

Porrassummat

Ylä- ja alasummat

Mieti, mitä tässä appletissa tapahtuu?

Pinta-ala raja-arvona

Keskipistesääntö

Porrassumma eli Riemannin summa

$$\Delta X = \frac{b-a}{n}$$

$$f(x_1)\Delta X + f(x_2)\Delta X + \dots + f(x_n)\Delta X$$

$x_1 = 1$. jaksotien pituus
 $h =$ jaksotien määrä

esim 1

$$2 \cdot f(-1) + 2 \cdot f(1) + 2 \cdot f(3)$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{2}(-1) + 2\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}(1) + 2\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}(3) + 2\right)$$

$$= 2 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 3,5$$

$$= \underline{15}$$

Ei saa lukea kuvajäistä!

√: 15

Ylä- ja alaporrassummat

esim 2

$$y = 4 - x^2 \quad [0, 2], \quad n = 4$$

alansumma: $\Delta X = \frac{1}{2}$

$$S = \frac{1}{2} \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot f(1) + \frac{1}{2} \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot f(2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3,75 + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1,75 + \frac{1}{2} \cdot 0 = \underline{4,25}$$

$S =$ yläsumma:

$$S = \frac{1}{2} \left(f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) + f\left(\frac{3}{2}\right) + f(2) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3,75 + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1,75 = \underline{6,25}$$

pinta-ala likiarvona

$$\frac{4,25 + 6,25}{2} = \underline{5,25} = A$$

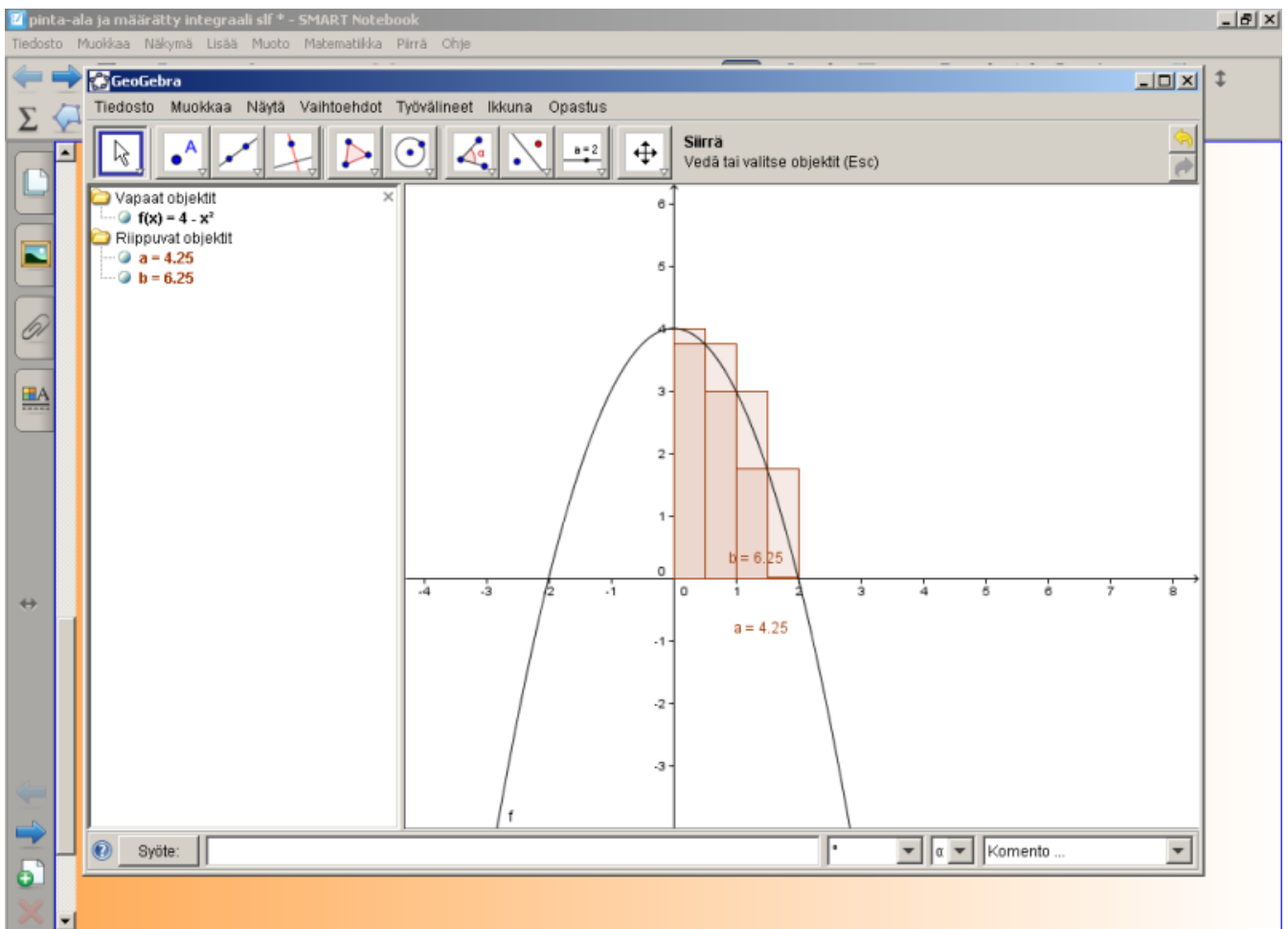
lastimella: $A = \underline{5 \frac{1}{3}}$

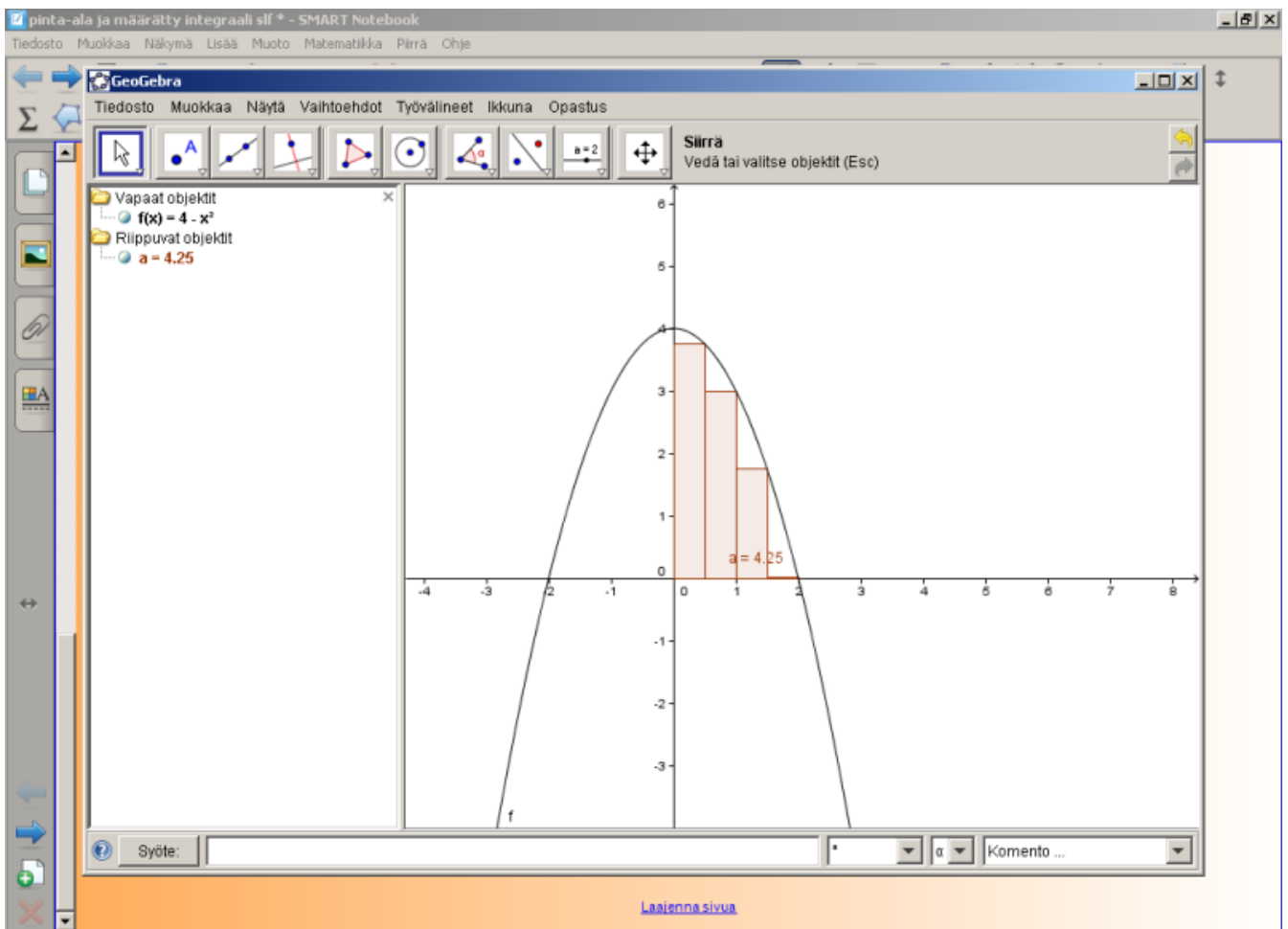
pinta-ala porrassummien raja-arvona

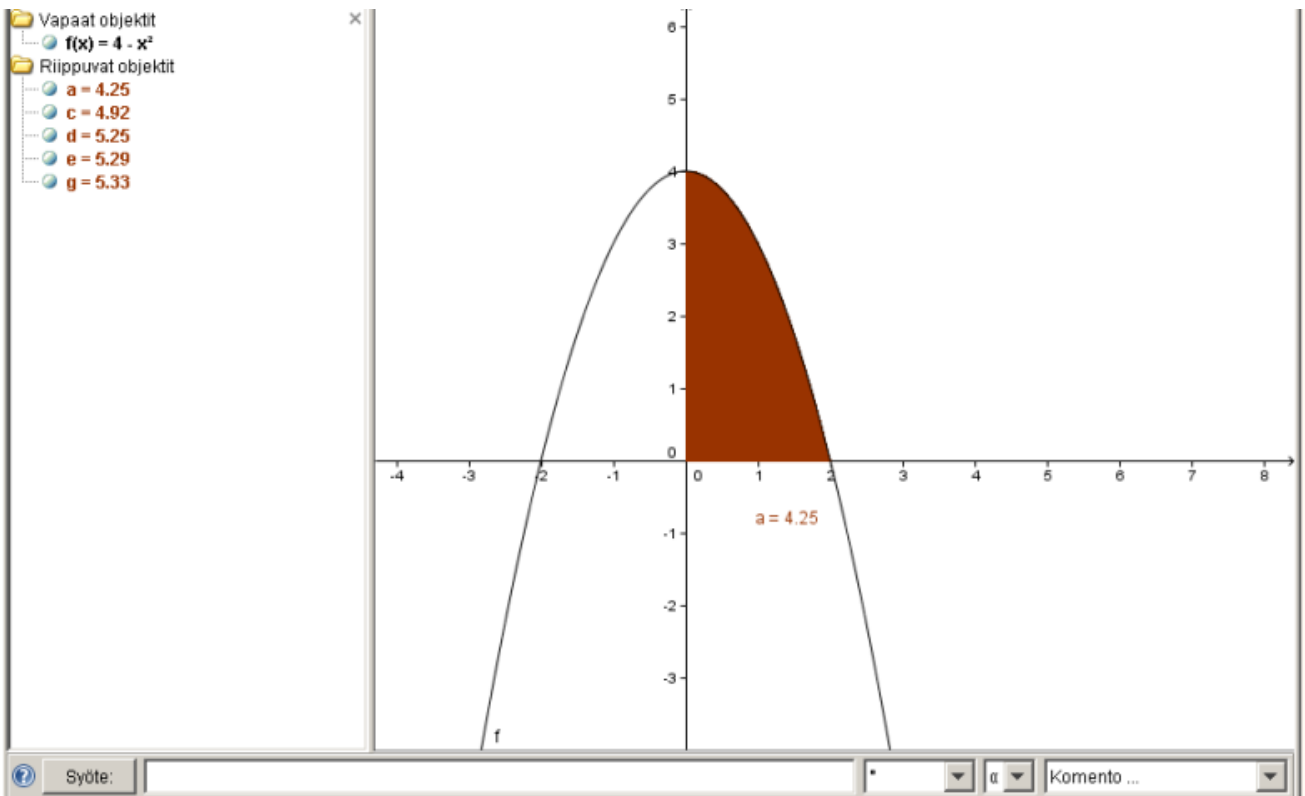
- kun jaksot tihennetään rajattomasti
 eli jaksotien pituus ΔX lähenee nollaa

$$n = 100 \quad A = 5,29$$

$$n = 1000 \quad A = 5,33$$







laskeimella tarkistus:

$\pi-84$

-85 -86

fnInt

math
9
Catalog
Custom

$\text{fnInt}(\frac{1}{2}x+2, x, -2, 4)$
funktio
muutt.
alaraji
ylaraji

$\pi-84$

$\boxed{7}^\uparrow$

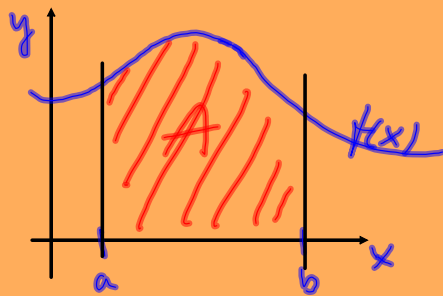
Sij. funktio

+1

—

—

MÄÄRÄTÄM INTEGRAALI



Olkoon f jatkuva funktio ja $f(x) \geq 0$

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

"määrätty integraali a:sta b:hen"

esim laske $\int_{-2}^4 f(x) dx$, kun $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$.

- piirrä ensin kuva
- sitten laske saatu pinta-ala

MAA3

$$\int_a^b f(x) dx$$

↖ yläraja
↗ alaraja

T1-84

2nd calc
trace

$$7: \int f(x) dx$$

lower limit ↴

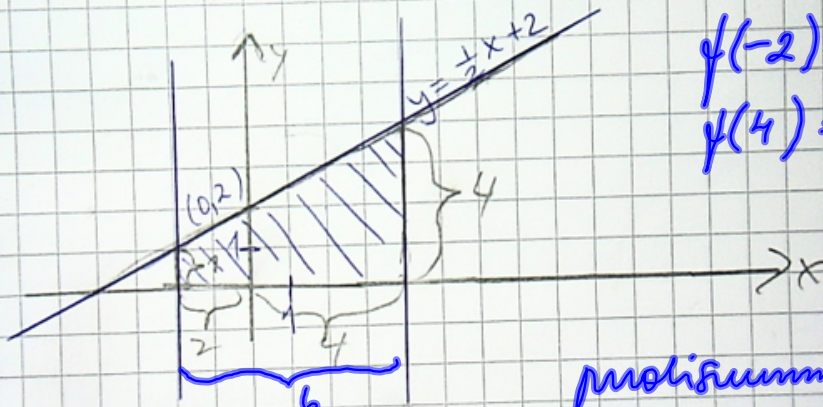
upper limit ↴

PINTA-ALAN
PIIRTÄMINEN

T1-86

more → math → $\sqrt{3}$

esim laske $\int_{-2}^4 f(x) dx$, kun $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$



$$f(-2) = 1$$
$$f(4) = 4$$

$$A = \frac{1+4}{2} \cdot 6 = 15$$

tarkistus laskimella!