# Potenssin laskusääntöjä

- Tulon ja osamäärän potenssit

$$\boxed{(ab)^n = a^n b^n}$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

- Samankantaisten potenssien tulo ja osamäärä

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

- Potenssin potenssi

$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$

# $n$:s juuri potenssilausekkeena

- Positiivisen luvun $a$ $n$:s juuri voidaan esittää ja laskea potenssi-lausekkeena, kun määritellään murtopotenssi seuraavasti:

$$\boxed{a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}}$$

  – Perustelu: Kun laajennetaan potenssien laskusääntöjen voimassaolo myös murtolukueksponenteille, niin

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n}\cdot n} = a^1 = a$$

Potenssin potenssi: $\boxed{\left(a^m\right)^n = a^{mn}}$

  – Toisaalta $n$. juuren määritelmän mukaisesti myös $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$, joten $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ .

- Esimerkkejä:

$$50^{\frac{1}{2}} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$8^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{8} \quad (\approx 1{,}26)$$

$$1{,}26^9 \approx 8{,}00$$

$$\frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{1}{11^{\frac{1}{2}}} = 11^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = 5\cdot 2^{-\frac{1}{3}}$$

Negatiivinen eksponentti määritellään käänteislukuna myös murtopotensseille.

# Yleinen murtopotenssi

- Olkoon *a* > 0 ja *m* sekä *n* positiivisia kokonaislukuja. Tällöin:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

- Yleistys negatiivisille eksponenteille:

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

- Esimerkkejä:

$$x\sqrt{x} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{1+\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$81^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{81^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\left(\sqrt[4]{81}\right)^3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

## t. 83, s. 44

Määritä lausekkeen $2\sqrt[4]{3}a^{\frac{3}{2}} - a^3$ tarkka arvo, kun $a = \sqrt[6]{3}$.

**Ratkaisu:**

Sijoitetaan lausekkeeseen $a = \sqrt[6]{3} = 3^{\frac{1}{6}}$ ja käytetään potenssin laskusääntöjä.

$$2\sqrt[4]{3}\left(3^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(3^{\frac{1}{6}}\right)^{3} =$$

$$2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{\cancel{6}_{2}} \cdot \frac{\cancel{3}}{2}} - 3^{\frac{1}{\cancel{6}_{2}} \cdot \cancel{3}} =$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$2 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} - 3^{\frac{1}{2}} =$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2 \cdot 3^{\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}}} - 3^{\frac{1}{2}} =$$

$$2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}} =$$

$$3^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$$