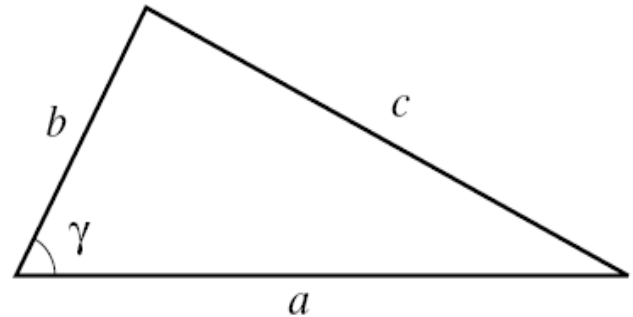


Kosinilause

- Kolmion sivun pituuden neliö (c^2) on kahden muun sivun pituuksien neliöiden summa ($a^2 + b^2$) vähennettynä kahden muun sivun pituuksien ja välisen kulman kosinin kaksinkertaisella tulolla $2ab \cos \gamma$.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

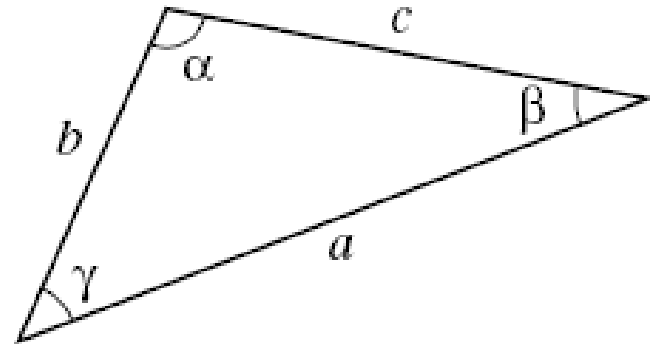


- Kun $\gamma = 90^\circ$ niin $\cos \gamma = 0$, jolloin kyseessä on Pythagoraan lause.
- Kosinilauseita voidaan käyttää, kun kolmiosta tunnetaan:
 - kaksi sivua ja niiden välinen kulma
 - kaikki sivut, mutta ei yhtään kulmaa
 - kaksi sivua ja toisen vastainen kulma. (Muodostuu täydellinen toisen asteen yhtälö)

Sinilause

- Kolmiossa sivun ja vastaisen kulman sinin suhde on vakio
- Voidaan siis muodostaa kolme suhdetta, jotka ovat yhtä suuria riippumatta kolmion muodosta

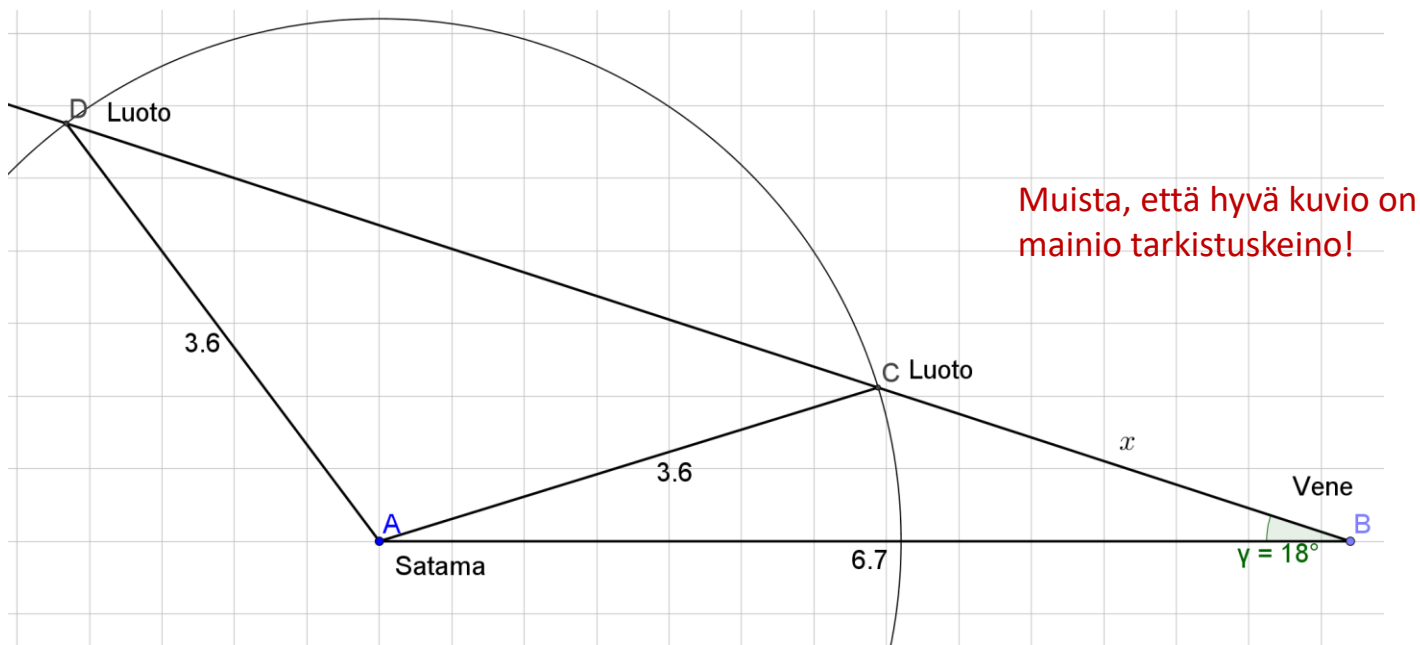
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



- Sinilauseetta voidaan käyttää, kun kolmiosta tunnetaan :
 - kaksi kulmaa (kolmas helppo laskea) ja yksi sivu
 - kaksi sivua ja toisen vastainen kulma. Huomaa, että tällöin ratkaisuja voi kuitenkin olla kaksi! (Piirrä kuvio.)

t. 321, s. 125

Piirretään selkeä mallikuvio tilanteesta (harpin avulla).
Laskussa ja kuviossa yksiköt ovat kilometrejä.



1. tapa: Käytetään kosinilausetta. Tunnetun kulman (γ) vastainen sivu = c .

$$3,6^2 = 6,7^2 + x^2 - 2 \cdot 6,7 \cdot x \cdot \cos 18^\circ$$

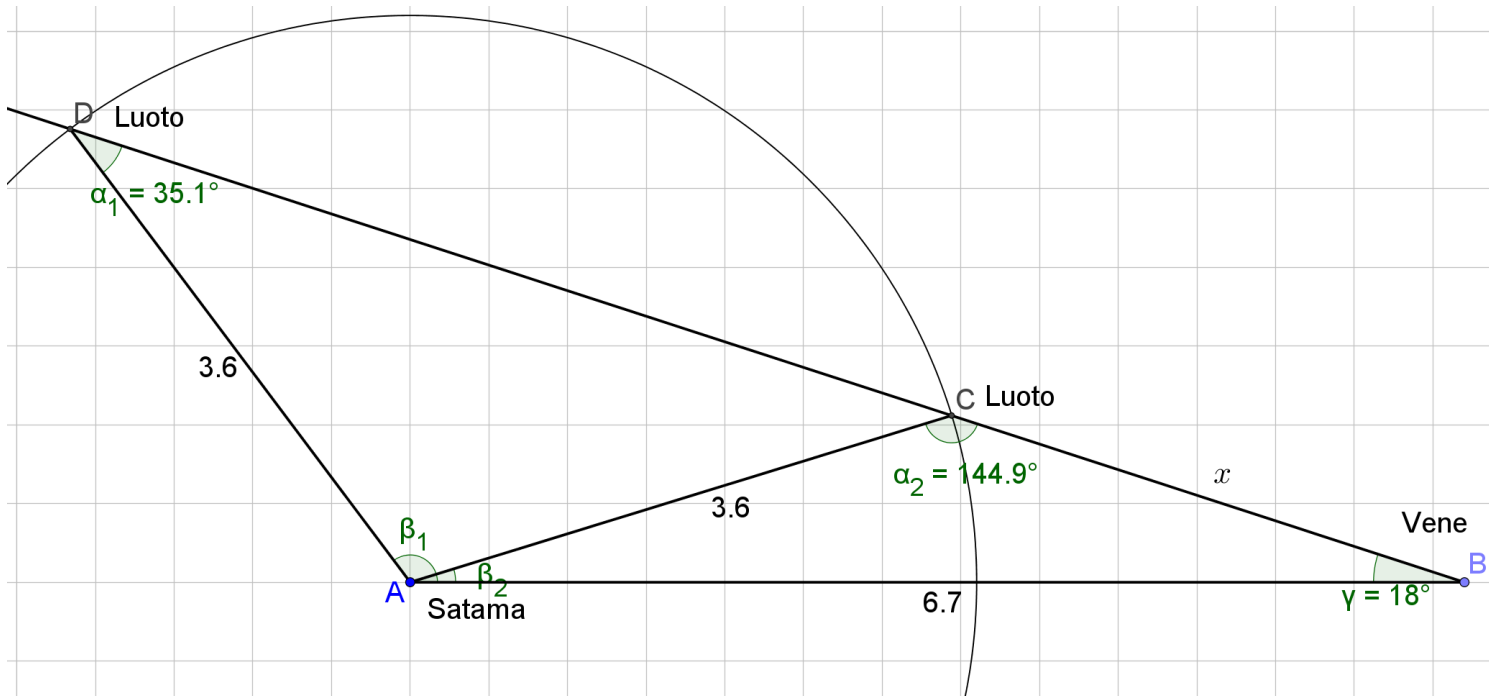
Muista oikea kulma-asetus!

Kyseessä on toisen asteen yhtälö, jonka ratkaisuksi saadaan laskimella

$$x_1 \approx 3,43 \text{ ja } x_2 \approx 9,32$$

V: Veneen etäisyys luodosta on 3,4 km tai 9,3 km.

2. tapa: Käytetään sinilausetta.



$$\frac{3,6}{\sin 18^\circ} = \frac{6,7}{\sin \alpha} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{6,7}{3,6} \sin 18^\circ$$

$$\alpha = \alpha_1 \approx 35,11^\circ \text{ tai } \alpha = \alpha_2 \approx 180^\circ - 35,11^\circ \approx 144,89^\circ$$

Jos (ja kun!) lasket alkuperäisen yhtälön symbolisella laskimella, rajaa ratkaisujoukko välille $0 < \alpha < 180^\circ$.

$$\text{solve}\left(\frac{3.6}{\sin(18)} = \frac{6.7}{\sin(x)}\right) | 0 < x < 180$$

$$\{x=144.8923166, x=35.10768343\}$$

Ratkaistaan sivun x vastainen kulma:

$$\beta_1 = 180^\circ - 18^\circ - \alpha_1 \approx 180^\circ - 18^\circ - 35,11^\circ = 126,89^\circ \quad \text{tai}$$

$$\beta_2 = 180^\circ - 18^\circ - \alpha_2 \approx 180^\circ - 18^\circ - 144,89^\circ = 17,11^\circ$$

Sivu x saadaan käyttämällä uudestaan sinilauseetta:

$$\frac{x}{\sin \beta} = \frac{3,6}{\sin 18^\circ}$$

$$x = \frac{3,6}{\sin 18^\circ} \sin \beta$$

$$x \approx \frac{3,6}{\sin 18^\circ} \sin 126,89^\circ \approx 9,32 \quad \text{tai} \quad x \approx \frac{3,6}{\sin 18^\circ} \sin 17,11^\circ \approx 3,43$$

V: Veneen etäisyys luodosta on 3,4 km tai 9,3 km.