

- lukujono M_n
 - raja-arvo M
 - kasvu/vähentyminen M_n & M
 - yleinen tekiä M_n
 - itseisarvoepäyhtälö M_n
 - murtolausekkeet M_n
- + g \rightarrow lukujonon piistäminen
 \rightarrow raja-arvon laskeminen

2.1 lukujonon raja-arvo

E1 Määritä jonon $a_n = \frac{3n-7}{2n-3}$ raja-arvo.

Mistä n :n arvosta lähtien jonon jäsenten etäisyys raja-arvosta on pienempi kuin 0,01?

Ratk. $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-7}{2n-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cancel{1}(3-\frac{7}{n})}{\cancel{1}(2-\frac{3}{n})} = \frac{3}{2}$ 99

$$\boxed{|a_n - a| < \varepsilon}$$

$$\left| \frac{3n-7}{2n-3} - \frac{3}{2} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\left| \frac{2(3n-7) - 3(2n-3)}{2(2n-3)} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\left| \frac{\cancel{6n} - 14 - \cancel{6n} + 9}{4n-6} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\frac{|-5|}{|4n-6|} < \frac{1}{100}$$

$4n-6$ on positiivinen, kun $n \geq 2$, tällöin

$$|4n-6| = 4n-6$$

I tupa $\frac{5}{4n-6} < \frac{1}{100} \quad | \cdot 100$

$$\frac{500}{4n-6} < 1 \quad | \cdot (4n-6) > 0$$

$$500 < 4n-6$$

$$506 < 4n \quad | :4 (>0)$$

$$\frac{506}{4} < n$$

$$n > \frac{506}{4} (\approx 126,5)$$

II tupa $\frac{5}{4n-6} < \frac{1}{100}$

$$\frac{4n-6}{5} > \frac{100}{1} \quad | \cdot 5$$

$$4n-6 > 500$$

$$4n > 506 \quad | :4$$

$$n > \frac{506}{4} (\approx 126,5)$$

V: alusta 127 lähtien ...

2.1 lukujonon raja-arvo

E1 Määritä jonon $a_n = \frac{3n-7}{2n-3}$ raja-arvo.

Mistä n :n arvosta lähtien jonon jäsenen etäisyys raja-arvosta on pienempi kuin 0,01?

Ratk. 1) Raja-arvo

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-7}{2n-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot (3 - \frac{7}{n})}{1 \cdot (2 - \frac{3}{n})} = \frac{3}{2}$$

2) $|a_n - a| < \varepsilon$

$$\left| \frac{3n-7}{2n-3} - \frac{3}{2} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\frac{2(3n-7) - 3(2n-3)}{2(2n-3)}$$

$$\left| \frac{\cancel{6n} - 14 - \cancel{6n} + 9}{4n-6} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\left| \frac{-5}{4n-6} \right| < \frac{1}{100}$$

$$\frac{5}{4n-6} < \frac{1}{100}$$

∴

∴

$$\left| \cdot 100 \right.$$

$4n-6$ on positi.
kun $n \geq 2$

$$|4n-6| = 4n-6$$

∴

$$\frac{4n-6}{5} > 100$$

