

## PIENIN YHTEINEN JAETTAVA, pyj

esim Määritä luvujen 8 ja 20 (pym)  
pienin yhteinen jaettava.

- on pienin luku, jossa jokainen luvujoukon luku on tekijänä
- 

$$\text{pyj}(8, 20)$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{pyj}(8, 20) = 2^3 \cdot 5 = 40$$

$$ab = \text{syt}(a, b) \cdot \text{pyj}(a, b)$$

## Diophantoksen yhtälö

esim a)  $2x + 5y = 9$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad \left( \begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases} \right)$$

b)  $2x + 5y = 27$

$$\begin{array}{l} 2x + 5y = 9 \\ 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 9 \\ 2 \cdot 6 + 5 \cdot 3 = 27 \end{array} \quad \begin{array}{l} | x=2, y=1 \\ | \cdot 3 \end{array}$$

V:  $x=6$  ja  $y=3$

esim  $4x - 2y = 3 \leftarrow$  pariton

$$4x - 2y = 2(2x - y),$$

2:lla jaoll.

Joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

esim Ratkaise Diophantoksen yhtälö

$$4x - 15y = 3$$

- Eukleideen algoritmi
- $\text{syt}(a, b)$
- lineaarikombinaatio
- mukataam saatuja yhtälöitä alkuper. yhtälön kaltaiseksi
- $(x_0, y_0)$  yksittäinen ratkaisu
- kaikki ratkaisut

$$\begin{cases} x = x_0 + n \cdot \frac{b}{\text{syt}(a,b)} \\ y = y_0 - n \cdot \frac{a}{\text{syt}(a,b)} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

Eukleideen algoritmi

$$\begin{array}{l} 15 = 3 \cdot 4 + 3 \\ 4 = 1 \cdot 3 + 1 \\ 3 = 3 \cdot 1 + 0 \end{array}$$

$$\text{syt}(4, 15) = 1$$

$\text{syt}(4, 15) = 1$  lukujen 4 ja 15 lineaari-kombinaationa

$$4x - 15y = 3$$

$$1 = 4 - 1 \cdot 3 = 4 - 1 \cdot (15 - 3 \cdot 4)$$

$$= 1 \cdot 4 - 1 \cdot 15 + 3 \cdot 4$$

$$1 = 4 \cdot 4 - 1 \cdot 15 \quad | \cdot 3$$

$$4 \cdot 12 - 15 \cdot 3 = 3 \quad | 4x - 15y = 3$$

$$4 \cdot 12 - 15 \cdot 3 = 3$$

$$ax + by = c$$

ylpöitt. ratk.  $\begin{cases} x_0 = 12 \\ y_0 = 3 \end{cases}$

yleinen ratk.

$$\begin{cases} x = x_0 + n \cdot \frac{b}{\text{sytt}(a,b)} \\ y = y_0 - n \cdot \frac{a}{\text{sytt}(a,b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 + n \cdot \frac{-15}{1} \\ y = 3 - n \cdot \frac{4}{1} \end{cases}$$

$$V: \begin{cases} x = 12 - 15m \\ y = 3 - 4m \end{cases}, m \in \mathbb{Z}$$


---

Esim Veikko oli velkaa Teuolle 7 euron.  
 Veikolla oli ainoastaan 2 euron  
 kolikoita ja Teuolla ainoastaan  
 5 euron seteleitä.  
 Makson tapahtui siten, että he  
 vaihtoivat rahansa keskenään.  
 Paljonko rahaa oli kummallakin,  
 kun heillä yhteensä oli rahaa  
 vähemmän kuin 30 euron?

Ratk.  $x = \text{Veikon } 2 \text{ € kol. kpl-määrä}$   
 $y = \text{Teuon } 5 \text{ € set. kpl-määrä}$   
 velan maksu  $2x + 5y = 7$   
 $2x - 5y = 7$   
 Diopf. yht. jne.