

PREDIKAATTLOGIIKKAesim $1+x=5$ AVOIN LAUSE

- yksiapaikkainen $p(x)$
- kaksiapaikkainen $q(x,y)$
- perusjoukko eli määrittelyjoukko

- SULJETTU LAUSE

- ratkaisu joukko

esim 2 Kääntä lauseen $p(x): x+1=2$ ratkaisu joukko B ,
kun määrittelyjoukko A on

a) $A = \mathbb{Z}$ b) $A = \{2,3,4\}$

Ratk. a) $p(x): x+1=2$ on tosi, kun $x=1$.
Koska $1 \in \mathbb{Z}$, niin ratk. joukko $B = \{1\}$.

b) $B = \emptyset$ Nils Abelin (1802-1829) kunnialtri.

- universaalikvanttori eli kaikkikvanttori \forall (alles)
- eksistenssikvanttori eli olemassaolokvanttori \exists (eksistieren)

$\forall x \in A: p(x)$
 $\exists x \in A: p(x)$ } SULJETUT LAUSEET (T/E)

esim 3 Kääntä lauseen totuusarvo

a) $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 0$ b) $\forall x \in \mathbb{Z}_+: x^2 > 0$

Ratk.

a) Lause $\exists x \in A: p(x)$ on tosi, jos on olemassa ainakin yksi määrittelyalkio, joka toteuttaa väitteen $p(x)$.

Kukaan 0 toteuttaa $x^2 \leq 0$,

sillä $0^2 = 0$.

Eli lause $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 0$ on TOSI.

b) Lause $\forall x \in A: p(x)$ on tosi, jos väite $p(x)$ on tosi kaikilla määrittelyjoukon A alkeilla.

Lause $\forall x \in \mathbb{Z}_+: x^2 > 0$ on tosi, kun $x \neq 0$.

Koska määr. joukko \mathbb{Z}_+ ei kuulu 0, niin väite on tosi kaikilla määrittelyjoukon alkeilla.

TOSI

esim 4 a) Formalisoi lause
"kaikki kirsat ovat eläimiä" ja määritä sen
totuusarvo.

b) Mikä on tämän lauseen negaatio?
Formalisoi negaatio ja määritä sen totuusarvo.

a) Ratk. Kaikkien kirsien joukko on K .

määritetään ensin lause $k(x) = "x \text{ on eläin}"$

kaikki kirsat ovat eläimiä : $\forall x \in K : k(x)$ TOS

b) "kaikki kirsat eivät ole eläimiä"
eli toisin sanoen
"on olemassa kirska, joka ei ole eläin"

$\neg (\forall x \in K : k(x)) = \exists x \in K : \neg k(x)$ EPÄTOS

esim 5 Selvitä totuustaulukon käyttäen, onko lause
 $\forall x \in \mathbb{R} : [|x|=1 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0]$ tautologia.

Ratk.

x	$ x =1$	$(x-1)(x+1)=0$	$ x =1 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0$
$x < -1$	e	e	f
$x = -1$	t	t	t
$-1 < x < 1$	e	e	f
$x = 1$	t	t	t
$x > 1$	e	e	f

→ tautologia

Koska ekvivalenssi on aina totti, niin lause
 $\forall x \in \mathbb{R} : [|x|=1 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0]$ on tautologia.