

## Eukleideen algoritmi ja kehonaistuluyhtälöt

Esim a)  $2x + 5y = 9$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=-1 \end{cases}$$

b)  $2x + 5y = 27$

$$\begin{array}{l} 2x + 5y = 9 \\ 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 9 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x=2, y=1 \\ \cdot 3 \end{array} \right.$$

Nähtiä ei  
saa  
keuhon.

$$\boxed{2} \cdot 6 + \boxed{5} \cdot 3 = 27$$

V:  $x=6$  ja  $y=3$

Esim 2

$$4x - 2y = 3 \longleftarrow 3 \text{ pariton}$$

$$4x - 2y = 2(2x - y) \quad \text{2:ka jaollinen}$$

Joten tällä yhtälöllä ei ole ratkaisua.

Esim 3

Ratkaise Diofantoksen yhtälö

$$4x - 15y = 3$$

- Eukleideen algoritmi
- $\text{syta}(a, b)$
- lineaarikombinaatio
- muutetaan saatu yhtälön alkuperäisen yhtälön kaksinkertaiseksi
- $(x_0, y_0)$  yksittäinen ratkaisu
- kaikki ratkaisut

$$\begin{cases} x = x_0 + n \cdot \frac{b}{\text{syta}(a,b)} \\ y = y_0 - n \cdot \frac{a}{\text{syta}(a,b)} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

Ratk.

Eukleideen algoritmi

$$4x - 15y = 3$$

$$\begin{array}{l} 15 = 3 \cdot 4 + 3 \\ 4 = 1 \cdot 3 + 1 \\ 3 = 3 \cdot 1 + 0 \\ \text{syta}(15, 4) = 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 3 = 15 - 3 \cdot 4 \\ 1 = 4 - 1 \cdot 3 \end{array} \right.$$

$\text{syta}(4, 15) = 1$  luvujen 4 ja 15 lineaarikombinaatio

$$\begin{aligned} 1 &= 4 - 1 \cdot 3 \\ &= 4 - 1 \cdot (15 - 3 \cdot 4) \\ &= 4 - 1 \cdot 15 + 3 \cdot 4 \\ 1 &= 4 \cdot 4 - 1 \cdot 15 \end{aligned} \quad \left| \cdot 3 \right.$$

$$4 \cdot 12 - 3 \cdot 15 = 3 \quad 4x - 15y = 3$$

$$ax \oplus by = c \quad \text{Diofantoksen yhtälö}$$

Yksittäisratkaisu  $\begin{cases} x_0 = 12 \\ y_0 = 3 \end{cases}$

Yleinen ratkaisu

$$\begin{cases} x = x_0 + n \cdot \frac{b}{\text{syta}(a,b)} \\ y = y_0 - n \cdot \frac{a}{\text{syta}(a,b)} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 12 + n \cdot \frac{-15}{1} \\ y = 3 - n \cdot \frac{4}{1} \end{cases}$$

V:  $\begin{cases} x = 12 - 15m \\ y = 3 - 4m \end{cases}, m \in \mathbb{Z}$