

1.

Kurssikokeessa on 15 monivalintakysymystä. Kussakin kysymyksessä on viisi vastausvaihtoehtoa, joista vain yksi on oikein. Jaana vastaa kokeeseen arvaamalla.

- a)** Mitkä ovat Jaanan oikeiden vastausten lukumäärän odotusarvo ja keskihajonta?
b) Millä todennäköisyydellä oikeiden vastausten lukumäärä poikkeaa odotusarvosta korkeintaan keskihajonnan verran?

Ratkaisu

a) Kokeeseen vastaaminen arvaamalla voidaan tulkita toistokokeeksi, jossa toistoja on $n = 15$ ja onnistumisen todennäköisyys on $p = \frac{1}{5}$. Satunnaismuuttuja $X =$ "Jaanan oikeiden vastausten lukumäärä" noudattaa siis binomijakaumaa parametrein $n = 15$ ja $p = \frac{1}{5}$, eli $X \sim \text{Bin}(15, \frac{1}{5})$.

Edellisen lauseen perusteella odotusarvo on $E(X) = 15 \cdot \frac{1}{5} = 3$ ja keskihajonta $D(X) = \sqrt{15 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{12}{5}} = 1,5491 \dots \approx 1,5$.

b) Välillä $[E(X) - D(X), E(X) + D(X)] \approx [1,5; 4,5]$ ovat lukumäärät 2, 3 ja 4, joten kysytty todennäköisyys on

$$\begin{aligned} P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) &= \binom{15}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^{13} + \binom{15}{3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^{12} + \binom{15}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{4}{5}\right)^{11} \\ &= 0,6686 \dots \approx 0,67. \end{aligned}$$

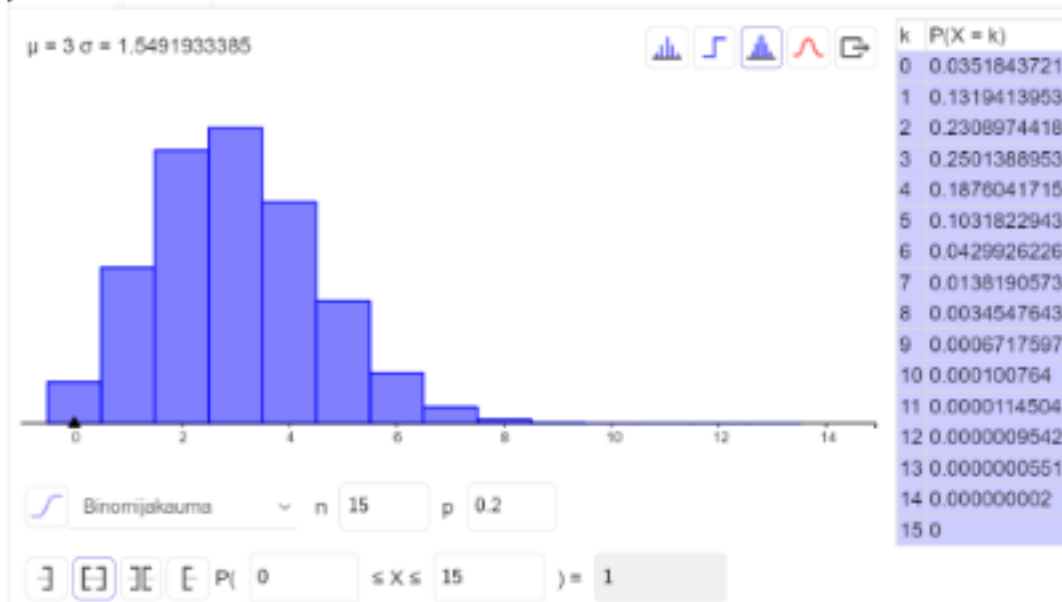
TAI Geogebrailla:

1.

Kyseessä on binomijakauma.

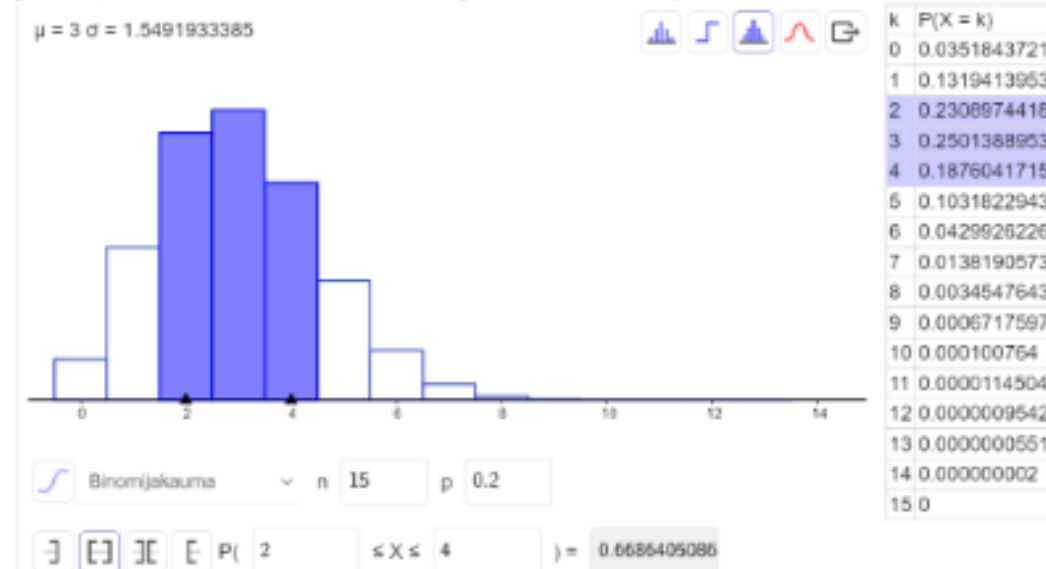
A=Jaana vastaa kysymykseen oikein

$$P(A) = \frac{1}{5} \rightarrow 0.2$$



A) Oikeiden vastausten odotus arvo on 3 ja keskihajonta on 1.55

B) Kun oikeiden vastausten lkm poikkeaa KORKEINTAAN keskihajonnan verran, on oikeita vastauksia, joko 2, 3 tai 4. Tarkastetaan kuvaajasta tällaisen tapahtuman todennäköisyys.



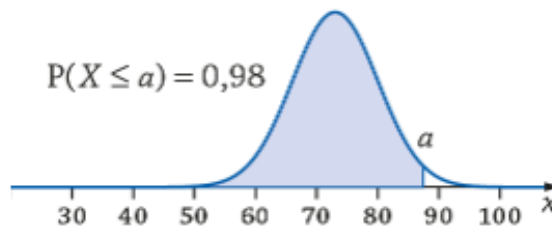
Todennäköisyys on 0,67.

Oletetaan, että ahvenen pituus yksivuotiaana noudattaa normaalijakaumaa, odotusarvona 73 mm ja keskihajontana 7,0 mm.

2. a) Mikä on pituus, jota lyhyempiä on 98 % yksivuotiaista ahvenista?

Ratkaisu

a) Olkoon satunnaismuuttuja X ahvenen pituus yksivuotiaana. Halutaan siis tietää se pituus a , jolle $P(X \leq a) = 0,98$.



Ohjelman avulla saadaan $a = 87,376\dots$ Kysytty pituus on siis noin 87 mm.