

MAA7 / SLF

DERIVAATTA

1.1 MURTOLOUSEKKEET

* rationaaliluku eli murtoluku, $\frac{m}{n}$, $m \neq 0$, $m, n \in \mathbb{Z}$

* rationaalilauseke eli murtolauseke

$$\frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0$$

* rationaalifunktio eli murtofunktio on

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

- määritelty, kun $q(x) \neq 0$
- määrittelyehto $q(x) \neq 0$ on välttämätöntä, jotta ei yhtaälön $p(x) = 0$ ratkaisint, jotka eivät ole määrittäjän määrittelyehto

esim Milloin seuraavat rationaalilausekkeet ovat määriteltyjä?

$$a) \frac{2x+1}{3x-3} \quad \begin{array}{l} 3x-3 \neq 0 \\ 3x \neq 3 \quad | :3 \\ x \neq 1 \end{array}$$

$$b) \frac{1}{x^3} \quad \begin{array}{l} x^3 \neq 0 \quad \sqrt{\quad} \\ x \neq 0 \end{array}$$

$$c) \frac{2x}{x-2} - \frac{1}{x-x^2}$$

$$\begin{array}{l} x-2 \neq 0 \quad \text{ja} \\ x \neq 2 \quad \text{ja} \end{array}$$

$$x \neq 2 \quad \text{ja}$$

$$x-x^2 \neq 0$$

$$x(1-x) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{tai} \quad 1-x \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{tai} \quad x \neq 1$$

esim Määritä määrittelyjoukot ja
nollakohdat

$$a) f(x) = \frac{1-x}{x^2-4} \quad b) f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+3x}$$

Suorista:

$$a) \frac{36}{48} =$$

$$b) \frac{4x-16}{x^2-16}$$

$$c) \frac{x^2-1}{x^2+x}$$

$$d) \frac{3x}{x} =$$

$$e) \frac{3+x}{3}$$

esim Määritä määrittelyjoukot ja nolloskohdat

$$a) f(x) = \frac{1-x}{x^2-4}$$

$$b) f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+3x}$$

Ratk. a) mj: $x \neq \pm 2$

nk: $1-x=0$
 $x=1$

b) x^2+

$x \neq -3$

$$\frac{x^2+x}{x^2+3x} = \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x+3)}$$

mj: $x+3 \neq 0$
 $x \neq -3$

nk: $x+1=0$
 $x=-1$

esim Määritä määrittelyjoukot ja
nollakohdat

$$a) f(x) = \frac{1-x}{x^2-4} \quad b) f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+3x}$$

Suorista:

$$a) \frac{36}{48} =$$

$$b) \frac{4x-16}{x^2-16}$$

$$c) \frac{x^2-1}{x^2+x}$$

$$d) \frac{3x}{x} =$$

$$e) \frac{3+x}{3}$$

esim Määritä määrittelyjoukot ja
nollakohtat

a) $f(x) = \frac{1-x}{x^2-4}$

b) $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+3x}$

mj:

$$x^2 - 4 \neq 0$$

$$x^2 \neq 4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x \neq \pm 2$$

$$x \neq \pm 2$$

nk:
 $\frac{1-x}{1-x} = 0$

$$x = 1$$

esim a) $\frac{2}{4a} - \frac{1}{3a} = \frac{3/1}{2a} - \frac{2/1}{3a}$

① mj: $2a \neq 0$ ja $3a \neq 0$
 $a \neq 0$

$$= \frac{3-2}{6a} = \frac{1}{6a}$$

b) $\frac{1}{2x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-2x}{2x(x+1)} = \frac{1-x}{2x(x+1)}$

mj: $x \neq 0$ ja $x \neq -1$

c) $\frac{27}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9}{2}$

SUPISTAMINEN

d) $\frac{a-1}{3} \cdot \frac{9a}{a^2-1} = \frac{(a-1) \cdot 3a}{(a+1)(a-1)} = \frac{3a}{a+1}$

① mj: $a^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \pm 1$

e) $\frac{27}{4} : \frac{9}{16} = \frac{27}{4} \cdot \frac{16}{9} = 12$

"kerrotaan jakajan käänteisluvulla"

Muistikaava

f) $\frac{a-3}{7a} : \frac{2a-6}{14a} = \frac{(a-3)}{7a} \cdot \frac{14a}{2(a-3)} = 1$

crim supista

$$c) \frac{x^2 - 1}{x^2 + x} = \frac{\cancel{(x+1)}(x-1)}{x\cancel{(x+1)}} = \frac{x-1}{x} \left(= \frac{x}{x} - \frac{1}{x} \right) = \underline{\underline{1 - \frac{1}{x}}}$$

$$\text{mji: } x^2 + x \neq 0 \\ x(x+1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \text{ tai } x+1 \neq 0 \\ x \neq 0 \text{ tai } x \neq -1$$

$$d) \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = x \quad c) \frac{5+x}{x} \text{ ei supista!}$$



$$\frac{\text{sim}}{a)} \quad \frac{2/2}{3a} - \frac{3/1}{2a} \quad \text{mj: } \begin{array}{l} 3a \neq 0 \text{ ja } 2a \neq 0 \\ a \neq 0 \text{ ja } a \neq 0 \\ a \neq 0 \end{array}$$

$$= \frac{4}{6a} - \frac{3}{6a}$$

$$= \frac{1}{6a}, a \neq 0$$

$$b) \quad \frac{x^{-1}}{2x} - \frac{2x}{x-1} \quad \text{mj: } \begin{array}{l} 2x \neq 0 \text{ ja } x-1 \neq 0 \\ x \neq 0 \text{ ja } x \neq 1 \end{array}$$

$$= \frac{x-1 \ominus 2x}{2x(x-1)}$$

$$= \frac{-x-1}{2x^2-2x}, x \neq 0, 1$$

$$c) \quad \frac{a-1}{8} \cdot \frac{3a}{a^2-1} = \frac{3a(a-1)}{(a-1)(a+1)} = \frac{3a}{a+1}, a \neq \pm 1$$

$$\text{mj: } \begin{array}{l} a^2-1 \neq 0 \\ (a-1)(a+1) \neq 0 \\ a \neq \pm 1 \end{array}$$

supistettiin
ennen
kertomista

$$d) \quad \frac{27}{4} : \frac{9}{16} = \frac{27}{4} \cdot \frac{16}{9} = \underline{\underline{12}}$$

jakajat

$$e) \quad \frac{a-3}{7a} : \frac{2a-6}{14a} \quad \text{mj: } a \neq 0$$

$$= \frac{a-3}{7a} \cdot \frac{14a}{2a-6}$$

$$= \frac{2(a-3)}{2(a-3)} = \underline{\underline{1}}$$

kehoitetaan jakajan käänteisluvulla

Rationaalifunktion kuvaaja

K1: Piirä / ponn. l. funktiot laskimella

$$(x^2-1)/(x^2+1)$$