JATKUVAN FUNKTION OMINAISUUKSIA

esim 1
Abin matematiikka
s.126

Osoita, että yhtälöllä
$-x^3+3x^2-3x-1=0$ on
täsmälleen yksi reaalijuuri.

Ratk. Tarkastellaan funktiota

$$f(x) = -x^3+3x^2-3x-1$$

f on polynomifunktiona jatkuva ja derivoituva koko $\mathbb{R}$:ssä

1) ainakin 1 nollakohta
Bolzanon lause

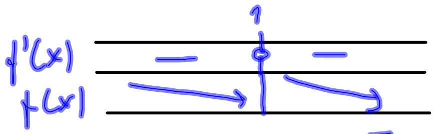
$$f(-1) = -(-1)^3+3(-1)^2-3(-1)-1 = 6 > 0$$
$$f(0) = -1 < 0$$

$\Rightarrow$ Bolzanon lauseen nojalla on ainakin 1 nk.

2) korkeintaan 1 nollakohta
der. funktio

$$f'(x) = -3x^2+6x-3 = 0$$
$$= -3(x^2-2x+1)$$
$$= \underbrace{-3}_{<0}\underbrace{(x-1)^2}_{>0} = 0 \quad \Big| :(-3)$$
$$(x-1)^2 = 0 \quad \Big| \sqrt{}$$
$$x-1 = 0$$
$$x = 1$$
$$x_{1,2} = 1$$

$f'(x) < 0$, kun $x \neq 1$
$f'(x) = 0$, kun $x = 1$



Siten funktio on aid. vähenevä kaikkialla ja f voi leikata x-akselin vain korkeintaan yhden kerran.

1) & 2) $\Rightarrow$ täsmälleen 1 reaalijuuri □

PIENIN JA SUURIN ARVO SULJETULLA VÄLILLÄ

<u>esim</u> Määritä funktion $f(x) = 3x^4 + 4x^3$ suurin ja pienin arvo, $-1 \leq x \leq 0$
$[-1, 0]$

<u>Ratk.</u> Funktio on polynomifunktiona jatkuva $[-1,0]$ ja derivoituva $]-1,0[$.

Jatkuvan funktion ääriarvolause

Funktio saa suurimman ja pienimmän arvonsa
1) joko välin päätepisteissä
2) välille kuuluvissa derivaatan nollakohdissa
3) tai kärkikohdissa (kohdissa, joissa derivaatta ei ole olemassa)

1) välin päätepisteet

$f(-1)$

$f(0)$

2) derivaatan nollakohdat

$f(x) =$

$f'(x) =$