

Pitkän matematiikan ylioppilaskoe

Yleisiä ohjeita

Apuvälineet

- Kokeessa tarvitaan:
- Laskin (yksi tai useampi)
- MAOL-taulukkokirja
 - **Jätä laskin ja taulukkokirja tarkistettavaksi viimeistään perjantaina 23.3.2018 klo 12**
 - **Tyhjennä laskimen muisti jo valmiiksi (vastuu opiskelijalla). Muista tarkistaa ja asettaa koetilanteessa laskimen asetukset sopiviksi! Tarkista ainakin kulman yksikkö.**
 - **Taulukkokirjassa ei saa olla merkintöjä (paitsi oma nimi ja mahdolliset todetut painovirheet korjattuna)**
- Lyijykyniä ja hyvä pyyhekumi
 - Myös värikyniä saa käyttää, mutta ei punaista väriä
- (Kolmio-)viivoitin
- Harppi

Koetehtävistä

- Kokeessa on **13 tehtävää**, joista vastataan **enintään (täsmälleen) 10 tehtävään**
- Kokeessa on kaksi (A4-kokoista) tehtävävihkoa: A-osa ja B-osa
 - Molemmat vihkot annetaan koetilaisuuden alussa
 - Pitkän matematiikan tehtävävihkojen tunnusväri on vaalean vihreä
- Laskimen käyttö ei ole sallittua sinä aikana, kun A-osan tehtävävihko on kokelaan hallussa
- Kokelaan on palautettava A-osan koevihko **viimeistään kolmen tunnin kuluttua** kokeen alkamisesta (eli klo 12)

Osa	Tehtäviä annetaan	Kokelas vastaa	Apuvälineet
A	4	4	Ei laskinta, taulukkokirja
B1	5	3	Laskin, taulukkokirja
B2	4	3	Laskin, taulukkokirja

Koetehtävien käsittely

- **A-osan ratkaisut kirjoitetaan koevihkoon ratkaisuille varattuihin kohtiin**
 - Vastausta voi tarvittaessa jatkaa erillisellä puoliarkilla
 - Käytä ratkaisun luonnosteluun suttupaperia (ellei ratkaisu ole täysin selvä)
- B-osassa **yksi vastaus kirjoitetaan kokoarkille** arkin ensimmäiseltä sivulta alkaen
- Muut B-osan tehtävät lasketaan puoliarkeille
- Kaikissa papereissa on oltava kokelaan sekä koulun nimi ja numero
- Kullekin puoliarkille saa kirjoittaa vain yhden tehtävän suorituksen
 - Tarvittaessa saa saman tehtävän käsittelyä jatkaa toisella, tyhjällä puoliarkilla
- Piirrä mahdolliset kuviot samalle paperille suorituksen kanssa
 - Millimetripaperia ei käytetä, ellei siihen ole erityistä syytä
- **Yliviivaa selvästi kaikki sellaiset suoritukset, joita et halua arvioitavaksi**
 - myös suttupaperit

A-osaan vastaamisesta ja tarkistamisesta

- **Laske ja tarkista A-osa huolellisesti!**
- Tarkista ensin vastaatko nimenomaan annettuun kysymykseen
- Muista riittävät välivaihteet ja perustelut myös A-osassa
- Ole tarkkana laskusääntöjen kanssa! (Eryisesti sievennykset ja lausekkeen arvon laskemiset.) Etsi sopiva kaava tarvittaessa taulukkokirjasta. **Muista siis perehtyä taulukkokirjaan etukäteen!**
 - Muista kaksinkertainen tulo: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
 - Varo tyypillisiä virheellisiä laskutapoja (erityisesti summalausekkeissa)
 - $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 - $(a+b)^n \neq a^n + b^n$
 - $\log(x+y) \neq \log x + \log y$ jne.
 - $D(fg) \neq f'g'$
 - **Tarkista kaikki yhtälöt sijoittamalla ratkaisut alkuperäiseen yhtälöön!**
 - 2. asteen yhtälö kannattaa usein muuttaa muotoon, jossa $a = 1$, koska tällöin ratkaisujen tulo on vakiotermin c ja summa b :n vastaluku (MAOL s. 18)

$$\text{Vrt. } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

$$Dfg = f'g + g'f$$

A-osan tarkistaminen

- Tarkista laskut sekä heti laskettuasi, että vielä ennen palautusta
 - Lasku- tai ajatusvirhe voi toistua tarkistusvaiheessa, mutta ei ehkä niin todennäköisesti kun palaat tehtävään myöhemmin
- Tarkistamiseen olisi syytä jäädä riittävästi aikaa, vähintään 20 minuuttia A-osaa varten.
 - Laskurutiinia ehtii vielä harjoitella, jos epäilet että tulee kiire!
 - A-osaan käytettävä optimaalinen aika vaihtelee varmasti kokeesta ja yksilöstä riippuen paljonkin, mutta hyvä arvio olisi ehkä n. 2-2,5h.
- Tarkista integraalifunktiot derivoimalla
 - Muista integroimisvakio C (ei kuitenkaan määrättyihin integraaleihin)
- Arvioi yleisesti vastausten järkevyyttä
- Lausekkeiden sievennyksissä ja prosenttilaskuissakin voi tarkistuksessa sijoittaa muuttujakirjaimen paikalle eri lukuarvoja
- Älä käytä enää aikaa A-osan ratkaisujen tutkimiseen ja jossitteluun kun olet saanut laskimen käyttöösi!
- Toisaalta B-osaa voi kannattaa silmäillä ja ehkä hieman laskeakin ennen A-osan palautusta.

A-osan palauttaminen

- Laita mahdolliset lisäpuoliarkit A-osan koevihkon väliin
- Nouse seisomaan ja odota että valvoja antaa merkin
 - Vain yksi kokelas palauttaa kerrallaan
- Kävele rauhallisesti salin eteen
 - Älä vilkuile toisten vastauksia
 - Kanna koevihkoa niin, ettei muut näe vastauksiasi
- Palauta A-osa valvojalle
 - Valvoja merkitsee palautusajan pöytäkirjaan
- Ota laskimesi oman pulpettijonon edessä olevalta pöydältä
 - Laskimilla on selkeä nimilappu

B-osaan vastaamisesta

- Lue tehtävänanto aina huolellisesti läpi ennen kuin alat ratkaisemaan sitä
 - Vastaatko varmasti siihen, mitä tehtävässä kysytään?
- Vähänkään vaativamman tehtävän ratkaiseminen ja hahmottelu kannattaa aloittaa suttukonseptille
 - Muista yliviivata suttupaperit loppuksi!
- Silmäile tehtävät ensin läpi ja mieti mihin tehtäviin aiot vastata
- Jos lasku ei edisty n. 20 minuutissa, kannattaa siirtyä toiseen tehtävään
- **Vastaa oikeaan määrään tehtäviä!**
 - Jos vastaat liian moneen kysymykseen, niin B1 ja vastaavasti B2 osassa osion lopullinen pistemäärä muodostuu niistä 3 tehtävästä, joiden pistesumma on pienin.

Vastaamisesta yleisesti

- **Pelkkä vastaus ei riitä suoritukseksi**
- **Muista aina perustella ratkaisun välivaiheet**
 - Lyhyt sanallinen selitys yleensä riittää
 - ”Käytetään 2. asteen yhtälön ratkaisukaavaa”
 - ”Logaritmin määritelmän perusteella...”
 - ”Suljetulla välillä $[a, b]$ derivoituvan funktion suurin (ja vastaavasti pienin) arvo löytyy joko derivaatan nollakohdista tai kyseisen välin päätepisteistä”, jne.
 - Kulkukaavio
 - ”kulkukaavion perusteella funktion pienin arvo on kohdassa $x = 2$ ”
 - Kuvio
 - Käy usein perusteluksi, mutta kuviosta ei saa kuitenkaan katsoa tuloksia (ellei tehtävässä toisin mainita)
- Selkeä ja riittävän iso kuvio auttaa usein tehtävän ratkaisussa ja toimii myös tarkistuskeinona (esim. kulmat voi tarkistaa kolmioviivoittimella)

Vastaamisesta yleisesti

- Piirrä kuviot yleisessä tapauksessa (ilman omia lisäoletuksia)
 - Erikoistapaus (esim. suorakulmio piirretty neliöksi) voi johtaa harhaan
 - Toisaalta joskus tietyn erikoistapauksen tutkiminen ensin konseptilla voi auttaa tehtävän ratkaisun keksimisessä
- **Jos tehtävässä ei toisin mainita, niin vastauksena saatu numeroarvo pitää esittää *tarkkana arvona*** (eli neliöjuuria, logaritmeja tms. sisältävänä lausekkeena)
 - Likiarvo hyvä laskea vastauksen suuruusluokan hahmottamiseksi ja tarkistusta varten (esim. mallikuvioon vertaaminen)
- Jos kyse on selkeästi mittaustuloksista, niin pyöristä *merkitsevien numeroiden tarkkuudelle*
- Älä käytä omia epävirallisia lyhenteitä
 - Yleisesti tunnetut sekä kirjoissa ja taulukoissa käytetyt standardoidut lyhenteet ja symbolit ovat tietysti sallittuja
- Tehtävän vastauksen on oltava selkeästi näkyvässä. Käytä mieluiten erillistä vastausta.

Laskimen käytöstä

- Tarkennus laskinohjeeseen (ylioppilastutkinto.fi, 1.12.2015)
- ”Matematiikan tehtävän vastaus koostuu väitteistä ja niiden perusteluista. **Laskinta saa käyttää minkä tahansa väitteen aikaansaamisessa, mutta laskin ei muodosta koskaan väitteen perustelua.** Se, mikä väite vaatii perustelun riippuu asiayhteydestä. Jos tehtävässä pyydetään *osoittamaan, todistamaan tai perustelemaan* jotain, ei laskimen antama tulos ole koskaan yksinään riittävä. Laskimen antama tulos voi kuitenkin muodostaa perustelun osan:”

Esimerkki. Osoita, että funktio $f(x) = 3x + \sin x$ on kasvava.

HYVÄ RATKAISU. Derivoituva funktio on kasvava jos sen derivaatta on ei-negatiivinen (*Perustelu*). Funktion derivaatta on $f'(x) = 3 + \cos x$ (*Lasku*). Koska $3 + \cos x \geq 3 - 1 = 2$ aina, on derivaatta ei-negatiivinen, ja siten funktio f on kasvava (*Perustelu*).

Esimerkki. Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x$ derivaatan nollakohdat.

HYVÄ RATKAISU. Koska $f'(x) = x^2 + x - 2$, niin saamme toisen asteen yhtälön $x^2 + x - 2 = 0$ jonka ratkaisut, ja samalla derivaatan nollakohdat, ovat 1 ja -2 .

Ratkaisusta on aina käytävä ilmi mitä on laskettu!

PUUTTEELLINEN RATKAISU. Koska $f'(x) = x^2 + x - 2$, niin $x = 1$ tai $x = -2$. (*Ratkaisussa ei kerrota miten lausekkeesta $x^2 + x - 2$ saadaan $x = 1$ tai $x = -2$, eli yhtälön muodostaminen on jätetty lukijan arvattavaksi.*)

Laskimen käytöstä

- Hyödynnä laskimen toimintoja B-osassa
- Älä käytä aikaa ”kaavanpyörittelyihin”, ellei tehtävässä vaadita erikseen välivaiheita
 - Ratkaise yhtälöt, yhtälöparit ja epäyhtälöt solve-toiminnolla
 - Lisäksi graafisesta tarkistuksesta voi olla hyötyä:
 - Määrittelyjoukko näkyy kuvaajasta
 - Jos yhtälön lausekkeet on tehtävässä itse muodostettu, kuvaajan avulla voi arvioida lausekkeiden oikeellisuutta
- Käytä apuna sijoitustoimintoa tai Define-komentoa (Classpad)
 - Funktion arvojen laskeminen (esim. testipisteet)
 - Derivointi, integrointi, yhtälönratkaisutoiminto: Aikaa säästyy , kun lauseketta ei tarvitse kirjoittaa uudestaan
 - Näppäilyvirheiden mahdollisuus pienenee

Tarkistuskeinoja laskimella

- Funktion kulun tutkiminen:
 - Tarkista piirtämällä alkuperäinen funktio laskimeen ja vertaamalla kuvaajan ääriarvoja ja ääriarvokohtia vastauksiisi
 - Muista säätää piirtoalueen asetukset sopiviksi!
- Analyyttinen geometria
 - Tangentit ja normaalit saa laskimen geometria-tilan toiminnoilla ainakin likiarvomudossa
- Integraalit
 - **Laskin ei ilmoita integroimisvakiota C**
- Määrätty integraali
 - Lasku suoraan laskimen toiminnolla.
 - Myös grafiikka-tilan integraalitoiminnosta on hyötyä
- Lukujonot ja niiden summat
 - Laskimen taulukkolaskentatoiminto on kätevä tarkistuskeino

Tarkistuskeinoja yleisemminkin

- Geometrian tehtävien tarkistus:
 - Tarkista tarkan ja riittävän ison mallikuvan avulla
 - Mittaa kysytty pituus tai kulma
 - Myös useat analyyttiseen geometriaan ja tason vektoreihin liittyvät tehtävät kannattaa tarkistaa mallikuvasta
- Prosenttilaskujen tarkistus
 - Kokeile muutamalla valitsemallasi lähtöarvolla. (Tehtävä pitää silti ratkaista yleisessä tapauksessa, esim. alkuperäinen rahamäärä = a)
- Todennäköisyyyslaskennan tehtävät
 - Ylensä vaikeampia tarkistaa ”aukottomasti”
 - Vastauksen järkevyyden arviointi tärkeää
 - Usein ratkaisu saadaan useammalla tavalla
 - Tuleeko sama vastaus?
- Trigonometrian yhtälöt
 - taulukkokirja, yksikköympyrä tai laskin (kunhan osaat tulkita laskimen antamaa esitysmuotoa)

Lopuksi

- Jos aikaa on reilusti ja tuntuu siltä, että enempään ei osaa vastata:
 - Pidä luova tauko, syö eväitä ja lepäile hetki
 - ***Luota itseesi ja ongelmanratkaisukykyysi!***
 - Taulukkokirjaa selailemalla voi löytää idean tai sopivan kaavan vaikeampaa (tai syventävän kurssin) tehtävää varten
 - Joskus (ratkaisevia?) pisteitä voi saada vaikeammista tehtävistä varsin helpolla vajavaisillakin suorituksilla
 - ***Siis älä jätä vastaamatta, jos sinulla ei ole riittävän monta tehtävää laskettuna!***
 - Tarkista lopuksi vielä kerran ratkaisemasi tehtävät (virhe on usein helpompi huomata kun tehtävän ratkaisusta on jo aikaa)
- ***Käytä koko kuuden tunnin aika!***
- Varmista vielä, että vastauspapereissa on kaikki nimitiedot
- Varmista vielä, että olet vastannut ohjeiden mukaisesti oikeaan määrään tehtäviä.