# DERIVAATAN MÄÄRITELMÄ

esim 1. Määritä funktion $f(x) = -x^2+3x+1$ muutosnopeus eli derivaatta kohdassa $x=2$.

Ratk. Derivaatan määritelmän mukaan

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \underbrace{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}_{\text{erotusosamäärä}}$$

erotusosamäärän raja-arvo

$a = 2$

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-x^2+3x+1-(-2^2+3\cdot 2+1)}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-x^2+3x+1+4-6-1}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-x^2+3x-2}{x-2} \qquad \text{"}\frac{0}{0}\text{"}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{-(x-1)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}$$

$ax^2+bx+c$

$= a(x-x_1)(x-x_2)$

$$= \lim_{x\to 2} -(x-1)$$

$$= -(2-1) = -1$$

Toinen esitystapa derivaatan määritelmälle:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$f(x) = x - 3x^2$

esim 2

82 d) Calculus

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h - 3h^2 - \overbrace{(0 - 3 \cdot 0^2)}^{=0}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(1 - 3h)}{\cancel{h}}$$

$$= 1 - 3 \cdot 0$$

$$f'(0) = 1 = k$$

Tiettyyn pisteeseen piirretyn tangentin kulmakerroin.

II tapa a-muoto