

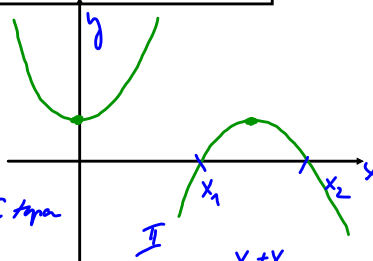
PARAABELI

<http://www.math.jyu.fi/ylemat/Propedeutinen/kirja/index-56.html>

http://www.math.jyu.fi/ylemat/opetusmateriaalia/perusteet/moduli_2a/moduli2.11.htm

<http://matwww.ee.tut.fi/jkkm/analyyt/analy05.htm>

$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$



huippu:

$$x = \frac{-b}{2a} \quad \text{I tapa}$$

$$y = c - \frac{b^2}{4a}$$

$$\text{II tapa: } x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

- aukeaa ylöspäin, kun $a > 0$
- -4- alaspäin, kun $a < 0$

III tapa

- huippumustoinen yhtälö

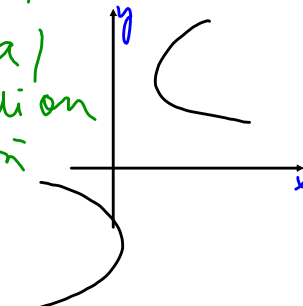
$$y - y_0 = a(x - x_0)^2,$$

huippu (x_0, y_0)

$$x = ay^2 + by + c, \quad a \neq 0$$

- aukeaa oikealle, kun $a > 0$
- -4- vasemmalle, kun $a < 0$

"leveyden määrää $|a|$ siten, että paraabeli on sitä kapeampi, mitä suurempi $|a|$ on."



esim.

Määritä huippu paraabelille $y = x^2 - 8x + 9$ (4. tapaa)

$$\text{I tapa kaavat: } x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = 4 \quad \begin{array}{l} a=1 \\ b=-8 \\ c=9 \end{array}$$

$$y_0 = 4^2 - 8 \cdot 4 + 9 = -7$$

$(4, -7)$

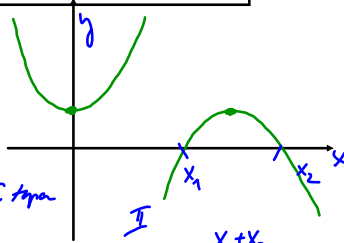
PARAABELI

<http://www.math.jyu.fi/ylemat/Propedeutinen/kirja/index-56.html>

http://www.math.jyu.fi/ylemat/opetusmateriaalia/perusteet/moduli_2a/moduli2.11.htm

<http://matwww.ee.tut.fi/jkkm/analyyt/analy05.htm>

$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$



huippu:

$$x = \frac{-b}{2a} \quad \text{I tapaa}$$

$$y = c - \frac{b^2}{4a}$$

$$\text{II tapaa } x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

- aukeaa ylöspäin, kun $a > 0$
- -4- alaspäin, kun $a < 0$

- huippumustoinen yhtälö

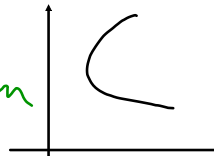
$$y - y_0 = a(x - x_0)^2,$$

huippu (x_0, y_0)

$$x = ay^2 + by + c, \quad a \neq 0$$

- aukeaa oikealle, kun $a > 0$
- -4- vasemmalle, kun $a < 0$

"leveyden määrää $|a|$
sitä, että paraabeli on
siti kapeampi, mitä
suurempi $|a|$ on.



esim.

Määritä huippu

paraabelille $y = x^2 - 8x + 9$
(4 tapaa)

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-8 \\ c=9 \end{cases}$$

1 tapaa kaavat: $\underline{x_0} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \underline{4}$

$$\underline{y_0} = 4^2 - 8 \cdot 4 + 9 = \underline{-7}$$

$(4, -7)$

2 tapra Nathaise vli.

$$x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$\textcircled{*} x_1 = 4 + \sqrt{7} \quad \text{ja} \quad x_2 = 4 - \sqrt{7}$$

3 tapra $y = x^2 - 8x + 9$

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$y = x^2 - 2 \cdot 4x \boxed{+ 4^2} - 4^2 + 9$$

$$y = (x - 4)^2 - 7$$

$$y + 7 = (x - 4)^2$$

$$(4, -7)$$

2 tapaa Ratkaise nk.

$$x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$\textcircled{*} x_1 = 4 + \sqrt{7} \quad \text{ja} \quad x_2 = 4 - \sqrt{7}$$

3 tapaa $y = x^2 - 8x + 9$

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$y = x^2 - 2 \cdot 4x \quad \textcircled{+4^2} \quad \boxed{-4^2 + 9}$$

$$y = (x - 4)^2 - 7$$

$$y + 7 = (x - \underline{4})^2$$

$$(4, -7)$$

IV tapaa piirtämällä (epätarkkin)

oim $y = 3x^2 + 2x - 1$
 $y = 0,5x^2 + 2x - 1$ } pinnä
laskimelle

oim $y = 3x^2 + 2x - 1$
 $y = 3x^2 + 2x + 5$ } pinnä
laskimelle

Esim. Pena on

7,0 metrin etäisyydellä talosta. Hän onnistuu

heittämään pallon

8,0 metrin leveyden ja

6,0 metriä korkean

hajakattoisen talon

yli! Pallo on lähtö-

nopeudella 2,0 metriä

korkeudella maan-

pinnasta. Mikä on

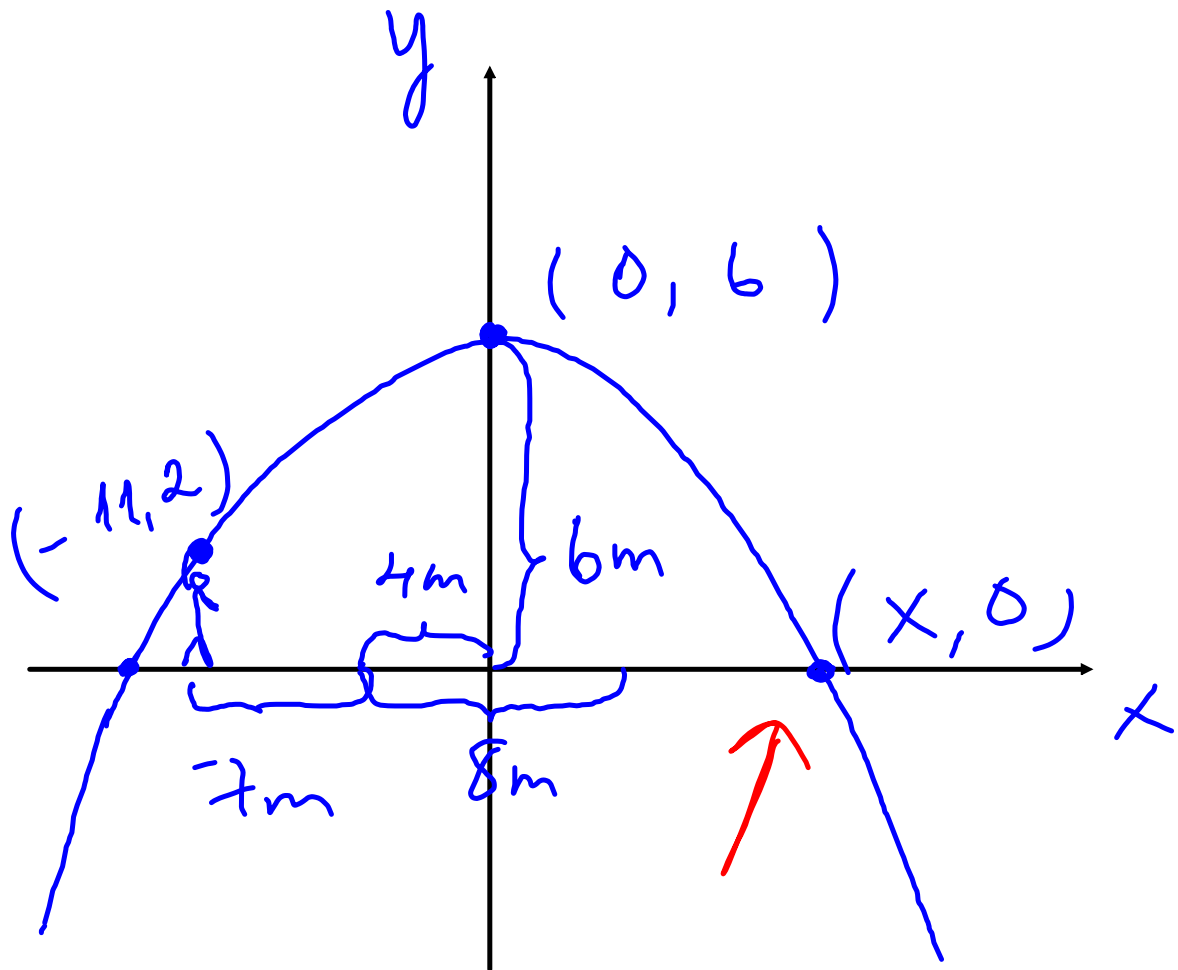
pallon kantama,

kun pallon ratakäyrä

on paraabeli, jonka

huippu on katon-

hajan kohdalla?



paraabelin huippumuotoinen yhtälö

sijoitet. huippu

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$(x_0, y_0)$$

$$(0, 6)$$

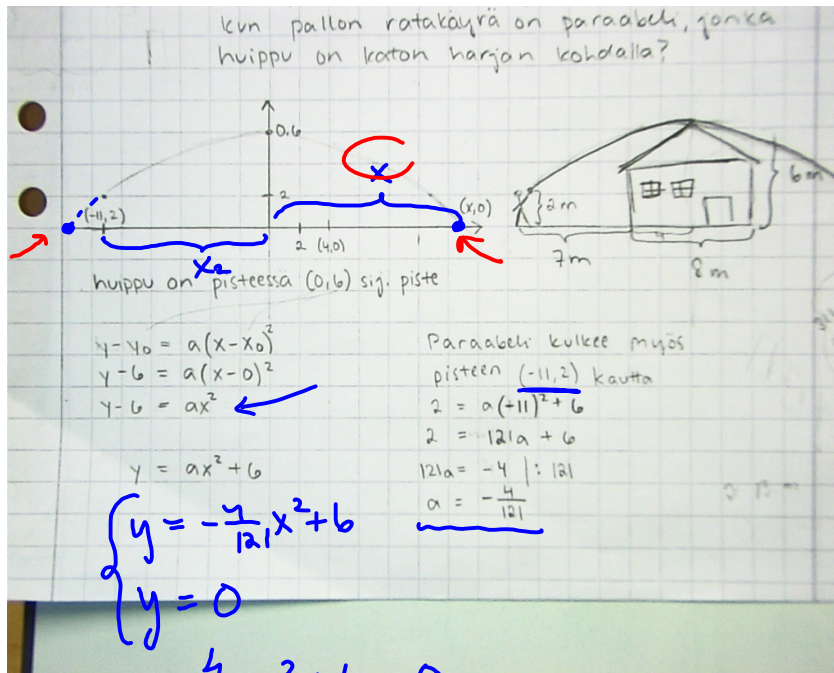
$$y - 6 = a(x - 0)^2$$

tiedetään, että käyrällä on piste $(-11, 2)$

esim 3/5. 127

② 327

① 312



$$-\frac{4}{121}x^2 + 6 = 0$$

$$-\frac{4}{121}x^2 = -6 \quad | \cdot 121 \quad | : \left(-\frac{4}{121}\right)$$

$$-4x^2 = -6 \cdot 121 \quad | : (-4)$$

$$x^2 = \frac{726}{4} =$$

$$x^2 = 181,5 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm \sqrt{181,5}$$

(negat. hylj. koska
laskennan on pituus)

Penan etäisyys y-akselista

$$|-11| = 11 = x_2$$

kantama $x_2 + x$

$$11 + \sqrt{181,5} \approx 24,47 \approx 24$$

V: Pallon kantama on 24 metriä.

$$\textcircled{X} \quad X = \frac{4 + \sqrt{7} + 4 - \sqrt{7}}{2}$$

$$X = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = x^2 - 8x + 9$$

$$\text{Sij. } x = 4$$

$$y = 4^2 - 8 \cdot 4 + 9 = -7$$

$$(4, -7)$$

esim. Ylöspäin aukeavan paraabelin nollakohtat ovat 1 ja 2 ja paraabeli kulkee pisteen (3,4) kautta. Mikä on paraabelin yhtälö?

I tap

(3,4)

~~huippumuoto:~~
 ~~$y - y_0 = a(x - x_0)^2$~~

II tap
 yhteis-
 mynnä

III tap

nollakohtamuoto: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$,
 $a > 0$

Sij. (1,0) ja (2,0) $y = a(x - 1)(x - 2)$

Sij. (3,4) $\rightarrow 4 = a(3 - ?)(3 - 2)$
 $4 = 2a \quad | :2$

$$a = 2$$

Sij. $y = \underline{2(x - 1)(x - 2)}$

$$y = 2x^2 - 6x + 4$$

