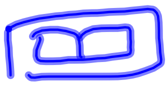
151–156, 157, 161, 164

$\ln 1 = \log_e 1 = 0$

$e^0 = 1$

$\ln e = \log_e e = 1$

$e^1 = e$



2

funktion minimikohta

funktion maksimikohta