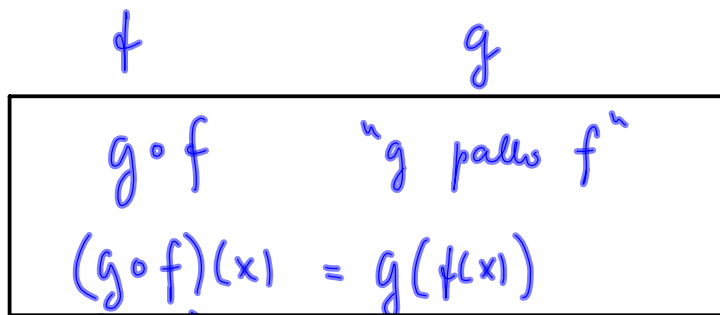


YHDISTETTY FUNKTIO / San' d-F



ulko-funktio sisä-funktio

Esim 1 Olkoon $f(x) = 3x - 4$ ja $g(x) = x^2 - 5$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(3x - 4) \\ &= (3x - 4)^2 - 5 \\ &= 9x^2 - 24x + 16 - 5 \\ &= 9x^2 - 24x + 11\end{aligned}$$

muistikaava!
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(x^2 - 5) \\ &= 3(x^2 - 5) - 4 \\ &= 3x^2 - 15 - 4 \\ &= 3x^2 - 19\end{aligned}$$

↑ ulko-f. ↑ sisä-f.

$(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$ VAIHTAMATAKSI
EI PÄDE

TA1 yhtälökettuna
 $y = g(u)$, $u = f(x)$

Esim 2 $f(x) = \sqrt{2x^2 - 3}$
 $y = \sqrt{u}$, $u = 2x^2 - 3$

test. 3, 7

YHDISTETYN FUNKTION DERIVAATTA

Lause

$$D g(f(x)) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

↖ sisät der.

$$\begin{aligned} D(g \circ f)(x) &= (g \circ f)'(x) \\ &= g'(f(x)) f'(x) \end{aligned}$$

TAI ketjusääntönä

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$y = g(u)$$

$$u = f(x)$$

$$\frac{dy}{du} = g'(u) \quad , \quad \frac{du}{dx} = f'(x)$$

esim Derivoi, $x \in \mathbb{R}$

a) $h(x) = (3x+1)^4$

b) $(-3x-4x^2)^2$

Ratk a) $D(f \circ g)(x)$

$$= h'(x)$$

$$= 4(3x+1)^3 \cdot 3$$

$f'(g(x))$

↖ $g'(x)$

$$= \underline{\underline{12(3x+1)^3}}$$

ulkot. $f(x) = x^4$

sisät. $g(x) = 3x+1$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$f'(x) = 4x^3$$

$$g'(x) = 3$$

16 a)