

1.3 YLEISEN POTENSSIFUNKTION INTEGROINTI

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C, \quad C \in \mathbb{R}, \quad r \neq -1$$

poikkeus:

$$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, \quad x \neq 0$$

E1 $\int \frac{1}{x^3} dx$ tämä muutetaan ensin negatiiviseen eksponenttimuotoon

E2 $\int \sqrt[4]{x} dx$ tämä muutetaan ensin murtopotenssimuotoon

E3 $\int \frac{3 + x^5}{x^2} dx$ tässä jaetaan ensin termeittäin eli tehdään sievennys

E4 $\int \left(2 + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ tässä käytetään muistikaavaa ja muistetaan myös keskimäinen termi

1.3 YLEISEN POTENSSIFUNKTION INTEGROINTI

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C, \quad C \in \mathbb{R}, \quad r \neq -1$$

poikkeus:

$$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, \quad x \neq 0$$

E1

$$\int \frac{1}{x^3} dx$$

$$= \int x^{-3} dx$$

$$= \frac{1}{-3+1} x^{-3+1} + C$$

$$= \frac{1}{-2} x^{-2} + C$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2} + C = \underline{\underline{-\frac{1}{2x^2} + C}}$$

E2

$$\int \sqrt[4]{x} dx$$

$$= \int x^{\frac{1}{4}} dx$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{4}+1} x^{\frac{1}{4}+1} + C$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{4}} x^{\frac{5}{4}} + C$$

$$= 1 \cdot \frac{4}{5} \cdot \underline{x^1 \cdot x^{\frac{1}{4}}} + C$$

$$= \frac{4}{5} \cdot x \sqrt[4]{x} + C$$

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\text{E3}} \quad & \int \frac{3 + x^5}{x^2} dx \\
 &= \int \left(\frac{3}{x^2} + \frac{x^5}{x^2} \right) dx \\
 &= \int (3 \cdot x^{-2} + x^3) dx \\
 &= 3 \int x^{-2} dx + \int x^3 dx \\
 &= 3 \cdot \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + \frac{1}{3+1} x^{3+1} + C \\
 &= \frac{3}{-1} x^{-1} + \frac{1}{4} x^4 + C \\
 &= \frac{1}{4} x^4 - \frac{3}{x} + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\text{E4}} \quad & \int \left(2 + \frac{1}{x} \right)^2 dx \\
 \text{me: } & x \neq 0 \\
 &= \int \left(2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x} \right)^2 \right) dx \\
 & \quad \quad \quad \uparrow \text{suureus} \\
 &= \int \left(4 + 4 \cdot \frac{1}{x} + x^{-2} \right) dx \\
 &= 4x + 4 \ln|x| + \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + C \\
 &= 4x + 4 \ln|x| - x^{-1} + C \\
 &= 4x + 4 \ln|x| - \frac{1}{x} + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 \\
 = a^2 + 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2 \\
 b &= \frac{1}{x}
 \end{aligned}$$

MAA2

me: $x \neq 0$

$$\ln e = \log_e e^1 = 1$$

$$\begin{aligned}x^{\frac{3}{2}} &= x^{1\frac{1}{2}} \\ &= x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} \\ &= x\sqrt{x}, \quad x > 0\end{aligned}$$

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} =$$

$$\begin{aligned}x^{\frac{5}{2}} &= x^{\frac{4}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}, \quad x > 0 \\ &= x^2 \cdot \sqrt{x}\end{aligned}$$