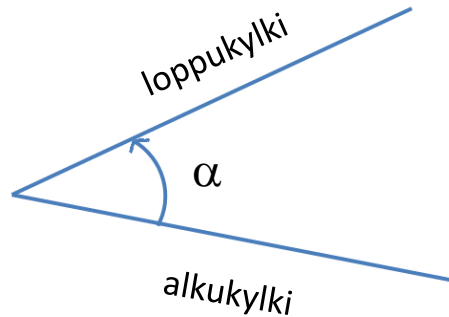


# Suunnatun kulman sini ja kosini

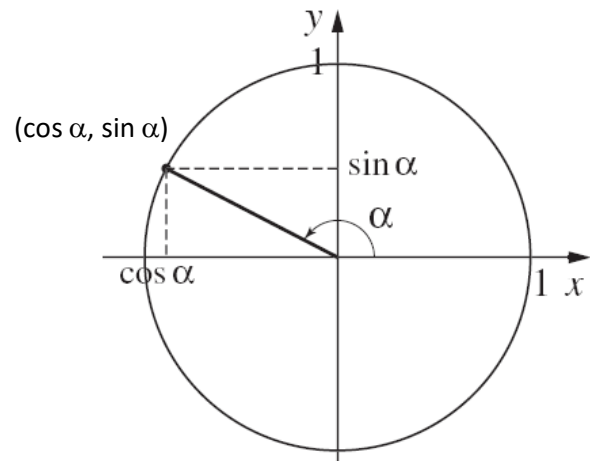
- Suunnattu kulma ilmaisee kierron *suunnan* ja *suuruuden*



Kierto vastapäivään on sovittu positiiviseksi kiertosuunnaksi

Kulman  $\alpha$  kiertosuuntaa vaihtamalla saadaan vastakulma  $-\alpha$ .

- *Yksikköympyrän* (säde = 1) avulla voidaan määrittää minkä tahansa suunnatun kulman sini ja kosini:



**Kulman  $\alpha$  sini on kulman kehäpisteen y-koordinaatti**

**Kulman  $\alpha$  kosini on kulman kehäpisteen x-koordinaatti**

# Tangentti

Suunnatun kulman tangentin määritelmä

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Tangentin määrittelyehto

$\alpha \neq 90^\circ + n \cdot 180^\circ$ , missä  $n$  on kokonaisluku.

( $\cos \alpha \neq 0$ )

Yhtälön  $\tan \alpha = a$  ratkaisu

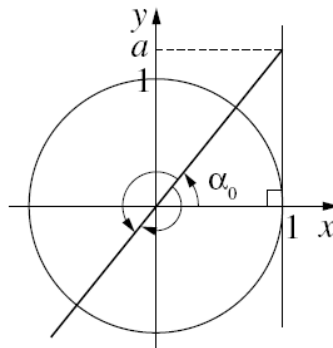
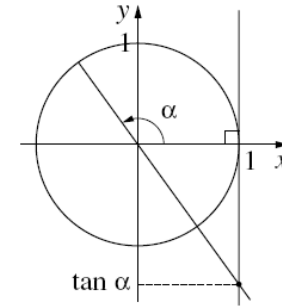
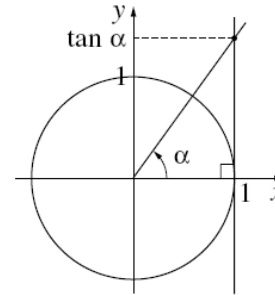
Jos  $\alpha_0$  on yksi kulma,  
joka toteuttaa yhtälön,  
niin yhtälön ratkaisu on

$$\alpha = \alpha_0 + n \cdot 180^\circ,$$

$n$  kokonaisluku

Tangentin geometrinen määritelmä

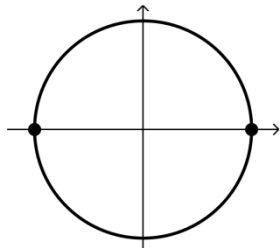
Kulman  $\alpha$  tangentti on kulman  $\alpha$  tangentialpisteen  $y$ -koordinaatti.



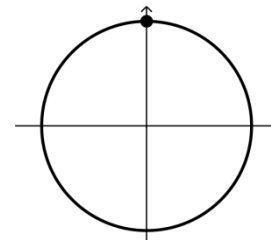
Tangentin jakso on siis  $180^\circ (= \pi \text{ rad})$ .

# Trigonometrinen perusyhtälöiden ratkaisuja yksikköympyrän avulla

$$\sin x = 0$$
$$x = n\pi$$

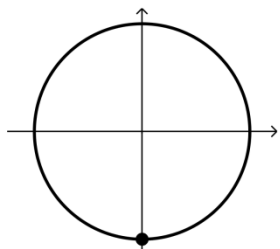


$$\sin x = 1$$
$$x = \frac{\pi}{2} + n2\pi$$

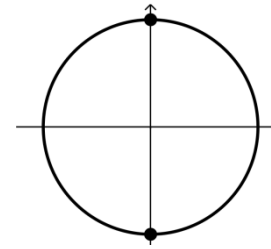


$$\sin x = -1$$
$$x = -\frac{\pi}{2} + n2\pi$$

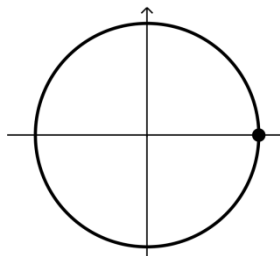
tai  $x = \frac{3}{2}\pi + n2\pi$



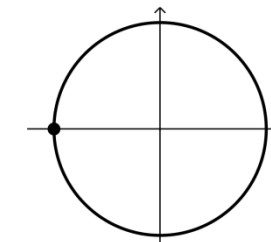
$$\cos x = 0$$
$$x = \frac{\pi}{2} + n\pi$$



$$\cos x = 1$$
$$x = n2\pi$$



$$\cos x = -1$$
$$x = \pi + n2\pi$$



Kaikissa ratkaisussa  $n \in \mathbb{Z}$ .

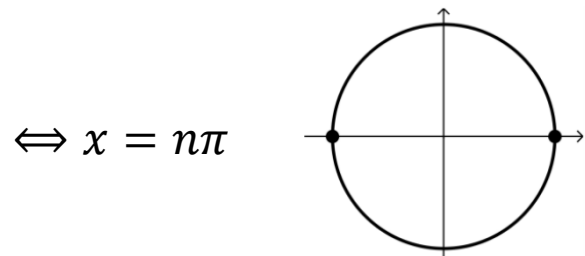
t. 258, s. 103

$$\sin x = 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = 0 \quad \text{tai} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

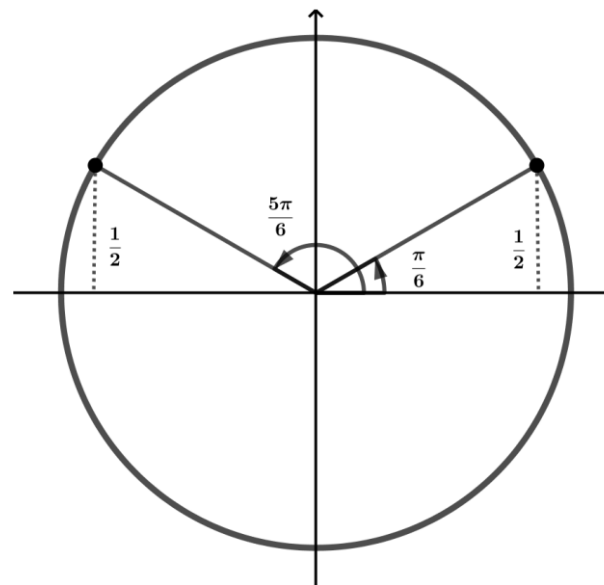


$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$$

$$\text{tai} \quad x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi$$

$$n \in \mathbb{Z}$$



**Vastaus:**  $x = n\pi, x = \frac{\pi}{6} + n2\pi$  tai  $x = \frac{5\pi}{6} + n2\pi$ , missä  $n \in \mathbb{Z}$