KIINTOPISTEMENETELMÄ

Esim Määritä yhtälön
$$x^5+x^3+10x-3=0$$
juuri kiintopistemenetelmän avulla.
Tutki suppenemisehtoa ja ilmoita
vastaus kuuden desimaalin tarkkuudella

Ratk. Merkitään, että
$$f(x)=x^5+x^3+10x-3$$
Pol. funktiona on jatkuva koko R:ssä.

1) Bolzanon lause:
$[0,1]$? $f(0)$
$f(1)$

2) aid. kasv.

1) & 2) => täsm. 1 nk. välillä $]0,1[$
$$x^5+x^3+10x-3=0$$
ratkaistaan x:n suhteen
$$x=-\frac{x^5}{10}-\frac{x^3}{10}+\frac{3}{10}$$
merk.
$$x=g(x)$$
kiintopistemenetelmän funktio on
$$g(x)=\frac{-x^5}{10}-\frac{x^3}{10}+\frac{3}{10}$$
pol. f. jatk. & der.
$$g'(x)=-\frac{1}{2}x^4-\frac{3}{10}x^2$$
$$g'(x)=-\frac{1}{10}(5x^4+3x^2)$$
$[0,1]$
$$g'(1)=-\frac{1}{10}(5\cdot1^4+3\cdot1^2)=-\frac{4}{5}$$
$$|g'(1)|=\left|-\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5}\leq 1,$$
joten suppenemisehto on
$K<1$
täytetty.

kts. suppenemis-ehto s.72

Alkuarvo $x_0=0$
palautuskaava
s.69
$$x_{n+1}=g(x_n) \quad , n=0,1,2,3,\ldots$$

n	$x_n=g(x_{n-1})$
0	
1	
2	
3	
4	

alkuarvo $x_0 = 0$

Palautuskaava $x_{n+1} = g(x_n)$, $n = 0,1,2,3\ldots$

n	$x_{n+1} = g(x_n)$	
0	0,3	
1	0,29705700	
2	0,29714787	
3	0,29714462	$\leftarrow\ \approx 0{,}297145$
4	0,29714471	$\leftarrow\ \approx 0{,}297145$
5	0,29714471	

Tarkkuuden tarkistus:

$f(0{,}2971455) = 8{,}167 \cdot 10^{-6} > 0$

$f(0{,}2971445) = -2{,}137 \cdot 10^{-6} < 0$

Koska f on jatk., sillä on Bolzanon lauseen nojalla nollakohta, jonka likiarvo pyöristettynä $x = 0{,}297145$

V: 0,297145