

SIJOITUSKEINO

$$\int f(x) dx$$

sijoitetaan $x = x(t)$

$$F'(x) = f(x)$$

$$D F(x(t)) = F'(x(t)) \cdot x'(t) \\ = f(x(t)) \cdot x'(t)$$

$$\int f(x(t)) \cdot x'(t) dt = F(x(t)) + C$$

SIJOITUSKAAVA $\int f(x) dx = F(x) + C$

$$\int f(x) dx = \int f(x(t)) \cdot x'(t) dt$$

esim Määritä $\int \underline{x} \sqrt{x-1} dx$, $x > 1$.
($x-1 > 0$
 $x > 1$)

muuttujanvaihto.

$$t = x - 1 \quad \leftarrow \\ x = t + 1 \quad \leftarrow \\ 1 \cdot dx = 1 \cdot dt \quad \leftarrow \\ dx = dt$$

$$\int x \sqrt{x-1} dx = \int (t+1) \sqrt{t} dt$$

integ. muuttujalla t

$$= \int ((t+1) t^{\frac{1}{2}}) dt \\ = \int (t^{\frac{3}{2}} + t^{\frac{1}{2}}) dt \\ = \frac{2}{5} t^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\sqrt{t^5} = \sqrt{t^4 \cdot t}$$

$$\sqrt{t^3 \cdot t} =$$

$$= \frac{2}{5} \sqrt{t^5} + \frac{2}{3} \sqrt{t^3} + C$$

$$= \frac{2}{5} t^2 \sqrt{t} + \frac{2}{3} t \sqrt{t} + C$$

$$= \frac{2}{5} (x-1)^2 \sqrt{x-1} + \frac{2}{3} (x-1) \sqrt{x-1} + C$$

$$= \frac{2}{5} (x-1)^2 \sqrt{x-1} + \frac{2}{3} (x-1) \sqrt{x-1} + C$$

$$\text{esim 2} \quad \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x-1)^{10} dx \quad \text{sijoituskeinoon käyttäen}$$

$$t = 2x - 1 = t(x) \quad \leftarrow$$

$$1 \cdot \underline{dt} = 2 \underline{dx} \quad | : 2$$

$$dx = \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} dt$$

$$t\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$t(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 (2x-1)^{10} dx = \int_0^1 t^{10} \cdot \frac{1}{2} dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 t^{10} dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{11} \Big|_0^1 t^{11} = \frac{1}{22} (1^{11} - 0^{11})$$

$$\text{esim 3} \quad \text{lasku} \quad \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \quad , \quad \text{käyttäen sijoituskeinoon} \\ x = \tan t$$