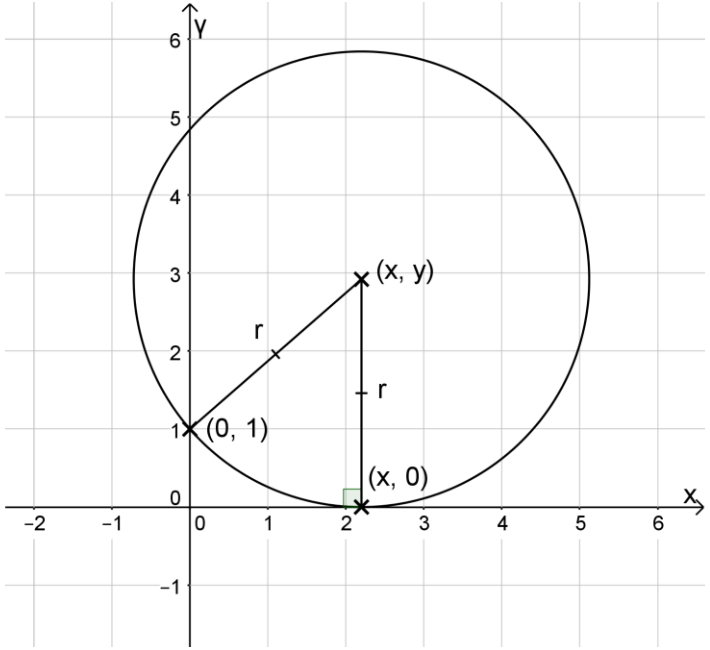
t. 410. s. 167



a) Olkoon x −akselin sivuamiskohta $(x, 0)$. Tähän kohtaan piirretty säde on pystysuora, koska säde ja tangentti (eli x −akseli) ovat kohtisuorassa. Voidaan siis merkitä ympyrän keskipisteeksi (x, y).

Mallikuvan mukaisesti muodostuu kaksi sädettä, joiden pituuksille r saadaan lausekkeet

$$r = y$$

$$r = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$$

Korottamalla yhtälöt neliöön saadaan $y^2 = x^2 + (y-1)^2$

$$y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1$$

$$2y = x^2 + 1$$

$$y = \frac{x^2+1}{2}$$

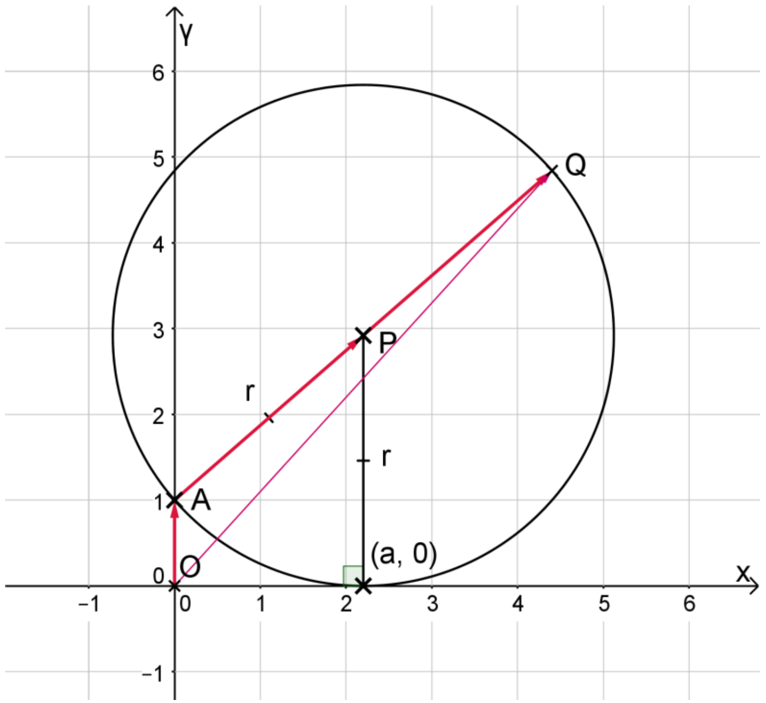
B-osassa suoraan laskimella:

```
solve(y=√x^2+(y-1)^2,y)
```

$$\left\{y=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\right\}$$

V: Ympyrän keskipiste piirtää käyrän $y = \frac{x^2+1}{2}$

b) Pisteestä $(0, 1)$ alkavan halkaisijan toinen päätepiste $Q = (x, y)$ voidaan laskea esimerkiksi vektorilaskennalla:



Määritetään paikkavektori $\overline{OQ}$:

$$\overline{OQ} = \overline{OA} + \overline{AP} + \overline{PQ} = \overline{OA} + 2\overline{AP}$$, missä $\overline{OA} = \bar{j}$

Olkoon nyt keskipisteen x −koordinaatti $= a$, jolloin

$$P = (a, \frac{a^2+1}{2}) \qquad \overline{AP} = a\bar{i} + (\frac{a^2+1}{2} - 1)\bar{j}$$

$$\overline{OQ} = \bar{j} + 2a\bar{i} + 2(\frac{a^2+1}{2} - 1)\bar{j}$$

$$\overline{OQ} = \bar{j} + 2a\bar{i} + (a^2 - 1)\bar{j} = 2a\bar{i} + a^2\bar{j}$$

Halkaisijan toinen päätepiste on siis $(x, y) = (2a, a^2)$

Siis $y = a^2$, johon sijoittamalla $a = \frac{x}{2}$ saadaan $y = \frac{x^2}{4}$.

V: Pisteestä $(0, 1)$ piirretyn halkaisijan toinen pää piirtää käyrän $y = \frac{x^2}{4}$.