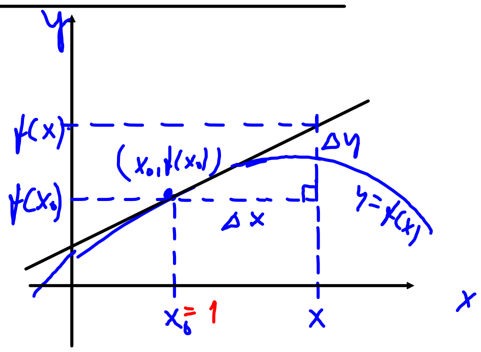
DERIVAATAN MÄÄRITELMÄ

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$



Derivaatan geometrinen merkitys on funktion f kuvaajan pisteestä $(x_0, f(x_0))$ piirretyn tangentin kulmakerroin.

esim 1
160a

$f(x) = x^3$ $\quad f(1) =$

$x_0 = 1$

$f'(1) = ?$

$$f'(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

MAA 2

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1^3}{x-1}$$

mj: $x - 1 \neq 0$

$x \neq 1$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x-1}$$

$\left(\frac{0}{0}\right)$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x \to 1} (x^2 + x + 1)$$

$$= 1^2 + 1 + 1 = \underline{\underline{3}} = \underline{\underline{k}}$$

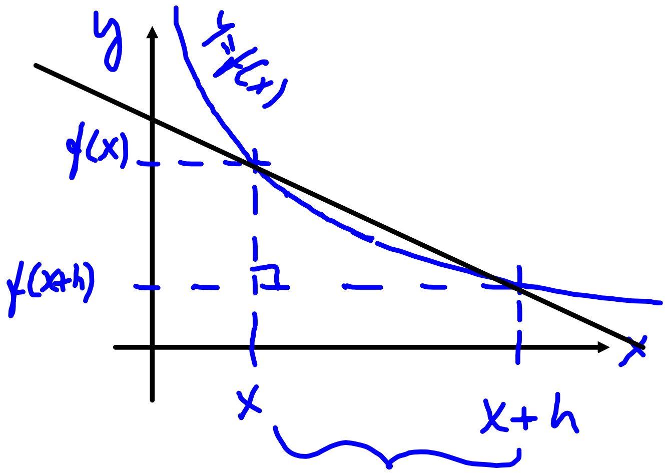
II tapa

tarkista tangentin kulmakerroin

Erotusosamäärä antaa siis sekantin kulmakertoimen.

Derivaatta:

Erotusosamäärän raja-arvo antaa tangentin kulmakertoimen.



$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$x^2 + x + 1$$

$$x - 1 \;\big|\; x^3 \;\square\; \square - 1$$

$$\underset{-}{(+)}x^3 \underset{+}{(-)} x^2$$

$$x^2$$

$$\underset{-}{(+)}x^2 \underset{+}{(-)} x$$

$$x - 1$$

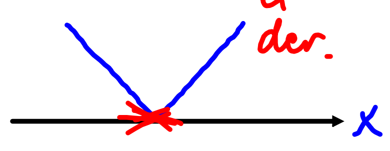
$$\underset{-}{(+)}x \underset{+}{(-)} 1$$

$$0$$

Huom!

Derivoituva funktio on aina jatkuva.
Jatkuva funktio ei ole välttämättä derivoituva.

vrt. itseisarvofunktio



kts. esim 1/s.68

II tapa

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$k = f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

s.62

kts. s.66

$$f'(1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

I tapa $(1+h)(1+h)^2$

II Pascalin kolmio

MAA1

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(1+h)^3 - 1^3}{h}$$

kt