

# DIFFERENTIAALI - JA INTEGRAALILASKENNAN JATKOKURSSI

## LUKUJONOT

1) päättyvä jono

esim. 11, 12, 13, 14, 15

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  eli  $(a_k)_{k=1}^n$

eli  $(a_n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}_+$

2) päättymätön jono

esim. 2, 4, 6, ...,  $2n$ , ... parilliset luonn.  
luvut

esim.  $(2n-1)$  jonon  $n$ :s jäsen  $2n-1$

$$a_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$a_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

$$a_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$a_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$$

⋮

$$a_n = 2n - 1$$

parittomat  
luonn. luvut

## Rekursio- eli palautuskaava

esim.  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = n \cdot a_n$ ,  $n \in \mathbb{Z}_+$

1  $a_1 = 1$

2  $a_{1+1} = 1 \cdot a_1 = 1 \cdot 1 = 1$

3  $a_{2+1} = 2 \cdot a_2 = 2 \cdot 1 = 2$

4  $a_{3+1} = 3 \cdot a_3 = 3 \cdot 2 = 6$

5  $a_{4+1} = 4 \cdot a_4 = 4 \cdot 6 = 24$

6  $a_{5+1} = 5 \cdot a_5 = 5 \cdot 24 = 120$

## LUKUJONON RAJA-ARVO

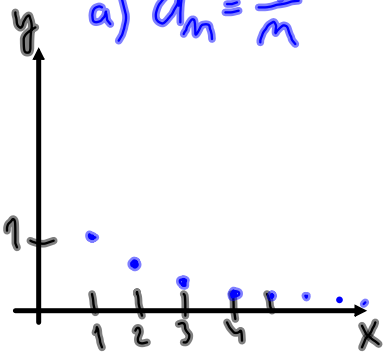
Määritelmä:

lukujonon  $(a_n)$  raja-arvolla tarkoitetaan  
raja-arvon  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

Jos  $a$  on äärellinen luku, sanotaan,  
että jono suppenee, muussa tapauksessa  
hajaantuu.

esim. Tutki jonon suppenemistä

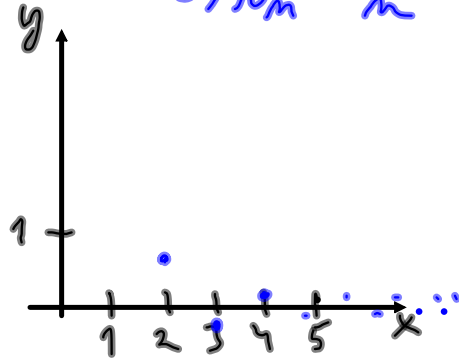
a)  $a_n = \frac{1}{n}$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

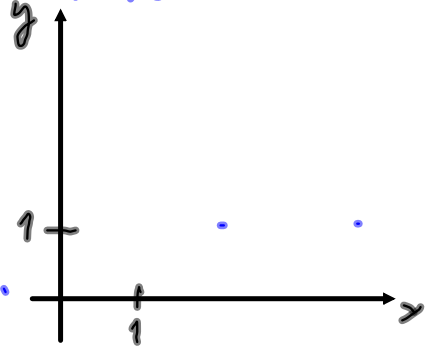
$\Rightarrow$  suppenee

b)  $b_n = \frac{(-1)^n}{n}$  c)  $c_n = (-1)^n$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$$

$\Rightarrow$  suppenee



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$$

ei ole olemaan  
äärellistä  
arvoa

$\Rightarrow$  hajaantuu

$\Rightarrow$  due sille 11 asi.

1, 2, (3), 13

kestaa  
+ Raja-arvo