Muistikaavat

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

t. 116, s. 62

$$\left(\sqrt{1-2x}+1\right)^2 = 16 \quad \Big| \sqrt{}$$

Määrittelyehto: $1-2x \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \leq \frac{1}{2}$

$$\sqrt{1-2x}+1 = \pm 4$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{1-2x} = 3 \quad \Big| ()^2 \qquad \text{tai} \qquad \sqrt{1-2x} = -5$$

Yhtälö on epätosi, sillä (parillinen) juuri ei voi olla negatiivinen.

$$1-2x = 9$$

$$\underline{\underline{x = -4}}$$

Muista tarkistaa sijoittamalla alkuperäiseen yhtälöön!

$$\left(\sqrt{1-2\cdot(-4)}+1\right)^2 = \left(\sqrt{9}+1\right)^2 = 4^2 = 16$$

t. 134, s. 64

$$(x-a)(x-b)=1$$

$$x^2-ax-bx+ab=1$$

$$x^2-(a+b)x+ab-1=0$$

Toisen asteen yhtälön ratkaisujen lukumäärän voi päätellä *diskriminantista* D.

Diskriminantti on ratkaisukaavan juurrettava. $D=b^2-4ac$, jos yhtälö on muodossa $ax^2+bx+c=0$.

Nyt $$D=\big(-(a+b)\big)^2-4\cdot 1\cdot(ab-1)$$

$$D=(a+b)^2-4ab+4$$

$$D=a^2+2ab+b^2-4ab+4$$

$$D=a^2-2ab+b^2+4$$

$$D=(a-b)^2+4>0$$

<u>Koska diskriminantti on positiivinen, on yhtälöllä kaksi erisuurta ratkaisua.</u>

Yo-tehtävä S2009/8

Ratkaise epäyhtälö $\dfrac{-x^2+x+2}{x^3+2x^2-3x} > 0.$

Ratkaistaan osoittajan nollakohdat:

$$-x^2+x+2=0$$
$$x^2-x-2=0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}2\\-1\end{cases}$$

Tarkistus:
Ratkaisujen tulo -2 ja summa 1 eli -(-1).

Ratkaistaan nimittäjän nollakohdat (eli kohdat, joissa lauseke ei ole määritelty):

$$x^3+2x^2-3x=0$$
$$x(x^2+2x-3)=0$$
$$\Leftrightarrow \quad x=0 \quad \text{tai} \quad x^2+2x-3=0$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2}=\begin{cases}1\\-3\end{cases}$$

Tarkistus:
Ratkaisujen tulo -3 ja summa -2.

Rationaalifunktio voi vaihtaa merkkiä vain osoittajan tai nimittäjän nollakohdissa.

Tehdään *merkkikaavio*, johon on merkitty nämä nollakohdat.

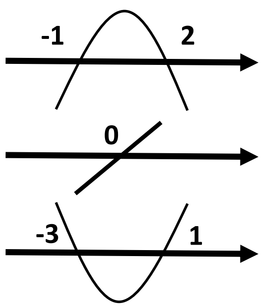
Merkitään

$$f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x(x^2 + 2x - 3)}$$

Tutkitaan merkit 1. ja 2. asteen tekijöiden avulla. Käsitellään osoittaja ja nimittäjä erikseen ja päätellään osamäärän merkki lopuksi tekijöiden merkeistä.

-3 -1 0 1 2

$-x^2 + x + 2$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$	$-$
x	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x^2 + 2x - 3$	$+$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$

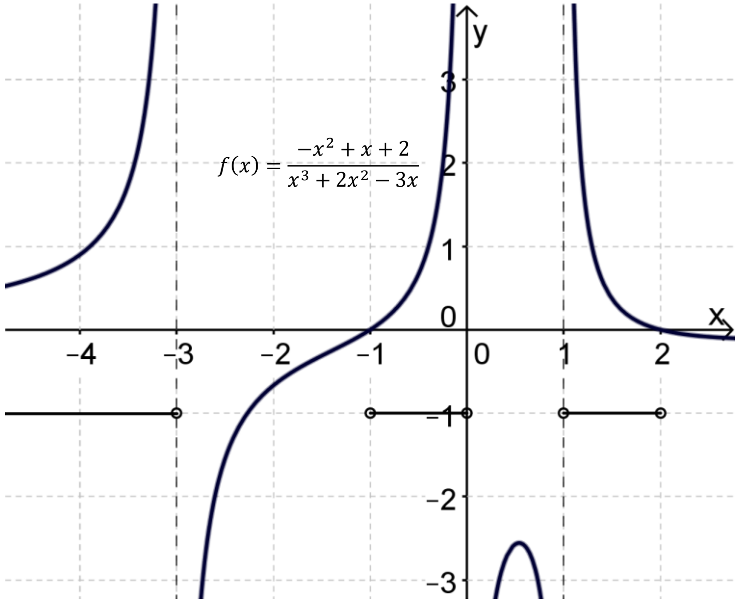


Merkitse nimittäjän nollakohdat katkoviivoilla (koska ne eivät voi kuulua ratkaisujoukkoon missään tilanteessa).

Parillinen määrä miinuksia: +
Pariton määrä miinuksia: –

Epäyhtälö on tosi, kun $f(x) > 0$.
Ratkaisu voidaan nyt lukea taulukon alimmalta riviltä:

<u>V: Epäyhtälö on tosi kun $x < -3$ tai $-1 < x < 0$ tai $1 < x < 2$.</u>



Huom. Toinen tapa ratkaista tehtävä on käyttää testipisteitä murtolausekkeen merkin selvittämiseksi.