

## JATKUVA TODENNÄKÖISYYSJAKAUMA

Jatkuvan jakauman  
tiheysfunktio

$$1) f(x) \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

2) tiheysfunktion  $f(x)$  kuvaajan  
ja  $x$ -akselin väliin jäävän  
alueen pinta-ala on 1.

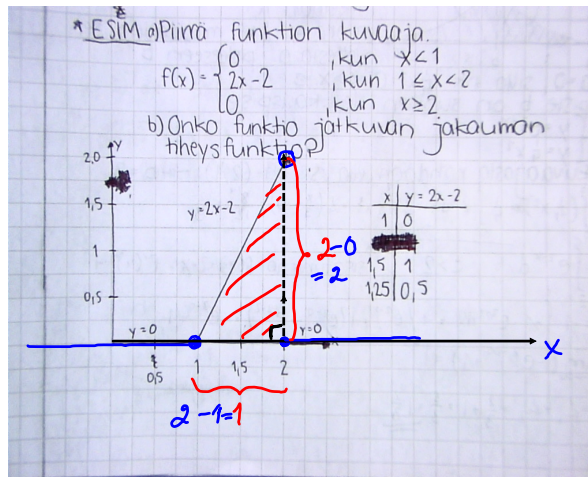
$X$  on satunnaismuuttujan  $X$  arvo

esim 1 a) Pieniä funktion kuvaaja

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ kun } x < 1 \\ 2x - 2 & , \text{ kun } 1 \leq x < 2 \\ 0 & , \text{ kun } x \geq 2 \end{cases}$$

b) Onko funktio jatkuvan jakauman  
tiheysfunktio?

Jatkuvan jakauman pistetodennäköisyys  
on mahdollista.



b) 1) Funktio  $f(x) \geq 0$ , kun  $x \in \mathbb{R}$ , sillä  $f(x) = 0$ , kun  $x < 1$  tai  $x \geq 2$  ja  $2x-2 \geq 0$ , kun  $x \geq 1$

2) 
$$A = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1.$$
  
 II määr. integ.

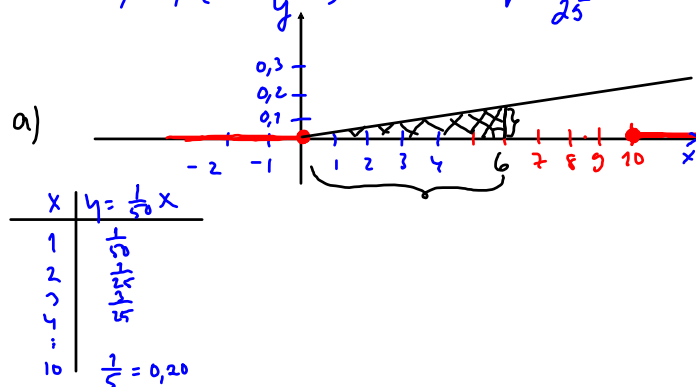
1) & 2)  $\Rightarrow$  tiheysfunktio  
 $V: \mathbb{R}$

esim 2 Funktio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{kun } x < 0 \\ \frac{1}{50}x & \text{kun } 0 \leq x < 10 \\ 0 & \text{kun } x \geq 10 \end{cases}$$

on jatkuvan funktion  $\leq$  tiheysfunktio.  
 tod. näk

- a)  $P(X \leq 6)$   
 b)  $P(2 < X < 9)$   $V: \frac{77}{100}$   
 c)  $P(X > \frac{9}{2})$   $V: \frac{9}{25}$



Tod. näk.  $P(X \leq 6)$  ilmaisee kuvaajan ja x-akselin välisen jäärin p-ala

$$a = 6$$

$$h = f(6) = \frac{1}{50} \cdot 6 = \frac{3}{25} (= 0,12)$$

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot \frac{3}{25}}{2} = \frac{9}{25} \quad (36\%)$$



$$P(x \leq 6) = \frac{\int_0^6 f(x) dx}{\int_0^{\infty} f(x) dx} \cdot 100\% = \frac{\int_0^6 \frac{1}{100} x^2}{\int_0^{\infty} \frac{1}{100} x^2} \cdot 100\% = \frac{\frac{36}{100}}{\frac{100}{100}} \cdot 100\% = 36\%$$

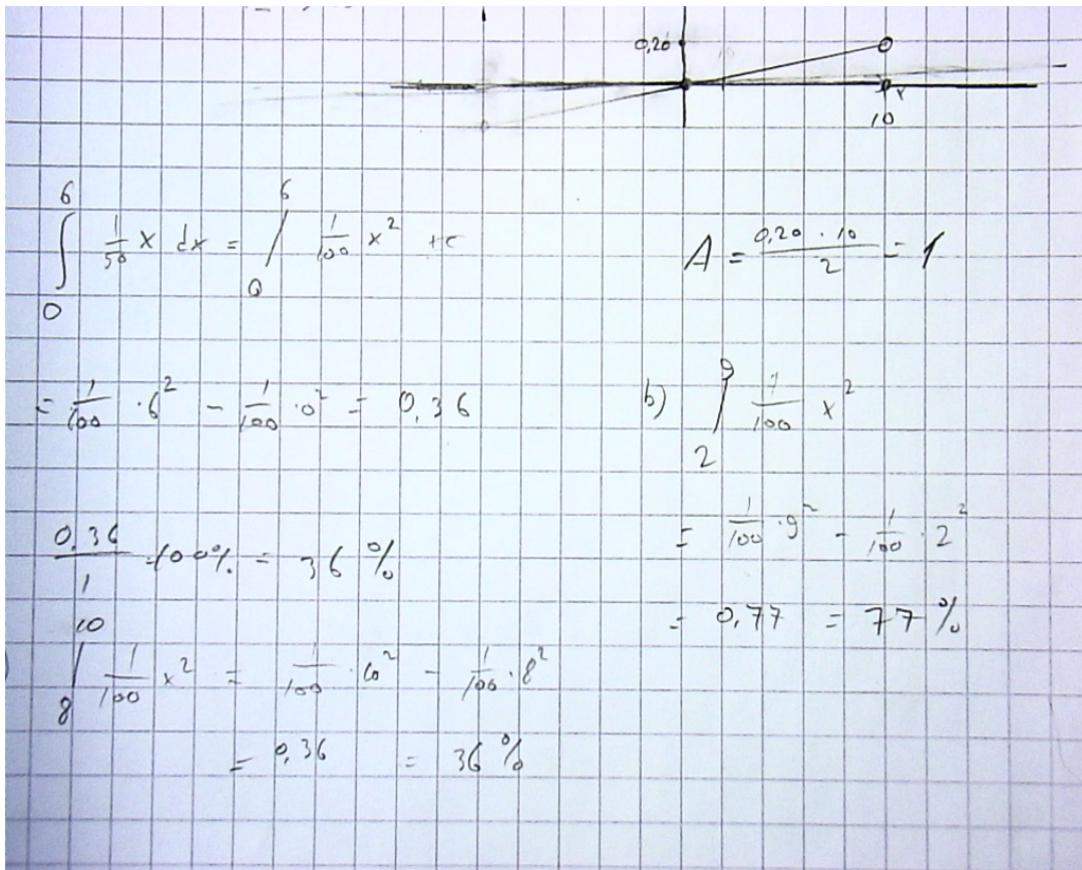
Koska koko pinta-ala on 1  $\Rightarrow P(x \leq 6) = \int_{-\infty}^6 f(x) dx$

$$= \int_{-\infty}^0 f(x) dx + \int_0^6 f(x) dx$$

Helpompi geometrisesti

$$\frac{(6-0) \cdot (f(6)-0)}{2} = 3 \cdot \frac{6}{50} \cdot 100\% = 36\%$$

$$c) P(x > 8) = (10-8) \cdot \frac{\frac{10}{50} + \frac{8}{50}}{2} = 2 \cdot \frac{18}{100} = 36\%$$



## jatkuvan jakauman kertymäfunktio

$$F(x) = P(\underline{X} \leq x)$$

$$P(a \leq \underline{X} \leq b) = F(b) - F(a)$$

Funktio  $F$  on kasvava.

esim Funktio

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ \frac{x^2}{100}, & \text{kun } 0 \leq x < 10 \\ 1, & \text{kun } x \geq 10 \end{cases}$$

on satunnaismuuttujan  $\underline{X}$  kertymäfunktio.

Näytetään tod. näkö., että satunnaismuuttujan arvo on

a)  $\underline{X} < 2$

b)  $3 \leq \underline{X} < 6$

c)  $-4 < \underline{X} \leq 8$

d)  $5 < \underline{X} \leq 18$

e)  $\underline{X} > 7$

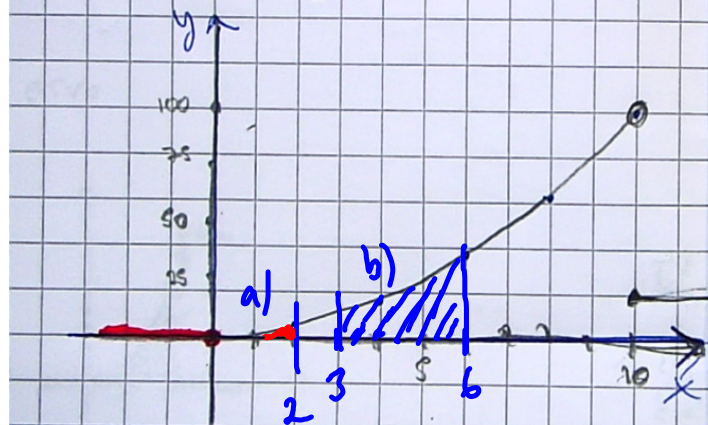
Päättäväisiä!

a)  $P(\underline{X} < 2) = F(2) = \frac{2^2}{100} =$

b)  $P(\quad) = F(6) - F(3) =$

X keskeymäfunktio.

Satunnaismuuttujan arvo on



$$P(X < 2)$$

a) 
$$F(2) = \frac{2^2}{100} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

b) 
$$F(6) - F(3) = \frac{6^2}{100} - \frac{3^2}{100} = \frac{27}{100}$$

c)

$$\frac{16}{25}$$

d) 
$$\frac{3}{4}$$

e) 
$$\frac{51}{100}$$

b)  $3 \leq X < 6$

c)  $-4 < X \leq 8$

d)  $5 < X \leq 18$

e)  $X > 7$

Piirrä kuvaaja!

a)  $P(X < 2) = F(2) = \frac{2^2}{100} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

b)  $P(3 \leq X < 6) = F(6) - F(3) = \frac{6^2}{100} - \frac{3^2}{100} = \frac{27}{100}$

c)  $P(-4 < X \leq 8) = F(8) - 0 = \frac{16}{25}$

d)  $P(5 < X \leq 18) = F(18) - F(5) = 1 - \frac{5^2}{100} = \frac{3}{4}$

e)  $P(X > 7) = 1 - F(7) = 1 - \frac{7^2}{100} = \frac{51}{100}$



jatkuvan jakauman:

$$E(\underline{x}) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \underbrace{f(x)} dx$$

odotusarvo

keskihajonta

variassi

$$D(\underline{x}) = \sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \underbrace{f(x)} dx}$$

$$D^2(\underline{x}) = \sigma^2$$

Sigma

Huom! Vain diskreetin jakauman kaavat:

$$E(\underline{x}) = \sum_{i=1}^n \underbrace{p_i} x_i$$

$$D(\underline{x}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \underbrace{p_i} (x_i - E(\underline{x}))^2}$$

Lasketaan edellisiä  
kotitehtäviä tunnilla:

213

215

216

217

219

220

223

225

\* 227

\* 228